em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
ISSN 2177-9309
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

CONCEPTION DE SUPPORTS INFORMATIQUES A L'ORCHESTRATION DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE COLLABORATIF EN MATHEMATIQUES

Conception of Informatic support to the orchestration of collaborative learning situations in Mathematics

Franck Bellemain
Doutor
Universidade Federal de Pernambuco – PE – Brasil
f.bellemain@gmail.com

Ricardo Tibúrcio
Mestre
Universidade Federal de Pernambuco – PE – Brasil
ricotiburcio@hotmail.com

Resumo

A questão da colaboração nas plataformas de aprendizagem a distância é provavelmente um dos casos de interação dos mais complexos sob vários pontos de vista. Existe um desafio técnico para qual trata-se de permitir uma interação síncrona entre parceiros distantes, interação que inclua não somente vídeo, som, textos, desenhos, mas também outros meios de comunicação com os sistemas de representação da matemática. Tem também um desafio pedagógico e didático. O CSCL é uma evolução natural da utilização de tecnologias informáticas na aprendizagem para qual trata-se de utilizar meios de comunicação para desenvolver situações de exploração de conteúdo e de interação social. Entretanto, não basta permitir que parceiros distantes possam interagir para que eles colaborem e aprendam por essa colaboração. O desafio pedagógico e didático é de desenvolver os meios permitindo a um professor ou pesquisador orquestrar situações de aprendizagem favorecendo efetivamente a colaboração entre participantes, colaboração envolvendo a manipulação de objetos matemáticos. Para essa reflexão, propomos analisar o contexto informático, particularmente sobre as tecnologias que permitem uma atividade matemática a distância e compartilhar essa atividade, e a engenharia de produção das mesmas. A partir disso, propomos explorar as contribuições conjuntas das noções de orquestração instrumental e de macro-script para a concepção de suportes para a elaboração, o gerenciamento e a avaliação de cenários de aprendizagem colaborativa.
Palavras-Chave: ESE, CSCL, orquestração instrumental, macro-script, micromundo.

Résumé

La question de la collaboration dans les plateformes d'apprentissage en ligne est probablement l'un des cas d'interaction les plus complexes et ceci de plusieurs points de vue. Il y a un défi technique pour lequel il s'agit de permettre une interaction synchrone entre partenaires distants, interaction incluant non pas seulement la vidéo, le son, des textes, des dessins, mais aussi d'autres moyens de communications, et, en particulier, des systèmes de représentations utilisés en mathématiques. Il y a

aussi un défi pédagogique et didactique. Le CSCL est une évolution naturelle de l'utilisation de la technologie informatique dans l'apprentissage pour laquelle il s'agit d'utiliser les moyens de communications pour développer des situations d'exploration de contenus et d'interaction sociale. Cependant, il ne suffit pas de permettre à des partenaires distants d'interagir pour qu'ils collaborent et apprennent par cette collaboration. Le défi pédagogique et didactique est donc de concevoir et développer des moyens qui permettraient à un enseignant ou chercheur d'orchestrer des situations d'apprentissage collaboratif qui favorise effectivement une collaboration entre les participants, collaboration impliquant la manipulation d'objets mathématiques. Pour mener à bien cette réflexion, nous proposons de revenir sur le contexte informatique, en particulier, sur les technologies qui permettent d'avoir une activité mathématique en ligne et de partager cette activité, et l'ingénierie de productions de ces technologies. Ensuite, nous proposons d'étudier les contributions conjointes des notions d'orchestration instrumentale et de macro-script pour l'élaboration, la gestion et l'évaluation de scénarios d'apprentissage collaboratif.

Keywords: Ingénierie de logiciels éducatifs, CSCL, orchestration instrumentale, macro-script, micromonde.

INTRODUCTION

Ce travail s'inscrit dans un cadre de recherche et développement pour lequel il s'agit de concevoir et développer des outils informatiques permettant l'organisation de situations d'enseignement de contenus mathématiques intégrant des outils interactifs (micromondes, simulations, jeux) dans le contexte de l'enseignement à distance. Dans cette organisation, nous incluons aussi bien la conception de situations ou de scénarios, que leur mise en œuvre ou encore l'évaluation des acquisitions des apprenants. Dans le contexte de l'enseignement à distance, nous nous intéressons plutôt au fait que les interactions (entre les différents acteurs du système didactique) soient « médiées » par l'ordinateur qu'à la distance en elle-même, même si cette dernière reste un élément important en particulier dans un pays comme le Brésil. C'est dans ce cadre de recherche et développement que s'inscrivent la plupart des activités menées au sein du groupe LEMATEC - Laboratoire d'Enseignement des Mathématiques et Technologie de l'école doctorale en Education Mathématiques et Technologie - EDUMATEC - UFPE.

Dans le contexte plus restreint d'un post-doctorat financé par le Conseil National de Développement Scientifique et Technologique - CNPq et développé à l'IFÉ - Institut Français de l'Éducation, nous nous sommes plus spécifiquement intéressés à l'Apprentissage Collaboratif Assisté par Ordinateur (Computer-Supported Collaborative Learning - CSCL) dans le cas des mathématiques. Dans cette étude, nous avons pu observer:

– qu'il y a un défi technique pour lequel il s'agit de permettre une interaction synchrone entre plusieurs partenaires distants, interaction incluant non pas seulement la vidéo, le son, des textes, des dessins, mais aussi d'autres moyens de communications, et, en particulier, des systèmes de représentations utilisés en mathématiques.

– qu'il y a aussi un défi pédagogique et didactique puisqu'il ne suffit pas de permettre à des partenaires distants d'interagir de façon synchrone pour qu'ils collaborent et apprennent par cette collaboration.

Pour ce qui est du premier défi, il existe déjà des solutions technologiques grâce en particulier à des applications comme Tabulae Collaboratif[1], Geogebra[2] en géométrie ou Epsilon Writer[3] en algèbre. Tous ces environnements permettent l'édition et la manipulation à plusieurs mains distantes de mêmes objets (figures géométriques ou expressions algébriques). Pour ce qui est du deuxième défi, nous avons (BELLEMAIN, 2014) proposé une première grille d'analyse de tels environnements du point de vue du support qu'ils offrent à l'orchestration (TROUCHE, 2005) de situations d'apprentissage collaboratif. Dans ce texte, nous proposons d'avancer encore sur ce deuxième défi en proposant quelques pistes pour la conception et le développement de moyens informatiques qui permettraient à un enseignant d'élaborer et gérer des situations qui favorisent effectivement des processus d'apprentissage collaboratif en mathématiques. Dans cette étude, nous nous centrerons plus particulièrement sur l'apport conjoint des notions d'orchestration (ibid.) et de script (TCHOUNIKINE, 2008).

Pour mener à bien cette réflexion, qui se situe à l'intersection de questions technologiques informatiques et de questions théorico-méthodologiques d'enseignement, nous reprendrons quelques principes de l'ingénierie spécifique à la conception et au développement d'environnements informatiques éducatifs (TCHOUNIKINE, 2011; TIBURCIO, 2016).

Nous structurons donc notre réflexion de la façon suivante :

– Nous présenterons dans un premier temps, les questions d'ingénierie de logiciels éducatifs qui nous semble pertinente pour notre réflexion.

– Ensuite nous indiquerons quels sont nos choix méthodologiques pour le développement de supports informatiques à l'orchestration de l'apprentissage collaboratif en mathématiques.

[1] Moraes, 2006

[2] Stahl et al., 2010

[3] Nicaud e Mercat, 2012

– Puis nous discuterons les apports conjoints de l'orchestration instrumentale et des scripts à la spécification de ces supports, pour finir sur quelques considérations sur les prochaines étapes de nos recherches et développements.

INGÉNIERIE D'EIAH[4]

Comme pour toute technologie, concevoir et développer des supports informatiques pour l'enseignement des mathématiques exigent l'élaboration et la mise en œuvre d'une ingénierie spécifique dans laquelle il s'agit d'exploiter le dialogue entre la recherche (dans le sens de la compréhension et la modélisation de phénomènes d'apprentissage) et le développement (dans le sens de la création de technologies et applications). En fait, que ce soit pour la conception de matériels éducatifs en général, ou pour le développement de logiciel, nous défendons l'importance d'un travail d'ingénierie dans les recherches en éducation. En réalité, cette ingénierie spécifique est déjà réalisée, ne serait-ce qu'implicitement, depuis longtemps par le chercheur en éducation ou l'enseignant lorsqu'ils élaborent une situation ou une séquence d'expérimentation ou d'enseignement, un manuel scolaire, une formation, ou même un logiciel. Typiquement, l'Ingénierie Didactique (ARTIGUE, 1990), outil pour le chercheur, est un processus d'élaboration de situations et/ou séquences didactique à partir d'une analyse a priori mettant en œuvre ou à l'épreuve des résultats de recherche comme une compréhension des phénomènes didactiques in situ. De la complexité et richesse croissante des ressources matérielles, logicielles, intellectuelles pour l'enseignement-apprentissage, de l'augmentation du niveau d'abstraction des théories sur l'éducation, émerge plus encore la nécessité de formaliser les principes de cette ingénierie de dispositifs pédagogiques/didactiques.

En effet, l'augmentation de la complexité des ressources se traduit par une complexité accrue du rôle du professeur (TROUCHE, 2005), il s'agit donc de mieux le préparer à ce rôle. Or, il apparaît que, même s'il existe des dispositifs de formation destinés à préparer les professeurs à l'intégration de ces ressources dans leur enseignement, ces dispositifs sont souvent basés sur des stratégies de monstration (ibid.). Il nous semble nécessaire que les processus d'ingénierie sous-jacent à l'élaboration des diverses ressources, comme des situations ou séquences d'enseignement-apprentissage qui les mettent en œuvre, soient explicités et systématisés. Au delà de l'apport pour l'activité de l'enseignant, il nous semble que l'explicitation de cette ingénierie comme activité spécifique d'articulation entre principes

[4] Environnement Informatique d'Apprentissage Humain.

théoriques et méthodologiques et mises en œuvre pratique peut contribuer à dépasser les fréquentes difficultés de dialogue entre les chercheurs en didactique et les professeurs en classe.

Un deuxième argument à la nécessité de formaliser les principes de cette ingénierie vient du fait que les équipes qui la mettent en œuvre s'élargissent à de plus en plus de professionnels d'horizons différents. En plus des éducateurs, on pourra trouver des designers, informaticiens, linguistes, anthropologues, sociologues, etc. Et plus que la multiplicité des profils engagés dans une réalisation, c'est la façon dont les questions doivent souvent être abordées qui incite à construire une ingénierie spécifique puisqu'il ne s'agit pas de juxtaposer les compétences, mais de les articuler (CHEVALLARD, 1992). On peut ici prendre l'exemple de la transposition informatique (BALACHEFF, 1991) qui doit, en plus de la transposition didactique sous-jacente, considérer et intégrer les limites, les potentialités et les modes de représentations spécifiques de l'ordinateur dans la transformation des objets de savoir en objets à enseigner. Pour cette transposition, il s'agit d'articuler les domaines de mathématiques, de l'informatique, de la didactique, de la psychologie cognitive, etc.

Un troisième argument que nous dégageons ici est que le produit de l'ingénierie doit être suffisamment générique pour pouvoir être mise en œuvre par d'autres acteurs que ceux qui l'ont élaborée. La conception du produit doit anticiper sur sa mise en œuvre, cette conception doit donc être « calculée » dans cet objectif. C'est en particulier dans ce sens que Balacheff (1994) avait introduit l'idée de didactique computationnelle pour la conception d'EIAH : « *L'objet de la didactique computationnelle est l'étude des problèmes liés à la construction, à la mise en œuvre et au contrôle de processus didactiques représentés par des modèles symboliques calculables au sens du calcul par un dispositif informatique* » (ibid., p.4).

Pour revenir au cas plus spécifique de la conception et du développement de supports informatiques à l'enseignement et l'apprentissage, s'agissant de la production de technologie, on observe depuis longtemps et dès les débuts de l'informatique éducative (probablement vers la fin de la décennie 1940), l'émergence de principes théoriques et méthodologiques, puis d'une ingénierie spécifique (Educational Software Engineering - ESE) proposée par Galvis (1992), qui cherchent à intégrer les apports des recherches en éducation et le génie logiciel. Par exemple, même si leur compréhension de l'apprentissage est très largement et depuis longtemps mise en cause, les théories behavioristes fondent les premières propositions d'utilisation de l'ordinateur pour l'enseignement et l'apprentissage :

> Tous les auteurs du domaine s'accordent à dire que l'enseignement par ordinateur trouve ses racines dans l'enseignement programmé des années 1950-1970. Le niveau d'adéquation entre les théories behavioristes de Skinner et les possibilités techniques de l'ordinateur faisait en effet de celui-ci la « machine à enseigner » idéale. (REZEAU, 2002, p. 243).

On trouvera au long de l'histoire de l'informatique éducative d'autres exemples de logiciels, que l'on peut même considérer comme des succés du domaine par leur nombre d'utilisateurs, le nombre de publications ou d'événements à propos de leur conception ou utilisation, par leur longévité, ..., pour lesquels leurs auteurs revendiquent, pour leur conception, la prise en compte de principes théoriques et méthodologiques venant de théories de l'éducation. En se restreignant aux seules mathématiques, nous citerons, par exemple, la tortue LOGO ou les logiciels de géométrie dynamique (GD).

Aujourd'hui, la prise en compte des différentes dimensions en jeu dans la conception de supports informatiques pour l'enseignement en général, et des mathématiques en particulier, se traduit souvent par la formation d'équipes pluridisciplinaires pour que les questions qui émergent au cours de cette conception soient abordées par les spécialistes adéquats (BENITTI et al, 2005). Si la pluridisciplinarité de l'équipe de conception est une richesse, elle n'est pas suffisante pour garantir la qualité de ce qui est produit, même si elle est parfois utilisée comme un argument de «vente» :

> [...] situamos o processo de desenvolvimento do SE[5] no contexto de uma equipe multidisciplinar. Entretanto, a formação de uma equipe multidisciplinar não garante a qualidade de um software educativo. (SANTOS et al, 2010, p. 3)

Et en même temps qu'une richesse, elle peut aussi être un verrou à la conception:

> Le champ scientifique des EIAH et, en particulier, les questions relatives à la conception des EIAH, sont abordés par les différentes disciplines et champs scientifiques concernés (principalement: informatique, didactique, sciences de l'éducation et pédagogie, psychologie, ergonomie, sciences de la communication), au sein des disciplines, et parfois au sein d'un même projet, avec des points de vue extrêmement différents. Ceci est à la fois une richesse et, en l'état actuel, l'un des verrous du domaine. (TCHOUNIKINE, 2009, p.14)

Nous comprenons donc que pour la conception de logiciels éducatifs, plus que de former une équipe pluridisciplinaire, il est important d'établir l'ingénierie (ESE) qui doit être mise en oeuvre, la formation de l'équipe devenant une conséquence de cette mise en oeuvre. Plus que la pluridisciplinarité de l'équipe, c'est le caractère transdisciplinaire de l'articulation

[5] *Software* Educativo (Logiciel Educatif)

entre les principes théoriques et méthodologiques des différentes disciplines en jeu qui semble primordial pour la conception de supports informatiques à l'enseignement.

> La transdisciplinarité postule l'étude des objets dans leur complexité, en utilisant les cadres disciplinaires mais sans se limiter à ceux-ci. Cette hypothèse laisse le champ ouvert à la constitution d'un cadre théorique ou de connaissances propres si ceci s'avère nécessaire... (TCHOUNIKINE, 2009, p.17).

C'est, entre autre, ce caractère transdisciplinaire de ce que produit l'ESE qui conduit Tchounikine (2011, p.113) à la considérer comme un champ scientifique à part entière :

> « Educational Software Engineering is the scientific field the objective of which is to study the issues related to educational software design and implementation. It is concerned with the notions, methods, theories, techniques, technologies or lessons learned that may facilitate the design, implementation, evaluation or diffusion of CBPSs[6], educational software and pedagogical-setting support software… ».

Poursuivant dans cette compréhension de l'ESE, nous considérons que les succés de l'informatique éducative cités plus haut sont en partie dus au fait que des réponses appropriées et originales (que nous qualifierons de transdisciplinaires), intégrant des connaissances relatives aux contenus spécifiques (mathématiques), à l'éducation et à l'informatique ont été données aux questions posées par la conception de ces logiciels.

Revenant justement aux cas cités de LOGO ou des logiciels de GD, nous soulignerons deux points concernant l'ingénierie sous jacente à leur conception :

– L'«alchimie» qui a permis la création de ces logiciels n'est pas facilement explicitable en terme de principes et méthodes en particulier par le fait que les équipes de conceptions étaient constituées de chercheurs-développeurs possédant au moins une double compétence (mathématiques et informatique, didactique et informatique, psychologie et intelligence artificielle). L'alchimie évoquée est en grande partie implicite et les facteurs qui permettraient de la reproduire avec d'autres contenus et d'autres acteurs sont encore largement à déterminer. Ayant participer à la conception de Cabri-géomètre (BELLEMAIN, 1992), dans un autre texte, nous proposons de revisiter le processus d'ingénierie mis en oeuvre à la lumière de l'avancée des réflexions dans le cadre de l'ESE.

– Tous ces logiciels sont d'un type particulier : micromonde. Il ne s'agit pas par cette remarque de sous-estimer la complexité de leur conception, mais simplement de souligner que par un tel choix, l'ingénierie à mettre en oeuvre est assez différente de celle mise en oeuvre pour le développement d'un EIAH "complet" : *« Il y a alors EIAH si c'est*

[6] Computer Based Pedagogical Settings

le système « élargi » (l'artefact informatique, la situation pédagogique créée, les différents acteurs et leurs rôles) qui est considéré.» (TCHOUNIKINE, 2004, p.2). En effet, si l'on se réfère aux différentes caractérisations qui ont pu être données de micromonde (PAPERT, 1980; THOMPSON, 1987; LABORDE et LABORDE, 1991; BALACHEFF, 1999; BELLEMAIN, 2002), on notera que l'ingénierie pour la conception d'un tel logiciel se focalise surtout sur l'apport de l'ordinateur-calculateur (computer) à la représentation des connaissances en interne et aux interfaces, à l'interaction entre l'utilisateur et ces représentations et à la digitalisation de cette interaction. Les questions relatives à l'élaboration de situations riches en ressources informatiques, à l'orchestration, la reproductibilité, l'évaluation de ces situations ne sont pas traitées, ou tout au moins pas aussi centrales, dans l'ingénierie pour la conception d'un micromonde comme elles le seraient dans l'ingénierie d'un système élargi (EIAH) au sens de Tchounikine.

Nous aboutissons finalement à la question suivante :« quelle ingénierie pour l'articulation de quels principes théoriques et méthodologiques pour la conception de quels supports ? », à laquelle il nous semble important de répondre en préalable à la conception de supports informatiques pour l'enseignement des mathématiques.

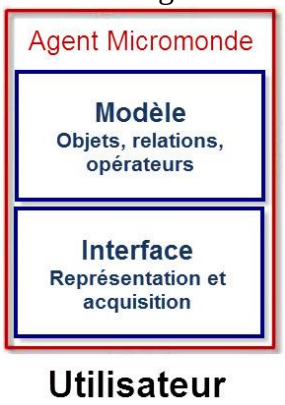
CHOIX MÉTHODOLOGIQUES

Quels types de supports informatiques ?

Nous considérons la notion de micromonde comme un axe important de nos recherches et développements, et ceci pour au moins deux raisons :

– La première est que, par un micromonde, on permet à l'apprenant d'effectuer l'activité mathématique relative à une situation dans le contexte informatique. Cela offre la possibilité, d'une part d'apporter un support à cette activité grâce, en particulier, à la conception de systèmes de représentations exploitant les possibilités graphiques et de calcul de l'ordinateur (c'est ce que l'on a avec la géométrie dynamique), et, d'autre part, de "digitaliser" cette activité pour la communiquer, la traiter, l'évaluer, etc. Comme extension du micromonde, nous avons proposé la notion d'agent micromonde (Figura 1) (BELLEMAIN, 2002) pour considérer le micromonde non pas comme un système autonome, mais comme élèment d'un système "élargi" (EIAH), échangeant avec celui-ci des informations sur l'activité de l'apprenant ou fournissant à l'apprenant un retour sur les possibles traitements fait à ces informations.

Figura 1– schéma d'un agent micromonde



– La deuxième est que dans la perspective de l'élaboration d'un EIAH, le micromonde n'est justement pas l'EIAH, mais intervient comme une ressource qui peut être combiné à d'autres dans le processus de construction et d'orchestration d'un EIAH. Cela permet,

- d'une part d'explorer, et modéliser, la construction flexible et "créative" par l'enseignant de situations d'enseignement-apprentissage exploitant l'activité mathématique avec le micromonde de différentes formes (exploration, découverte guidée, résolution de problème, simulation, explication, etc.).
- d'autre part d'envisager, du point de vue technique, la construction d'un EIAH de forme modulaire.

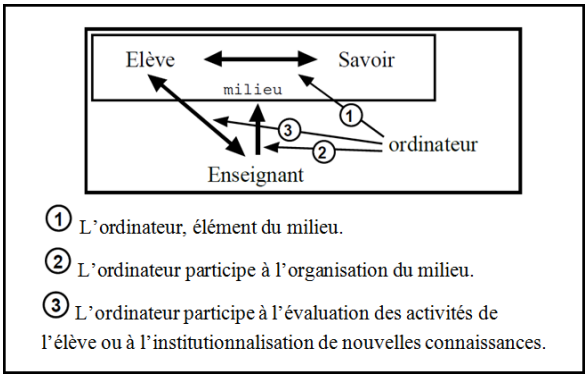
Nous avions proposé cette approche (Figura 2) (BELLEMAIN, 1992) à partir de notre compréhension du fonctionnement du système didactique de l'époque et considérant notamment le micromonde comme élément du milieu dans la perspective d'une exploitation didactique des interactions de l'apprenant avec ce milieu particulier. Différentes exploitations didactiques avaient d'ailleurs été explorées, modélisées et implémentées à partir de cette compréhension du micromonde (Cabri-géomètre dans ce cas précis) comme élément du milieu comme :

– Cabri-euclide (LUENGO, 1997), pour la construction de preuve, qui associe l'environnement d'édition et manipulation de figure géométrique de Cabri-géomètre à un module de calcul formel.

– TéléCabri (BALACHEFF, 1996 ; BALACHEFF & SOURY-LAVERGNE, 1996) qui intègre Cabri-géomètre à un environnement de communication permettant à un enseignant de suivre et intervenir sur l'activité de l'élève.

– Quelques calculatrices de Texas Instruments™ qui intègrent et font communiquer : Cabri-géomètre, un tableur, un système de calcul formel, un traceur, etc.

Figura **2** : Possibilités d'intervention de l'ordinateur dans le système didactique



En centrant l'activité mathématique vers l'agent micromonde, on peut concevoir que plusieurs utilisateurs distants puissent partager, y compris de façon synchrone, cette activité. C'est ce que proposent des environnements de géométrie dynamique comme GeoGebra[7], Tabulae colaborativo[8] ou CaRMetal[9]. Mais c'est parce que le partage distant et synchrone d'une même activité n'est pas une condition nécessaire, ni même suffisante, pour qu'il y ait collaboration et moins encore pour qu'il y ait apprentissage collaboratif, nous cherchons à concevoir un support informatique à la construction, la gestion et l'évaluation de situations intégrants des agents micromonde pour l'apprentissage collaboratif (CSCL).

Quels principes théoriques et méthodologiques?

Dans la perspective d'un développement modulaire, nous séparons, même s'il existe des besoins d'une ingénierie par rapport à l'autre, la conception de micromonde et la conception de supports informatiques à la construction, gestion et l'évaluation de situations pour l'apprentissage collaboratif, intégrants des agents micromonde.

Pour la conception de micromonde, nous avons exploré l'apport de Ingénierie Didactique (ARTIGUE, 1990) à l'ESE. Nous avons opté pour l'ingénierie didactique parce que:

– nous nous intéressons à l'enseignement des mathématiques et à la didactique des mathématiques comme modélisation de cet enseignement,

7: http://www.geogebra.org

8: http://www.limc.ufrj.br/site/projetos_tabulaecolaborativo.html

9: http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/

– nous voyons une approximation assez naturelle entre les deux ingénieries, même si c'est aussi le cas d'autres approches de la construction de situation ou séquence d'enseignement, comme le «*Design Experiments*»,

– nous y voyons, considérant le micromonde comme permettant à l'apprenant d'avoir une activité mathématique dans l'environnement informatique, un moyen, grâce notamment à l'analyse a priori, de caractériser cette activité pour qu'elle soit source de connaissance, et par là, produire des spécifications du micromonde.

Nous avons déjà à deux reprises exploré l'apport de l'ingénierie didactique à l'ESE. Dans les deux cas, dans la perspective transdisciplinaire, nous avons cherché à incorporer la dimension informatique dès le début de la mise en oeuvre de l'ingénierie didactique pour au mieux prendre en compte les possibles contributions de l'ordinateur et éviter d'aboutir à la simple digitalisation de situations construites pour un environnement classique papier-crayon. Nous avons cherché à mettre en oeuvre une Ingénierie Didactique Informatique.

Dans Soares (2014), nous reprenons une ingénierie didactique déjà faite pour la version papier-crayon d'un jeu autour des nombres rationnels : *Bingo dos racionais* (loto des rationnels) en proposant à chaque étape de cette ingénierie d'étudier les apports spécifiques de l'informatique en répondant, par exemple, aux questions : les variables didactiques de la version papier-crayon ont-elles du sens dans la version numérique ? Quelles nouvelles variables pourraient être introduites dans la version numérique ? Les valeurs possibles des variables didactiques de la version papier-crayon ont-elles du sens dans la version numérique ? Quelles nouvelles valeurs possibles des variables didactiques devraient être considérées dans la version numérique ?

Dans Tibúrcio (2016), nous proposons de construire l'ingénierie didactique en considérant explicitement la dimension informatique, en plus des dimensions épistémologique, cognitive et didactique des analyses préalables de l'ingénierie didactique. Nous proposons dans ce sens, une première systématisation de l'Ingénierie Didactique Informatique, qui est mise en oeuvre dans le cadre de la conception d'un micromonde permettant de proposer des activités à l'apprenant autour de la notion de taux de variation de fonctions réelles.

Les deux travaux ci-dessus ne portent pas sur des artefacts de même type, Soares s'intéresse à un jeu et Tibúrcio a un micromonde. Dans le cas de Soares, c'est une situation mathématique, celle du *Bingo dos racionais*, qui est l'objet d'une analyse a priori pour produire par l'ingénierie didactique des situations à proposer aux élèves. Dans le cas de

Tibúrcio, il s'agit de la production d'un micromonde mis à disposition de l'enseignant ou du chercheur afin qu'il produise des situations à proposer aux élèves et mettant en oeuvre le micromonde. Une partie significative de l'ingénierie didactique informatique proposée par Tibúrcio s'intéresse à la transposition informatique, ou plutôt transposition didactique informatique, pour laquelle il s'agit de déterminer un savoir à enseigner médiatisé à partir d'une réflexion aux dimensions, entre autres, épistémologique, cognitive, didactique et informatique, sur le savoir savant. Nous ne rentrerons pas plus en détail dans ce texte sur la mise en oeuvre de l'ingénierie didactique informatique et renvoyons le lecteur à Soares (2014) et Tibúrcio (2016).

Pour la mise en scène de micromondes dans le cadre de l'apprentissage collaboratif, nous proposons d'explorer les apports réciproques de l'orchestration instrumentale qui s'intéresse à la modélisation du travail (ingénierie) fait par l'enseignant pour l'élaboration et la mise en oeuvre de situations dans un contexte riche en ressources, et des scripts, scénarios pour l'apprentissage collaboratif.

Quelle ingénierie?

Pour ce qui est de l'ingénierie proprement dite au sens du génie logiciel, nous proposons une méthodologie hybride intégrant l'ingénierie des exigences (requirements engineering) et les méthodes agiles[10]. La première a pour but d'analyser l'apport des principes théoriques et méthodologiques des différentes approches théoriques en jeu dans l'ESE pour la production du cahier des charges de l'artefact ou EIAH dont l'élaboration est visée. La deuxième a pour but de favoriser la collaboration entre les différents membres de l'équipe de conception et développement.

Dans ce texte, nous nous restreindrons à aborder la question du support à l'orchestration de situations d'apprentissage collaboratif à distance en mathématiques incluant des micromondes.

10: Le manifeste agile, élaboré em 2001 par 17 spécialistes du développement informatique, caractérise des méthodes de développement informatique basée sur des cycles courts, s'opposant aux méthodes traditionnelles basées sur des cycles longs. Ce manifeste a établi 4 valeurs dont découlent 12 pricncipes : Les individus et leurs interactions plus que les processus et les outils, du logiciel qui fonctionne plus qu'une documentation exhaustive, la collaboration avec les clients plus que la négociation contractuelle, l'adaptation au changement plus que le suivi d'un plan (wikipedia: https://fr.wikipedia.org/wiki/Manifeste_agile).

ORCHESTRATION DE LA COLLABORATION

Ordinateurs et réseaux ont le potentiel de permettre des échanges sémantiquement riche entre différents partenaires distants : « *Unfortunately, this tantalizing potential is not yet at hand. Commercially available media do not support engagement. They are largely designed based on the individual transmission model: they allow individuals to access facts and to transmit opinions.*» (STAHL, 2006a, p.iv). Il apparaît que les plateformes développées pour l'enseignement à distance, bien que très nombreuses, n'offrent que peu de support à l'apprentissage collaboratif, particulièrement en mathématiques. Une compréhension insuffisante des besoins et de la complexité des interactions et processus en jeu dans la collaboration est probablement la cause d'une absence de moyens informatiques adaptés. En fait, « *Collaboration of the future will be more complex than just chatting - verbally or electronically - with a friend* » (STAHL, 2006b, p.1). « *It is a complicated process, sensitive to many factors and not predictable from any*» (STAHL, 2006a, p.iv) « *To go beyond this, we need to design technologies that can serve as mediators of person-to-person interaction that goes beyond superficial socializing and exchange of opinions to engagement in deep knowledge building.* » (ibid.).

On peut facilement concevoir que l'apprentissage collaboratif est aussi ancien que l'homo sapiens et ses capacités de tisser des relations sociales, d'abstraire et d'introspection. Si l'on peut faire remonter l'origine de l'apprentissage collaboratif aussi loin, c'est, selon certains auteurs (BAUDRIT, 2007) dans des courants de pensée relativement récents (20ème siècle) que l'on trouvera les fondements d'études visant à mieux en comprendre le fonctionnement ou en systématiser la mise en œuvre. Dillenbourg (1999, p.6) questionne notamment « *Still, the variety of uses of the word "learning" reflect two distinct understandings of 'collaborative learning': is it a pedagogical method or a psychological process?* » Dans le cadre de l'élaboration de moyens informatiques donnant un support à l'orchestration de situations d'apprentissage collaboratif, nous nous intéressons aux travaux dans ces deux directions, c'est-à-dire à ceux qui portent sur les moyens qui favorisent la collaboration et l'apprentissage collaboratif, et ceux qui portent sur l'analyse et l'évaluation de la collaboration et des apprentissages qu'elle permet.

Nous avons observé (BELLEMAIN, 2014) que les développements informatiques visant à apporter un support à l'apprentissage collaboratif en mathématiques s'intéressaient surtout à mettre à disposition des moyens qui permettaient aux apprenants distants de travailler «*ensemble et au même moment sur les mêmes objets*» (ibid., p.20). On comprend

l'intérêt des informaticiens pour cette question de partage et synchronisme d'une activité à distance par le défi technique qu'elle constitue et par le côté assez spectaculaire de voir une construction se faire à plusieurs mains distantes, comme c'est le cas d'un texte avec Etherpad[11] ou d'une figure de géométrie avec *GeoGebra*, *Tabulae colaborativo* ou *CaRMetal*. Si les propositions techniques de solution à cette question de partage et synchronisme constituent une avancée significative pour l'élaboration de supports informatiques à l'apprentissage collaboratif en mathématiques, il n'en reste pas moins que la collaboration est «*more complex than just chatting - verbally or electronically*» (STAHL, 2006b, p.1) ou même en utilisant différents languages ou systèmes de représentation.

Pour mieux comprendre comment organiser dans l'environnement informatique des activités qui favorisent la collaboration et l'apprentissage collaboratif en mathématiques utilisant les environnements cités ci-dessus, nous en avons proposé une grille d'analyse considérant dans une dimension, des éléments issus de l'orchestration instrumentale (TROUCHE, 2005 ; DRIJVERS et al, 2010) comme configuration didactique initiale, mode d'exploitation et performance didactique, et des éléments des macro-script (TCHOUNIKINE, 2008): participant, groupe, rôle, ressource, activité, et dans une autre, la possibilité de caractériser les activités comme privées, d'échange ou partagées (**Tableau** 1).

Tableau **1** : Grille d'analyse des environnements de géométrie dynamique collaboratifs (BELLEMAIN, 2014, p.27)

	Espace	Privé	D'échanges	Partagé
Config.	Interactions		Publier Synchrone	Publier Synchrone Concurrent
Exploitation	Composition	Élève Binôme Groupe	Classe entière, groupe, ouvert Composition préalable/dynamique	
	Rôle		Observateur Auteur	Observateur Intervenant (niveau)
Perf.	Modération		Elève Ordinateur Professeur	

L'élaboration de cette grille a le double objectif, d'une part d'analyser les formes de collaboration offertes par les environnements cités, d'autre part d'effectuer un inventaire des variables intervenant dans l'élaboration et la gestion de situations collaboratives. En particulier, Sobreira (2014), à partir de Kobbe (2005), dégage que, pour l'élaboration de situations pour l'apprentissage collaboratif, doit être défini : «*a standard set of CSCL notions,*

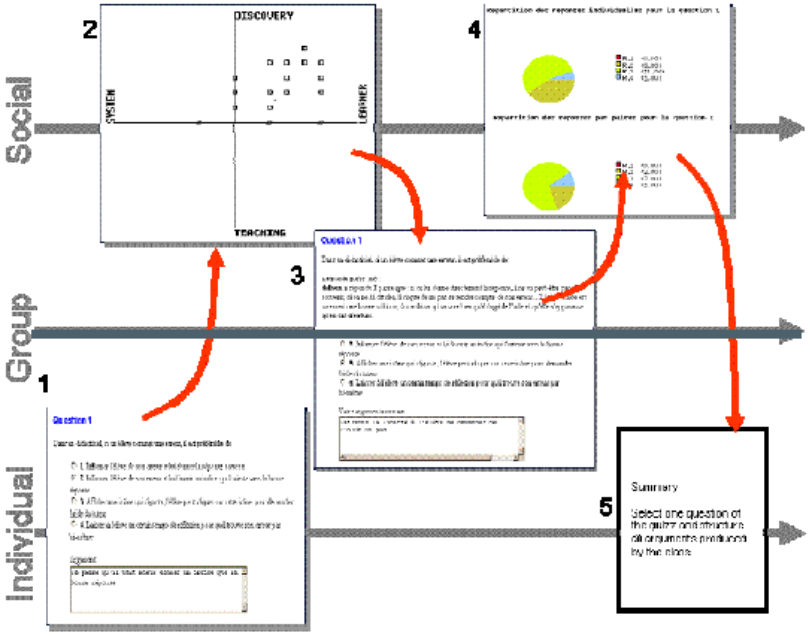
11: etherpad.org

i.e., "activity", "group", "participant", "resource" and "role"». Nous proposons donc d'ajouter à ces notions, la forme de partage de l'espace de travail qui peut prendre les valeurs : privée, publiée ou partagée et le mode d'interaction dans cet espace qui peut prendre les valeurs : publié, synchrone ou concurrent :

> - L'espace de travail (ou la nature sociale de l'activité) qui peut être:
> • privé et accessible que sur le poste de travail d'un utilisateurx,
> • d'échanges, c'est-à-dire que le travail d'un utilisateur peut-être vu par les autres, mais ils ne peuvent pas modifier ce travail,
> • partagé, c'est-à-dire que plusieurs utilisateurs (un groupe, une classe, etc) travaillent ensembles sur le même document (texte, figure, etc.).
> - Le mode des interactions (synchronisme des interactions), l'activité de l'utilisateur étant, suivant que l'espace soit d'échange ou partagé:
> • Publier par l'utilisateur au moment où il le décide (instantané d'une production),
> • Synchrone : Publier en continue par l'environnement, mais sans que tous les utilisateurs puissent intervenir en même temps (avec prise de contrôle),
> • Concurrent : Publiée en continue par l'environnement, tous les utilisateurs pouvant intervenir en même temps (sans prise de contrôle).
>
> (BELLEMAIN, 2014, p.27)

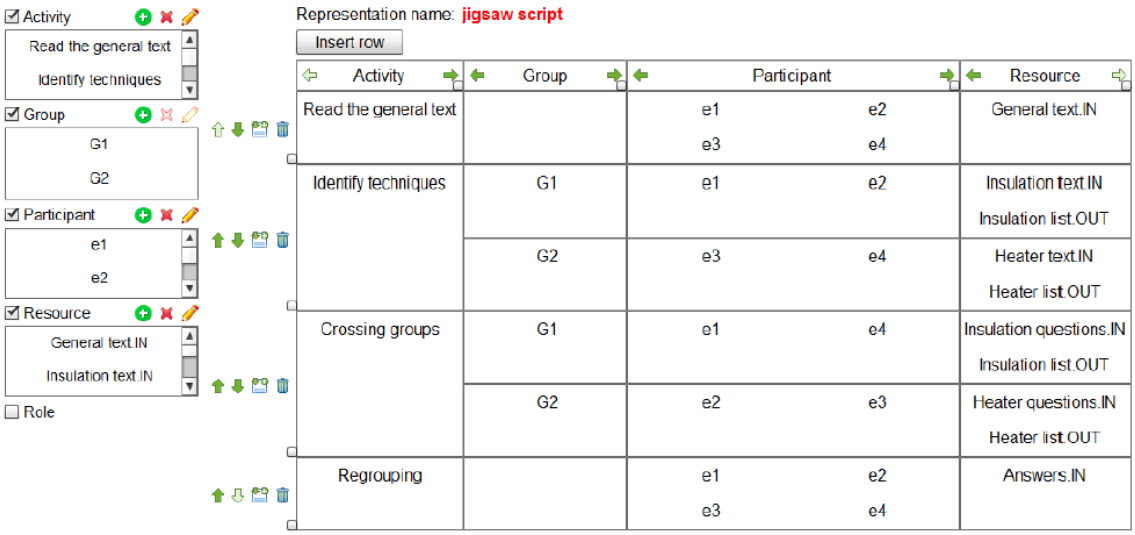
Justement parce que la collaboration est «*more complex than just chatting - verbally or electronically*» (STAHL, 2006b, p.1), une partie des travaux sur le CSCL s'intéresse à la notion de script (KOBBE, 2005; DILLENBOURG & TCHOUNIKINE, 2007; DILLENBOURG & HONG, 2008), à un niveau macro : macro-script, spécifiant alors des modèles de scénarios favorisant l'apprentissage collaboratif, et à un niveau plus fin, des micro-scripts : spécifiant des schémas d'interaction entre participants d'une collaboration. Nous nous intéressons dans ce texte plus particulièrement aux macro-scripts qui nous paraissent comme des modèles d'orchestration pour la collaboration. Nous inspirant des scripts "Argue Graph" de Jerman & Dillenbourg (1999), "Concept grid" de Dillenbourg (2002), ou des travaux plus récents de Sobreira (2014), nous comprenons un script comme une suite "préformatée" de définition de phases caractérisées par des quintuplets (activité, groupe, participant, ressource, rôle) (**Figure** 3).

Figure **3**: The ArgueGraph script (DILLENBOURG; TCHOUNIKINE, 2007, p.3)



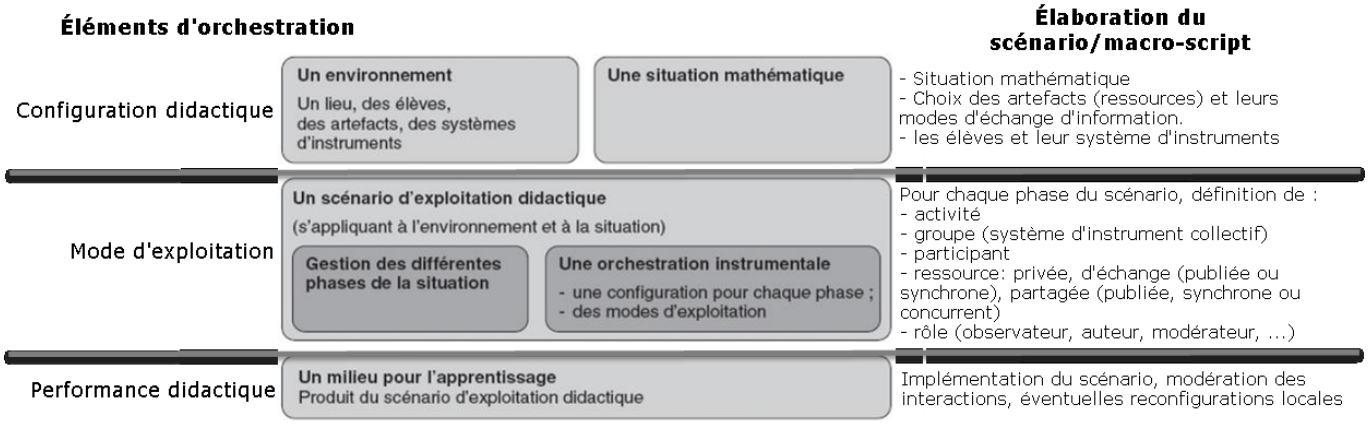
Dillenbourg (ibid.) ou Dillenbourg & Tchounikine (ibid.) mettent en évidence l'importance de la flexibilité dans l'élaboration de macro-scripts pour permettre l'adaptation du script à son contexte de mise en oeuvre. Mais pour conserver le potentiel du script de favoriser la collaboration, ils (ibid.) proposent un encadrement de cette flexibilité à travers des contraintes internes (*Intrinsic constraints*) de modifications du script et externes (*Extrinsic constraints*) de choix de valeurs de variables (choix des ressources, choix des groupes, etc.) de mise en oeuvre du script. Sobreira (ibid.) conçoit et développe un système : T²/ediT2 (Figure 4) d'édition de scripts (et plus généralement de scénarios) où les différents éléments des quintuplets (activité, groupe, participant, ressource, rôle) peuvent être spécifiés dans un ordre choisi par celui qui édite le script, produisant par combinaison de nombreuses options de scénarios effectifs.

Figure 4: Interface générale de ediT2 (SOBREIRA, 2014, p.45)



Nous comprenons cette nécessité de flexibilité dans l'élaboration et mise en oeuvre des macro-scripts comme la nécessité d'un espace réservé à l'action de l'enseignant, non seulement pour effectivement adapter le script à son contexte de mise en oeuvre, mais aussi pour le modifier relativement à d'éventuels dysfonctionnements. Cet espace de liberté est un espace dans lequel l'enseignant doit mettre en oeuvre son ingénierie et nous proposons d'aborder cette ingénierie du point de vue de l'orchestration instrumentale (TROUCHE, 2005), en en croisant les apports avec ceux de l'approche de l'apprentissage collaboratif par les macro-scripts. Nous aboutissons en particulier à la proposition de description d'éléments d'un système de définition de macro-scripts pour l'apprentissage collaboratif en mathématiques (**Figure** 5).

Figure **5** : Orchestration Instrumentale de macro-scripts, inspiré deTrouche (2007, p.31)



Les principes théoriques et méthodologiques élaborés ci-dessus non pas encore été mis en oeuvre dans des réalisations concrètes, que ce soit:

- sous la forme d'expérimentations validant, ou plus simplement testant, au moins sous une forme simulée, la systématique de description d'orchestrations de situations collaboratives pour l'apprentissage de notions mathématiques,
- ou sous la forme de supports informatiques à la mise en oeuvre effective de cette systématique dans la construction de telles situations d'apprentissage collaboratif.

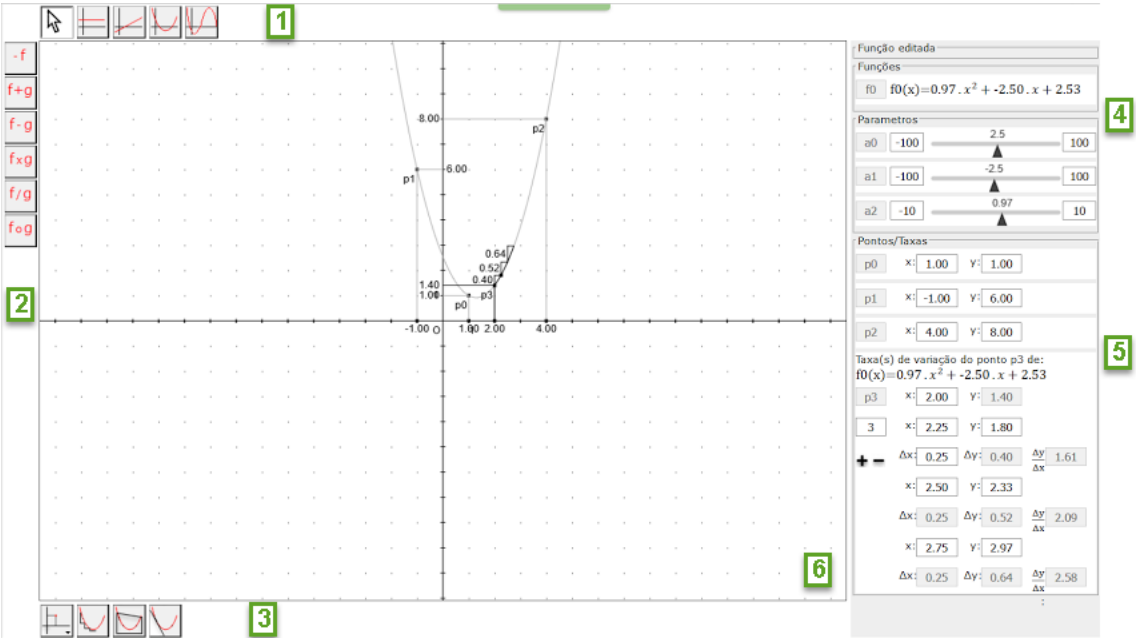
Quoiqu'il en soit, comme pour la validation d'une séquence didactique construite selon les principes de l'ingénierie didactique par exemple, pour valider une telle proposition, plusieurs niveaux ou domaines de validation sont nécessaires. En effet, de la même façon que pour valider une séquence didactique, on peut regarder les apprentissages qu'elle favorise, ou évaluer la méthode d'élaboration de la séquence, pour valider un produit EIAH pour l'apprentissage collaboratif en mathématique résultat d'une ingénierie de logiciel éducatif intégrant les méthodes de plusieurs domaines, on peut aussi s'intéresser à la validation du processus d'élaboration, à la validation technique, à la validation théorique (par des spécialistes des domaines concernés), à la validation en laboratoire (avec des enseignants et élèves choisis), à la validation dans des conditions normales (enseignants et élèves non choisis), des supports informatiques élaborés.

CONSIDÉRATIONS

La réflexion présentée ici est évidemment, comme toute recherche, en cours et l'instantané de ce texte est déjà en deçà par rapport à quelques avancées effectuées sur les questions qu'il aborde et depuis son écriture. L'EIAH dont la construction est visée est complexe, et, nous venons de l'évoquer, d'une validation tout aussi complexe, et si la systématique de son élaboration n'a pas été validée sous les formes décrites ci-dessus, un processus de validation a quand même commencé essentiellement dans deux directions :

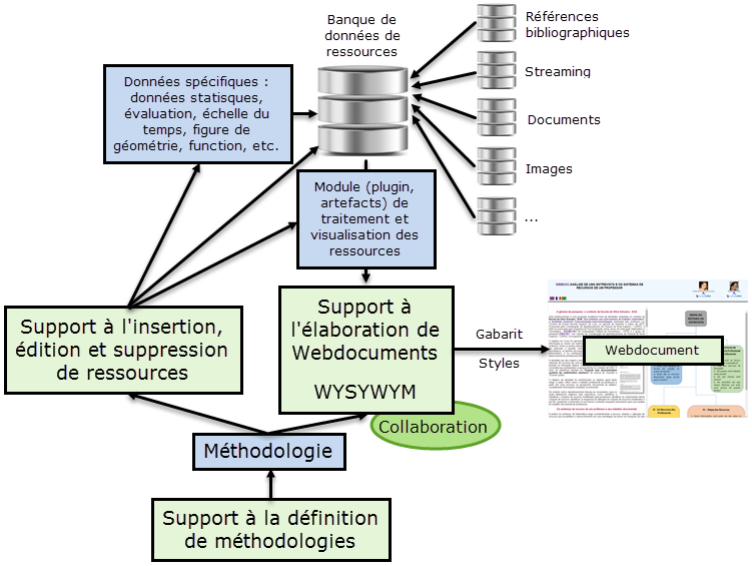
– une première concerne la production de ressources (conforme à la méthodologie proposée) donnant un support à l'activité mathématique dans l'environnement informatique, plus particulièrement la production de micromonde. Les travaux de TIBURCIO (2016) et DA SILVA (2016) ont en particulier abouti à la conception et développement d'un artefact pour l'élaboration de situations (privée, d'échange ou partagé) autour du concept de fonction (**Figure** 6), et la validation partielle de cet artefact dans l'élaboration de premières situations d'apprentissage l'intégrant.

Figure **6**: Copie d'écran du prototype actuel du micromonde function (TIBURCIO, 2016, p.111)



– une deuxième concerne la spécification d'un système pour l'élaboration et la mise en oeuvre de scénarios dans l'environnement informatique basé sur l'édition de Webdocument, spécification intégrant d'une part les réflexions présentées dans de ce texte et d'autre part des réflexions venant de l'ingénierie des connaissances (BACHIMONT, 2007) (**Figure** 7).

Figure **7** : schéma conceptuel du système d'élaboration de webdocuments (PREM, 2015)



Les travaux en cours présentés ici feront l'objet d'autres textes présentant les différentes avancées du groupe LEMATEC sur les questions abordées.

REFÉRENCES

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 9, n. 3., p. 281-308, 1990.

BACHIMONT, B. **Ingénierie des connaissances et des contenus** : Le numérique entre ontologies et documents. Paris: Hermes Science Publications, 2007.

BALACHEFF, N. Apprendre la preuve. In: SALLANTIN, J.; SZCZECINIARZ, J. J. (Editors). **La preuve à la lumière de l'intelligence artificielle**. Paris: PUF, 1999.

BALACHEFF, N.; SOURY-LAVERGNE, S. Explication et préceptorat. In : BARON M. (ed.). **Explication et EIAO** Rap. LAFORIA 96/33. Paris: Uni. Blaise Pascal. 1996, p. 37-50.

BALACHEFF, N. TéléCabri, Un environnement pour le préceptorat à distance. **Enseignement et formation a distance**, multimédia (pp.43-51). Fondation Sophia Antipolis, 1996

BALACHEFF, N. **Didactique computationnelle**, évocation d'un projet de recherche. RR 94-07. Rennes: IRMAR, 1994

BALACHEFF, N. Contribution de la didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO. In: BELLISSANT, C. (ed.) **Actes des XIII Journées francophones sur l'informatique**. Grenoble: IMAG & Université de Genève, 1991, p. 9-38.

BAUDRIT, A. **L'apprentissage collaboratif** : Plus qu'une méthode collective ? Bruxelles: De Boeck, 2007.

BELLEMAIN, F. Analyse d'environnements de geometrie dynamique collaborative du point de vue de l'orchestration instrumental. **Nuances**: estudos sobre Educação, Presidente Prudente-SP, v. 21, n. 2, p. 16-32, mai./ago. 2014

BELLEMAIN, F. Microworld agent: creating interface for specific object manipulation in multimedia systems. **EARLI SIG** Meeting on "multimedia comprehension", 29 a 31 août, Poitiers (France), p. 41-43, 2002.

BENITTI, F. B. V.; SEARA, E. F. R.; SCHLINDWEIN, L. M. Processo de Desenvolvimento de Software Educacional: Proposta e Experimentação. **Revista Novas Tecnologias na Educação**. CINTED, UFRGS v. 3 n. 1, Maio, 2005.

CHEVALLARD, Y. Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques. In: CORNU, B. **L'ordinateur pour enseigner les mathématiques.** PUF, 1992, p. 183-203.

DILLENBOURG, P.; HONG, F. The Mechanics of Macro Scripts. **International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning**. V. 3, n. 1, p. 5-23, 2008.

DILLENBOURG, P.; TCHOUNIKINE, P. Flexibility in macro-scripts for CSCL. **Journal of Computer Assisted Learning**, v. 23, n. 1, p. 1-13, 2007.

DILLENBOURG, P. Over-scripting CSCL: The risks of blending collaborative learning with instructional design. In: KIRSCHNER, P. A. (Ed). **Three worlds of CSCL**. Can we support CSCL, pp. 61-91, Heerlen, Open Universiteit Nederland, 2002.

DILLENBOURG, P. Introduction: What do you mean by "Collaborative Learning"? In: _____ (Org.). **Collaborative learning**: cognitive and computational approaches. Oxford: Elsevier, 1999. p. 1-19.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVEMEIJER, K. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.

GALVIS, A. H. **Ingeniería de Software Educativo**. Santafé de Bogotá: Ediciones Uniandes, 1992.

JERMANN, P.; DILLENBOURG, P.; BROUZE, J. C. Dialectics for collective activities: An approach to virtual campus design. In: LAJOIE, S. P.; VIVET, M. (Eds**.). Artificial Intelligence in Education**. IOS Press, 1999, 570-577.

KOBBE, L. Framework on multiple goal dimensions for computer-supported scripts. Kaleidoscope Network of Excellence deliverable D29.2.1. **Rapport de recherché**, 2005.

LABORDE, J. M.; LABORDE, C. Micromondes intelligents et environnement d'apprentissage. In: BELLISSANT, C. (ed.) **Actes des XIII Journées francophones sur l'informatique**, Grenoble: IMAG & Université de Genève, 1991. p. 57-177.

LUENGO, V. **Cabri-Euclide**: un micromonde de preuve intégrant la réfutation. Principes didactiques et informatiques. Réalisation. 1997. Thèse. Grenoble: Université Joseph Fourier, 1997

MORAES, T. G. **Um modelo para colaboração síncrona em geometria dinâmica**. 2006. Tese (Instituto de Matemática e Núcleo de Computação Eletrônica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.

NICAUD, J. F.; MERCAT, C. Algèbre dynamique, glisser-déposer par équivalence. **Actes** des Journées mathématiques de l'Institut Français de l'Éducation (ENS de Lyon), 2012.

PAPERT, S. **Mindstorms**: children, computers and powerful ideas. New York: Basic Books, 1980.

PREM. **Os professores e os recursos em matemática**: concepção, uso, compartilhamento, avaliação e evolução, projet CAPES-COFECUB soumis en octobre 2015 à l'appel d'offre: CAPES/COFECUB, projetos 2015.

REZEAU, J. **Médiatisation et médiation pédagogique dans un environnement multimédia.** Thèse: Bordeaux, 2001.

SANTOS, G. L.; SOUZA, A. M. de; MUNIZ, C. A. Hércules e Jiló no Mundo da Matemática: Pesquisa e desenvolvimento de um software educativo para apoio à virtualização de situações de educação inclusiva. In: SANTOS, Gilberto Lacerda; ANDRADE, Jaqueline Barbosa Ferraz de (Orgs.). **Virtualizando a Escola**: Migrações docentes rumo à sala de aula virtual. Brasília: Liber Livro, 2010. p. 113-154.

DA SILVA, C. T. J. **A engenharia didático-informática na prototipação de um software para abordar o conceito de taxa de variação**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE, Recife, 2016.

SOARES, C. R. **Princípios da engenharia de Software educativo com base na engenharia didática**: uma prototipação do Bingo dos Racionais. 2014. 111p. Dissertação (Mestrado em Educação matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE, Recife, 2014.

SOBREIRA, P. L. **T2/ediT2**: a flexible and easy-to-use model/system for editing and operationalizing learning scenarios. Thèse: Université de Grenoble, 2014.

STAHL, G.; OU, J. X.; CAKIR, M. P.; WEIMAR, S.; GOGGINS, S. Multi-user support for virtual geogebra teams. In: NORTH AMERICAN GEOGEBRA CONFERENCE, 1., 2010,

Ithaca, NY. **Proceedings...** Disponível em: http://GerryStahl.net/pub/geogebrana2010c.pdf. Acesso em: 02 maio 2013.

STAHL, G. Preface: Engaging with engaged learning. In: HUNG, D.; KHINE, M. S. (orgs.). **Engaged learning with emerging technologies**. Springer, p. 5, 2006a.

STAHL, G. **Group Cognition**: Computer Support for Building Collaborative Knowledge. MIT Press, 2006b.

TCHOUNIKINE, P. **Computer Science and Educational Software Design**: a resource for multidisciplinary work in technology enhanced learning. Berlin: Springer, 2011.

TCHOUNIKINE, P. **Précis de recherche de Ingénierie des EIAH**. 2009. Disponível em: http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/41/36/94/PDF/PrecisV1.pdf.

TCHOUNIKINE, P. Operationalizing macro-scripts in CSCL technological settings. **International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning**, New York, v. 3, n. 2, p. 193-233, 2008.

TCHOUNIKINE, P. Platon-1 quelques Dimensions pour l'analyse des travaux de recherche en conception d'EIAH. Rapport de l'Action Spécifique. Fondements théorique set méthodologiques de la conception des EIAH. Département STIC du CNRS. 2004. 19p.

TIBURCIO, R. S. **Processo de desenvolvimento de software educativo**: um estudo da prototipação de um software para o ensino de função. 2016. 110 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE, Recife, 2016.

THOMPSON, P. W. Mathematical microworlds and intelligent computer-assisted instruction. In: KEARSLEY, G. (ed.). **Artificial Intelligence & Instruction, applications and methods**. Addilson Wesley, 1987, 83-109.

TROUCHE, L. Environnements informatisés d'apprentissage: quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques? In: FLORIS, R.; CONNE, F. (dir.). **Environnements informatiques**, enjeux pour l'enseignement des mathématiques. Bruxelles: De Boeck, 2007, p. 19-38.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations. **Recherches en Didactique des mathématiques**, Grenoble, 25/1, p. 91-138, 2005.