





# IDONEIDADE COGNITIVO-AFETIVA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DE UMA HISTÓRIA EM QUADRINHOS

Cognitive-affective adequacy of a didactic sequence for the construction of the concept of trigonometric ratios through a comic

#### Danilo Monteiro de Vasconcelos

Mestre em Educação em Ciências e Matemática Universidade Federal de Pernambuco/CAA – PE – Brasil dannilomont@gmail.com

#### José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Doutor em Educação Matemática Universidade Federal de Pernambuco/CAA – PE – Brasil ivanfcar@hotmail.com

### Resumo

Apresentamos neste artigo uma discussão sobre os componentes cognitivo e afetivo de um processo de ensino e aprendizagem do objeto matemático razões trigonométricas por meio de uma história em quadrinhos. A sequência didática foi vivenciada com 20 estudantes do 1º ano do Ensino Médio em uma escola pública de Pernambuco – Brasil. Como marco teórico, utilizamos o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática e as dimensões de idoneidade didática subjacentes a esta teoria. Para análise dos componentes cognitivo e afetivo, aplicamos as ferramentas de análise cognitiva e afetiva. Os resultados apontam que os estudantes apresentam conflitos cognitivos no que concerne ao uso de instrumentos de medição e no estabelecimento das razões de semelhança. A sequência didática, juntamente com a história em quadrinhos, permitiu o avanço progressivo pelos estudantes através de compreensões conceituais e proposicionais (semelhança, razões de semelhança, ângulos, teorema de Pitágoras no triângulo retângulo e as razões trigonométricas), procedimentais (regra de três, divisão, racionalização e medição), além de competências comunicativa, argumentativa e, levemente, metacognitiva. E concernente ao componente afetivo, perceberam-se engajamento e participação nas atividades, bem como na interação com os componentes da história em quadrinhos.

**Palavras-Chave:** Histórias em quadrinhos. Razões trigonométricas. Enfoque Ontossemiótico. Idoneidade cognitiva. Idoneidade afetiva.

## **Abstract**

We present in this article a discussion about the cognitive and affective components of a process of teaching and learning the mathematical object trigonometric ratios through a comic.

The didactic sequence was experienced with 20 students of the 1st grade of the High School in a public school in Pernambuco - Brazil. As a theoretical framework, we use the Onto-semiotic Approach to Knowledge and Mathematical Instruction and the dimensions of didactic adequacy underlying this theory. For the analysis of the cognitive and affective components, we apply the tools of cognitive and affective analysis. The results show that students present cognitive conflicts regarding measuring instruments and the establishment of similarity The didactic sequence, along with the comics, allowed the students to progress through conceptual and propositional understandings (similarity, similarity ratios, angles, Pythagorean theorem in the rectangle triangle and trigonometric ratios), procedural (rule of three, division, rationalization and measurement), besides communicative, argumentative and, slightly, metacognitive competences. Concerning the affective component, it was noticed an engagement and participation in the activities, as well as in the interaction with the components of the comic.

**Keywords:** Comics, Trigonometric ratios, Onto-semiotic approach, Cognitive adequacy, Affective adequacy.

# Introdução

Ao tratarmos do ensino e aprendizagem da matemática, devemos ter em mente sua pluralidade, sua estrutura, bem como os componentes envolvidos de forma dinâmica na construção de um conceito matemático e sua respectiva aprendizagem: a relação docente-discente, as dificuldades emergentes, assim como os recursos e as estratégias utilizadas. No campo da Educação Matemática, existe uma necessidade de se discutir e articular aspectos de caráter ontológico – que diz respeito à natureza dos objetos matemáticos -; epistemológico – referente ao conhecimento matemático e suas estruturas -; e instrucional – processos organizados de ensino e aprendizagem (GODINO; BATANERO; FONT, 2008).

Buscando encontrar meios para uma melhor relação com o conhecimento matemático a ser construído, em nosso caso as razões trigonométricas e noções associadas, pensamos na inclusão de recursos que possam contribuir para a construção do conhecimento, quebrar um pouco as barreiras que se levantam na relação professor-aluno e na própria relação com o conhecimento, além de subsidiar o desenvolvimento conceitual dos estudantes. Refletimos, então, na inserção das histórias em quadrinhos (HQ) como recurso didático para as aulas de Matemática.

As histórias em quadrinhos são um meio de entretenimento na vida das crianças, jovens e adultos, com uma linguagem distinta dos textos escritos. Sua inserção no meio educacional permite discutir variados temas, sendo comum em situações de charges e tirinhas (Garfield, Calvin e Haroldo) conceitos científicos serem apresentados. O professor pode utilizar HQ para compreender o que o estudante carrega de noções sobre o conteúdo, quanto para levá-lo à construção do conhecimento científico. Em Matemática, a apresentação de

contextos que permitam trabalhar os conceitos pode fazer surgir situações-problema que servem como "pano de fundo" para o trabalho com os alunos. Os estudantes podem se sentir mais motivados a participar de atividades didáticas quando se apresentam recursos que lhes são familiares, seja uma história em quadrinhos, um filme, um jogo ou algum aparato tecnológico.

Pensando em todos estes aspectos, surgem-nos questionamentos como: É possível desenvolver um processo de ensino e aprendizagem com o uso de HQ? Quais os entraves que surgem neste processo? Como se articulam os componentes que estão presentes na construção de um conhecimento matemático por meio de uma história em quadrinhos? Estes problemas demonstram a necessidade de domínio e clareza dos aspectos que formam o processo de ensino, bem como de ter em mãos ferramentas teórico-metodológicas para sua viabilização. Nesta pesquisa, fazemos uso do sistema teórico proposto por Godino e colaboradores (GODINO, 2003; GODINO; BATANERO; FONT, 2008), que aponta um olhar para a Educação Matemática, articulando aspectos de caráter ontológico, epistemológico e instrucional.

Este texto é um recorte de uma pesquisa maior, cuja questão norteadora foi: *Como se desenvolvem as relações epistêmico-ecológica, instrucional e cognitivo-afetiva em um processo de ensino e aprendizagem das razões trigonométricas com o uso de histórias em quadrinhos?* Para isto, se investigou o desenvolvimento de uma sequência didática para o ensino e aprendizagem do conceito de razões trigonométricas pelo uso de HQ em uma turma de 1º ano do Ensino Médio. No entanto, neste texto, iremos nos debruçar apenas sobre a idoneidade didática dos componentes cognitivo e afetivo da sequência implementada.

# Marco Teórico

O Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS) propõe uma articulação entre as facetas institucionais e pessoais do conhecimento matemático, bem como pressupostos pragmáticos e realistas sobre os significados dos objetos matemáticos. É discutida a necessidade de uma unificação para a instrução matemática em um modelo ontológico e semiótico (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Sobre isso, Godino e colaboradores afirmam que

O modelo ontológico e semiótico da cognição proporciona critérios para identificar os estados possíveis das trajetórias epistêmica e cognitiva e o emprego da "negociação de significados" como noção chave para a gestão das trajetórias

didáticas. A aprendizagem matemática é concebida como o resultado dos padrões de interação entre os distintos componentes de tais trajetórias (p. 11).

Esse modelo busca uma compreensão da diversidade de aproximações teóricas que estão em desenvolvimento na Educação Matemática, permitindo o aprofundamento em um programa de investigação destas trajetórias e padrões.

Os autores trazem a visão de *objeto matemático* como sendo qualquer entidade, real ou imaginária, que intervém de algum modo na atividade matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 12). Concerne frisar que eles conectam a este conceito os significados institucionais e pessoais. Os significados institucionais perpassam os sistemas de práticas utilizados pelos docentes (na implementação, avaliação ou pretensões em um processo de estudo) ou que fazem parte de um significado holístico de um objeto matemático dentro de uma instituição. Já os pessoais são propostos como um sistema de práticas pessoais de um indivíduo em relação a um objeto matemático (global), práticas expressadas por meio de avaliações (declarado), ou que está em conformidade com o significado institucional (atingido) (GODINO, 2003).

Ao estabelecerem a relação entre os significados institucionais e os pessoais, Godino e cols. mostram que a aprendizagem dos estudantes se dá em sua apropriação dos significados institucionais a partir da participação na comunidade de práticas que possuem tais significados. Existe um acoplamento entre os dois tipos de significados, no entanto, o institucional deve prevalecer, já que é o objetivo desta relação.

No que diz respeito aos significados e às possíveis disparidades entre eles, temos a noção de *conflito semiótico*. Um conflito semiótico é toda discordância entre os significados atribuídos a uma expressão por dois sujeitos (instituições ou pessoas). No caso de um trabalho com estudantes, os conflitos surgem nas dificuldades que eles apresentam para a apropriação dos conceitos, nos procedimentos, na relação com o professor ou outros alunos, assim como na interação com os recursos didáticos disponíveis e propostos pelo docente.

Se a disparidade se produz entre significados institucionais, falamos de conflitos semióticos do tipo epistêmico, enquanto se a disparidade se produz entre práticas que formam o significado pessoal de um mesmo sujeito, nós os designamos como conflitos semióticos do tipo cognitivo. Quando a disparidade se produz entre as práticas (discursivas e operativas) de dois sujeitos diferentes em interação comunicativa (por exemplo, aluno-aluno ou aluno-professor) falaremos de conflitos (semióticos) interacionais (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 23).

Nesse sentido, percebemos três categorias de conflitos que podem surgir: epistêmico, cognitivo e interacional. Tendo isso em mente, é possível articular as estratégias, buscando equilibrar na trajetória didática a identificação e solução dos conflitos semióticos.

A partir dessas noções teóricas, é mister articular de maneira coerente as ações e os componentes do processo de instrução. Para tanto, surge a noção de *idoneidade ou adequação didática*, ferramenta que permite a reflexão sobre uma didática que se orienta para uma intervenção efetiva em sala de aula. Esta ferramenta se subdivide em seis componentes ou facetas, que formam a visão geral para um processo de instrução: faceta epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica. A seguir, temos uma breve descrição de cada componente.

- Idoneidade epistêmica: refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados, de acordo com o significado que se tem como referência. Como exemplo: o ensino de volume de poliedros pode ser limitado à aprendizagem das fórmulas e suas aplicações nos respectivos sólidos (baixa adequação/idoneidade), ou pode considerar a justificativa de tais fórmulas e os diferentes tipos de situações que incluem a ideia de volume (alta adequação).
- Idoneidade cognitiva: revela o grau de proximidade dos significados pessoais atingidos pelos alunos aos significados pretendidos/implementados. Em geometria, no estudo dos triângulos por exemplo, um processo de ensino e aprendizagem com alto grau de idoneidade cognitiva seria obtido pelo estudo das propriedades dos triângulos no que concerne aos ângulos e/ou lados, partindo-se dos conhecimentos dos estudantes sobre figuras planas e realizando atividades que desenvolvam a argumentação e generalização de propriedades.
- Idoneidade interacional: este componente refere-se às trajetórias didáticas implementadas as quais devem permitir identificar os conflitos semióticos potenciais e resolver aqueles que forem produzidos durante as abordagens, levando em conta as dificuldades dos estudantes e o trabalho com organizadores prévios.
- Idoneidade mediacional: refere-se ao grau de adequação e disponibilidade dos recursos temporais e materiais importantes para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, considerando os recursos que agenciem os estudantes no processo e refletindo sobre o tempo disponível para sua realização.
- Idoneidade emocional/afetiva: grau de interesse/motivação dos estudantes no processo de estudo. Esta idoneidade está relacionada tanto à própria instituição e aos

fatores que esta engendra quanto ao aluno e sua trajetória escolar. Utilizar situaçõesproblemas que sejam de interesse dos estudantes ou recursos didáticos que lhes sejam familiares poderão ter alta idoneidade afetiva.

Idoneidade ecológica: esta adequação refere-se ao grau em que o processo de estudo está ajustado ao projeto educativo do núcleo, à instituição escolar, à sociedade e às sujeições do entorno no qual se desenvolve.

É interessante destacar que, como apontam Breda, Font e Pino-Fan (2018), os critérios e componentes presentes no conceito de idoneidade didática muito têm a ver com a prática e o contexto no qual o professor atua. Desse modo, o professor e os indivíduos responsáveis no projeto educativo devem estar em constante processo de investigação e reflexão para dar conta da instabilidade de circunstâncias temporais e contextuais que emergem, abordando a adequação didática como critério no processo global de ensino e aprendizagem.

#### Estudos Antecedentes

Como nosso trabalho é pautado no ensino das razões trigonométricas utilizando histórias em quadrinhos, é necessário que se discuta como estes objetos vêm sendo abordados nas pesquisas em Educação e Educação Matemática.

Diversas pesquisas apontam que, ao tratar dos conceitos no campo da Trigonometria, existe uma preocupação em abordar os aspectos históricos envolvidos na gênese conceitual deste conhecimento (OLIVEIRA, 2013; SILVA, 2017), além de utilizar tecnologias, como *applets*, que permitam uma abordagem investigativa pelos alunos (MOREIRA, 2012; MASTRONICOLA, 2014). Outro fato que nos chama atenção são que aulas de natureza exploratório-investigativa podem ser aliadas do estudo das funções trigonométricas, fato este corroborado por Batista (2015), o qual discorre que situações dessa natureza permitem aos alunos indagar, argumentar e discutir de maneira autônoma e cooperativa.

Quando lançamos nosso olhar para resultados de estudos com HQ, as pesquisas (SOARES, 2016; PAIVA, 2017) apontam que o quadrinho pode ser utilizado como recurso didático em Educação, inclusive como recurso semiótico para a formação de professores (HERBST et al., 2011), pois além do caráter lúdico que minimiza a rejeição, é possível inserir nele as situações-problema, representações da realidade, discussões e exercícios necessários

para a construção da aprendizagem, levando-se em conta sempre o trabalho do professor guiando o uso adequado do recurso.

Como recurso didático na abordagem de conceitos matemáticos, estudos como os de Tonon (2009), Santos e Vergueiro (2012) e Cavalcante (2014) corroboram que é possível desenvolver a construção de conceitos matemáticos por meio de HQ. No estudo realizado por Cavalcante (2014), investigando o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática através de um curso de formação, o autor destaca os processos criativos dos professores, suas concepções sobre as HQ, o conhecimento matemático nas HQ e o papel delas na organização do ensino. Para o ensino, os professores demonstraram que é possível usar as HQ de diferentes maneiras, com elementos do cotidiano, produzindo HQ com os alunos e inserindo os conceitos na história de modo a focar na reflexão sobre estes conceitos.

# Aspectos Metodológicos

A pesquisa se constitui como qualitativa, privilegiando a realidade onde está inserida, em nosso caso, as vivências e atividades no ambiente escolar. Acreditando que uma história em quadrinhos pode possibilitar o desenvolvimento de um conceito, optamos por utilizar uma história em quadrinhos de nossa autoria, de modo que, ao longo da narrativa, os conceitos subjacentes ao conteúdo fossem sendo desenvolvidos, chegando ao conceito principal: as razões trigonométricas.

A pesquisa foi realizada junto a uma turma de 20 estudantes de 1º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Gravatá-PE – Escola de Referência em Ensino Médio Professor Antônio Farias. Para a coleta dos dados, utilizamos os seguintes instrumentos: questionário estruturado prévio; observações; registro das atividades desenvolvidas; e registros fotográficos e audiovisuais.

A apresentação dos conceitos na HQ se dá como parte integrante da história (em diálogos ou como um problema a ser resolvido), mas também em situações além dela. Para facilitar o estudo progressivo, nossa sequência foi dividida em sessões, com duração de 2 horas/aula cada. O quadro 1 revela esta divisão.

**Quadro 1** – Organização da Sequência Didática

Sessão I:	Sessão II:	Sessão III:	Sessão IV:
Contexto inicial – a	Investigando o triângulo	Investigando razões	Arco final – resolvendo o
imersão na HQ	retângulo	de semelhança	problema
Situação proposta pela HQ Discussão sobre ângulos e semelhança de figuras	Discussão sobre os elementos do triângulo retângulo (Teorema de Pitágoras) O problema da pirâmide	Discussão sobre razões no triângulo retângulo Ângulos notáveis	Resolução de atividade proposta pela HQ Finalização da história

Fonte: Os autores (2019).

Para analisar a sequência no que concerne aos aspectos das facetas cognitiva e afetiva, utilizamos o sistema de análise proposto em Godino (2011), no que concerne à Ferramenta de Análise Cognitiva (FAC) e à Ferramenta de Análise Afetiva (FAA), observadas nos quadros 2 e 3. Além disso, estruturamos e analisamos os conflitos semióticos emergentes durante a sequência, os quais poderiam ser dos tipos epistêmico, cognitivo - relacionado a conceitos, propriedades ou procedimentos – ou interacional, relacionado às relações entre os sujeitos, bem como com os recursos presentes.

**Quadro 2** – Ferramenta de Análise Cognitiva (FAC)

Componentes	Indicadores
Conhecimentos	a) os alunos têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do assunto (ou
prévios	foram estudados previamente ou o professor planeja seu estudo)
	b) o conteúdo pretendido pode ser alcançado (tem uma dificuldade gerenciável).
Adaptações	a) atividades de extensão e reforço estão incluídas.
curriculares às	b) o acesso e a conquista de todos os alunos são promovidos.
diferenças	
individuais	
Aprendizagem	a) os diferentes modos de avaliação indicam que os alunos alcançam a apropriação dos
(Os elementos da	conhecimentos e as competências pretendidos: compreensão conceitual e proposicional;
idoneidade	competência comunicativa e argumentativa; compreensão situacional; competição
epistêmica são	metacognitiva.
considerados)	b) a avaliação leva em consideração diferentes níveis de compreensão e competência.
	c) os resultados das avaliações são divulgados e utilizados para tomar decisões.

Fonte: Godino (2011, p. 10, tradução nossa)

**Quadro 3** – Ferramenta de Análise Afetiva (FAA)

Componentes	Indicadores
Interesses e	a) as tarefas são interessantes para os alunos.
necessidades	b) são propostas situações para avaliar a utilidade da matemática na vida diária e profissional.
Atitudes	<ul> <li>a) é promovida a participação em atividades, a perseverança, a responsabilidade etc.</li> <li>b) argumentação é favorecida em situações de igualdade; o argumento é valorizado em si e não por quem o diz.</li> </ul>
Emoções	a) a autoestima é promovida, evitando rejeição, fobia ou medo da matemática.
	b) as qualidades estéticas e de precisão da matemática são destacadas.

Fonte: Godino (2011, p. 11, tradução nossa)

Nas próximas seções, discutiremos as idoneidades cognitiva e afetiva da sequência didática, trazendo, para subsidiar a análise, atividades desenvolvidas a partir da HQ e as evidências do desenvolvimento progressivo da aprendizagem dos estudantes, bem como dos aspectos referentes a atitudes e emoções. Nos baseamos em quatro níveis para a análise da idoneidade: baixa, média, satisfatória e alta, sendo estas designações puramente didáticas.

# **Idoneidade Cognitiva**

Nesta faceta devem ser apresentados indicadores da efetivação da aprendizagem do significado proposto, razões trigonométricas, bem como dos outros conceitos discutidos, de acordo com os componentes apresentados na FAC. Como apresentado no marco teórico, o EOS nos traz a noção de conflito semiótico associada às dificuldades que podem surgir em um sistema didático. Sendo este conflito do tipo cognitivo, pode estar relacionado, por exemplo, a: 1. Conceitos ou propriedades; 2. Procedimentos; 3. Material/recurso. Nesta seção, daremos ênfase aos conflitos que surgiram atrelados a estes objetos matemáticos. Para as aprendizagens, a descrição é feita por meio de um conjunto de fatos significativos que emergem do sistema de práticas matemáticas dos estudantes. A seguir, são apresentadas as análises dos quatro momentos da sequência didática.

(Sessão I) – Tem-se o primeiro contato com a turma, onde são explicados os objetivos e a proposta metodológica e a HQ é distribuída. Comunicamos aos estudantes que durante a leitura da HQ serão feitas pausas que servirão para a resolução de um problema proposto ou para a discussão de situações relevantes. A figura 1 mostra a página de introdução da história e o primeiro conceito: ângulos.

Figura 1 – Página introdutória da HQ



Fonte: Os autores (2019).

Esta apresentação surge como um recurso plausível nas HQ, pois se pode dar continuidade à história partindo-se de pontos variados que o leitor não teve acesso. Em sala de aula, este recurso permite apresentar o conteúdo e a relação com o assunto. Com o seguimento

da leitura, chega-se à primeira página que discute um conteúdo matemático: ângulos. Nela, os personagens relacionam o conceito com uma situação rotineira: o chão da calçada. Ao fazer a leitura da história, os estudantes se deparam com uma de suas definições. No entanto, na socialização, é possível perceber que o conceito não se mostra consolidado, pois a maior parte ainda associava o ângulo à sua representação. Ao questionarmos e solicitarmos uma definição, obtivemos respostas vagas como:

E1: ângulo é um ângulo.

E2: é o que liga duas semirretas.

E3: é apontar pra estrela!

[Fazendo referência a uma situação ilustrativa da HQ]

Após estas considerações, representamos um ângulo na lousa, para discutir suas características. Ao mudarmos apenas sua representação, alguns alunos tiveram dificuldades em perceber que se tratava do mesmo ângulo. Assim, temos um conflito semiótico cognitivo no que concerne à representação. Buscamos então levar os alunos a pensarem em ângulos enquanto região entre duas semirretas. Desse modo, ficou mais fácil para eles compreenderem, por exemplo, o que faz um ângulo ser maior ou menor que outro. Esse momento também contou com uma abordagem histórica a partir da HQ (figura 2), o que caminha de acordo com a pesquisa de Bortoli (2012), que aponta para a importância de se discutir os conhecimentos matemáticos emergentes historicamente.

Os gregos artigos

presavam o angulo como

dos presona agroficando

inguismo na region

dos presona agroficando

con en control de con control de control

Figura 2 – Ângulos em aspectos históricos

Fonte: Os autores (2019).

A legenda "RECORDAR É VIVER" serve para discutir os conhecimentos dos estudantes, tendo suas concepções prévias postas em ação. Discutimos sobre os ângulos no local, enfatizando suas medidas e dando foco ao ângulo de 90°. A partir disso, pode-se apresentar uma classificação para os ângulos de acordo com suas medidas. Essa atividade permitiu aos estudantes pensarem sobre os ângulos em seu próprio ambiente, vendo-os como algo próximo de sua realidade.

Para a consolidação do momento, foi proposta uma atividade para medição de ângulos com o uso do transferidor. Essa atividade exigiu bastante nosso auxílio, porque os estudantes não tinham tanto domínio com o instrumento de medição. Apresentou-se, assim, um conflito semiótico cognitivo procedimental. Este conflito pode ser encontrado também em Medeiros (2012) e Gomes (2011). Medeiros mostra que o ensino de trigonometria pode ser iniciado de várias maneiras: uma delas é a partir do triângulo retângulo, exigindo-se o conhecimento de semelhança de triângulos, noção discutida em nossa sequência; e aponta a dificuldade dos estudantes pelo desconhecimento de propriedades referentes a conceitos geométricos de construção. Já Gomes (2011) relaciona as dificuldades na manipulação de instrumentos de desenho, como o compasso, a régua e o transferidor.

Para solucionar, explicamos para o grupo o que era o instrumento e como utilizá-lo corretamente, auxiliando-os individualmente. Destacamos que houve grande interação entre os próprios alunos: aqueles que utilizaram o instrumento com facilidade ajudaram os colegas com dificuldades. Isso evidencia o desenvolvimento da autonomia e do trabalho em equipe, fato significativo na construção do conhecimento.

Seguindo-se a leitura da HQ, foi apresentada uma situação de semelhança de triângulos (figura 3). A *seta* indica o uso desta situação para trabalhar o conceito: o que faz duas figuras serem semelhantes? Qual a relação existente entre seus lados? E entre seus ângulos? Estes questionamentos são importantes para a reflexão.

Session and and session and se

Figura 3 – O problema das figuras semelhantes

Fonte: Os autores (2019).

Ao serem questionados, os estudantes afirmaram que as figuras eram semelhantes. Em grupos, foram instigados a elencarem pontos que justificassem sua declaração. No momento da exposição das justificativas, surgiram respostas como:

E3: é a mesma coisa, só mudam os números. [Referente ao formato das figuras]

E5: os valores estão multiplicados por três. [Apontando para o triângulo maior]

E6: porque os ângulos são iguais.

Fizemos a sistematização do que caracteriza figuras semelhantes, tomando como ponto de partida as respostas dos alunos e trazendo os elementos matemáticos pertinentes. As respostas mostraram sua capacidade de interpretação geométrica, identificando com sucesso as características das figuras.

A leitura seguiu com outra situação para associação de figuras semelhantes, a qual foi facilmente resolvida. Isso mostrou que eles puderam associar o conceito de semelhança para diferentes figuras. As discussões que se seguiram nos permitiram sistematizar a soma dos ângulos internos de um triângulo e a diferença entre semelhança e congruência. Pudemos notar que os conflitos semióticos emergentes na sessão foram solucionados tanto por nossa intervenção quanto pela discussão entre os estudantes, seguidas de nossa sistematização. A leitura da HQ permitiu um aprofundamento no conceito de semelhança e sua generalização para figuras planas.

(Sessão II) – Nesta sessão, retomamos a leitura da HQ com a apresentação de dois triângulos semelhantes. O objetivo foi levá-los a compreender as regularidades presentes entre as medidas dos lados proporcionais de figuras semelhantes, além de serem trabalhados: a presença dos triângulos em variados cenários; triângulos retângulos, o que os caracteriza, o caso da semelhança entre seus lados (catetos e hipotenusa) e o teorema de Pitágoras. Eles realizaram medições com régua e esquadro em triângulos semelhantes presentes na HQ para as atividades seguintes.

A realização da medição foi uma atividade mais simples para os estudantes, pois os instrumentos eram conhecidos: régua e esquadro. Para calcular as razões, alguns alunos utilizaram a calculadora, pois apresentavam dificuldades com a divisão de números decimais. Essa atitude foi permitida, uma vez que o foco não era a divisão em si, mas a interpretação dos resultados obtidos. No entanto, apontamos para o fato de que é importante que o professor esteja atento para as limitações dos alunos, de modo a sanar as dúvidas que venham a impedir o avanço da aprendizagem. Este fato poderia ter sido mais bem trabalhado nesta sessão.

Ao longo da interpretação dos dados, instigávamos os estudantes a terem respostas objetivas sobre o que era observado. Esse momento foi um pouco difícil, pois os estudantes não sabiam o que escrever sobre os resultados, provavelmente vindos de uma realidade na

qual um número encontrado já é confirmação suficiente para uma resposta a um problema. Foi uma atividade bastante demorada, mas que permitiu maior imersão no estudo dos triângulos. Este momento vai ao encontro do trabalho de Moreira (2012), pela importância da análise de gráficos e figuras para a inferência de resultados.

A socialização dos resultados trouxe um novo olhar para o grupo e permitiu a sistematização da *razão de semelhança*. Disso, os alunos responderam a outra situação que não estava proposta na HQ, mas que fazia uso da razão de semelhança. A reflexão sobre o problema foi feita em grupo e sempre orientada.

O processo seguiu com o problema da altura da pirâmide proposto na história em quadrinhos. O personagem Caleb é levado a uma situação na qual se encontra com Tales de Mileto em uma situação bastante famosa associada a este conteúdo (figura 4). Este tratamento histórico conversa com o que nos apontam várias pesquisas (OLIVEIRA, 2013; ALVES, 2016; SILVA, 2017).

Em que (poca de dese enfair ? )

Aufan palavano

Carlan p

**Figura 4** – O problema da altura da pirâmide.

Fonte: Os autores (2019).

Os estudantes tiveram dificuldade na interpretação dos desenhos da página. Esse conflito foi sanado com nossa intervenção, explicando os pontos que não estavam esclarecidos para eles. Após as discussões nos pequenos grupos, os estudantes socializaram suas conclusões para comparar os resultados. Alguns ficaram um pouco tímidos no início, porém estiveram mais à vontade no desenvolver da atividade. Estava sempre claro que eles não deveriam fazer nada que os deixasse desconfortáveis ou prejudicasse sua argumentação.

Na apresentação, os alunos mostraram que a resolução feita pelo personagem se baseava no conceito de semelhança, no qual o triângulo maior, formado a partir da sombra da pirâmide, era proporcional ao triângulo formado com o graveto e sua sombra. Essa atividade permitiu a leitura e interpretação de uma situação, na qual precisaram relacionar objetos

matemáticos (triângulos, lados e ângulos) e justificar um pensamento proposto. Algumas das falas dos estudantes podem ser vistas abaixo.

E5: a proporção era a mesma entre os lados. Se multiplicasse a altura do graveto por um certo valor, daria a altura da pirâmide.

E18: são semelhantes porque tem o mesmo ângulo.

E13: são figuras semelhantes, porque tem o mesmo formato, têm ângulos semelhantes e lados proporcionais.

P: os ângulos são semelhantes ou iguais?

E13: ah, são iguais, isso mesmo.

A leitura seguinte da HQ levou-os a refletirem sobre as características do triângulo retângulo: hipotenusa e catetos, e sobre o uso do teorema de Pitágoras.

P: gente, quando eu tenho a medida de dois lados do triângulo retângulo e quero achar o terceiro, tem como?

[Alguns estudantes respondem que tem]

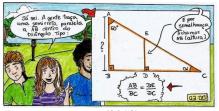
P: como?

E13: fazendo  $a^2 = b^2 + c^2$ . P: que teorema é esse?

E7: Pitágoras! O teorema de Pitágoras!

Na discussão deste momento, os alunos tiveram bastante segurança em como utilizar o teorema e como identificar os lados do triângulo, mostrando um avanço em sua aprendizagem, tendo em vista suas dificuldades iniciais explicitadas em um questionário diagnóstico.

Figura 5 – Resolução do problema pela personagem



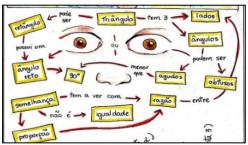
Fonte: Os autores (2019).

A comparação com o modo de resolução da personagem (figura 5) fez os estudantes pensarem sobre os diferentes caminhos possíveis de resolução de um problema, baseando-se nas informações dadas.

(Sessão III) – O início da sessão foi marcado pela retomada da leitura de toda a história até a página que havíamos parado. Ao chegar na página 17 da HQ, nos deparamos

com um mapa com os conceitos trabalhados até o momento, como triângulo retângulo, ângulo, semelhança e congruência (figura 6).

Figura 6 – Mapa de conceitos da HQ



Fonte: Os autores (2019).

Através da análise da página, os estudantes deveriam construir seu próprio mapa relacionando os conceitos estudados: o objetivo era revelar e compreender quais significados pessoais estavam emergindo e como eles estabeleciam a relação entre eles. Para facilitar o processo, fizemos um momento de colocar na lousa as palavras que lembrássemos relacionadas ao assunto e a partir delas o mapa seria construído. Para a grande parte da turma foi uma atividade mais complexa, uma vez que nunca haviam realizado uma tarefa similar, no entanto a atividade foi concluída por todos.

Em muitos momentos, os alunos esqueciam o significado de algum conceito, sendo discutido e esclarecido conosco e com seus colegas. A seguir, pode-se ver um dos mapas de uma das estudantes.

Poch son topulation + or time as lacks iquois

Poch son topulation + or time as lacks iquois

Topulation in the contract of the house cam proportion

Topulation in the contract of the contra

Figura 7 – Mapa construído pela estudante E10

Fonte: Os autores (2019).

Como pode ser observado, a aluna traz os significados implementados durante a sequência, conseguindo estabelecer relações entre eles de maneira coerente. O único significado que fica "solto" no mapa é o conceito de *semelhança*: este poderia estar ligado ao triângulo, como uma das possibilidades. No entanto, a estudante faz outras associações corretas partindo deste significado. Em contraste, tivemos alguns mapas que fizeram uso de poucos significados e não conseguiram estabelecer associações com verbos de ligação ou outros termos que esclarecessem o pensamento do aluno (figura 8).

(Lyndhad)

Figura 8 – Mapa construído pelo estudante E12

Fonte: Os autores (2019).

Esse estudante não conseguiu deixar evidente quais as associações entre os significados escolhidos para seu mapa. Mesmo entendendo alguns conceitos, ele não consegue relacioná-los objetivamente. Isso mostra uma aprendizagem em construção, em um nível mais inicial. Durante a construção dos mapas, instigamos os alunos a utilizarem frases de ligação para ajudar na compreensão do mapa. Entretanto, alguns não conseguiram.

P: ligue as palavras que você acha que tem ligação uma com a outra.

E15: ah, então não é o certo não? É o que eu acho?

P: não, é o que você acredita, mas tem que estar de acordo com o que a gente estudou.

Percebe-se que o aluno tem dificuldades em como construir o mapa, buscando criá-lo simplesmente pela associação arbitrária entre os significados. É nesse momento que o trabalho do professor se torna importante: mostrar ao aluno onde ele está e aonde ele precisa chegar, com os meios que se tem disponíveis.

A atividade que se seguiu levou os estudantes a realizarem medições em triângulos semelhantes presentes na história em quadrinhos. Eles deveriam realizar as medições, encontrando as razões solicitadas (figura 9) e anotar suas impressões sobre os resultados. O objetivo era fazê-los perceber as constantes nos triângulos retângulos como um resultado associado ao ângulo e não aos lados.

proparation A AB = DE = FG AB = DE = F

Figura 9 – Razões nos triângulos retângulos

Fonte: Os autores (2019).

O encontro dos valores fez os alunos perceberem as regularidades, no entanto eles não notaram inicialmente a relação delas com o ângulo do triângulo. Essa capacidade de análise e síntese na interpretação de problemas matemáticos precisa ser um aspecto forte no trabalho do professor, para a superação das dificuldades dos estudantes (MEDEIROS, 2012). A percepção foi proposta por nós até que eles chegassem neste pensamento. Disso, sistematizamos que essas constantes eram o seno, cosseno e a tangente do ângulo β.

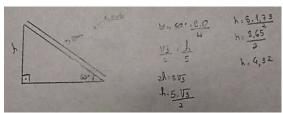
(Sessão IV) – Na última sessão, sistematizamos o seno, o cosseno e a tangente para os ângulos notáveis: 30°, 45° e 60°. O objetivo foi construir uma tabela com esses valores a partir de construções geométricas. Tendo como base um quadrado e um triângulo equilátero, foi possível estabelecer estes resultados. A estruturação da tabela foi uma atividade demorada, uma vez que demandou dos alunos a construção das figuras com os instrumentos adequados (régua, esquadros e transferidor), além da realização de processos algébricos para encontrar os valores requeridos.

Alguns alunos tiveram dificuldades para montar as figuras de modo correto. Neste momento, tivemos que intervir, mostrando como realizar a construção corretamente pela medição dos ângulos e dos lados. Isso porque muitos acreditavam que para construir um quadrado bastava que os quatro lados fossem iguais, desconsiderando a medida do ângulo reto. O mesmo ocorreu com o triângulo equilátero. Também foi necessário relembrarmos processos como racionalização.

A construção da tabela serviu para o aprofundamento do pensamento algébrico, fato citado como uma das dificuldades dos estudantes em Moreira (2012). Dando continuidade, foram propostas três situações que utilizavam as razões trigonométricas. Sempre buscávamos lembrar que as razões dependiam dos ângulos, noção que se consolidou junto aos estudantes.

A resolução da primeira situação foi feita pelo grande grupo, onde todos puderam se ajudar. Um esboço de uma aluna pode ser visto na figura 10.

Figura 10 – Resolução da situação 1

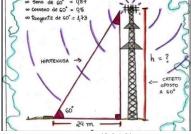


Fonte: Os autores (2019).

Tivemos o cuidado de trabalhar a aproximação de valores decimais para as raízes não exatas, como a, uma vez √₃ que os problemas envolvendo as razões trigonométricas podem fazer uso de várias representações. O objetivo dessas situações era fazer os alunos identificarem qual é a razão mais adequada para cada problema: usar o seno, caso a situação precise do cateto oposto e da hipotenusa, por exemplo. Este tipo de interpretação é importante, sendo apontada por Mastronicola (2014) e Batista (2015).

Finalizando a leitura da HQ, resolve-se um problema que serviu como clímax, através do recurso da quebra da quarta parede. O objetivo final é resolver o problema e impedir que o "vilão" desestabilize a história matemática. Foi interessante perceber a imersão dos estudantes, tendo uma identificação com o personagem e com seu problema. Perguntas como: "Que relação precisa ser utilizada? Com qual das razões trigonométricas essa relação corrobora?" movimentaram o processo.

Figura 11 – Clímax da HQ



Fonte: Os autores (2019).

Os alunos foram divididos em grupos para facilitar a discussão. Todos os grupos, mesmo resolvendo de maneiras diferentes, chegaram ao resultado corretamente: interpretaram o problema para descobrir qual era a razão trigonométrica mais adequada (tangente) e

encontraram a medida da altura. Um dos estudantes fez uso das três relações (seno, cosseno e tangente) para provar sua resposta, aspecto interessante, uma vez que sugerimos que utilizassem apenas uma. Isso mostra autonomia e desenvolvimento das capacidades de articulação entre os conceitos estudados. Por fim, em grupos, foram levados a desenhar a última página da HQ, finalizando nossa sequência. Os estudantes mobilizaram muitos dos significados implementados durante toda a sequência e puderam sistematizar conceitualmente as razões trigonométricas, bem como suas aplicações em diferentes situações.

De modo geral, o conjunto das atividades ao longo das sessões permitiu o avanço progressivo dos significados institucionais de modo a desenvolver com os estudantes o conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo. Um dos componentes de análise para esta faceta é a inserção dos conhecimentos prévios dos estudantes para a implementação do estudo (GODINO, 2011). Tivemos acesso e compreendemos quais os conhecimentos que eles mobilizavam no contexto da trigonometria. Isso ajudou a direcionar nossa prática.

Pode-se direcionar a sequência a partir das noções mais inclusivas até às menos, que são as específicas, tratando a HQ através de uma visão superada de fator motivador, mas como um recurso didático que promove o pensamento científico, a prática da leitura e a interpretação de texto.

Outro aspecto a ser considerado é a adaptação do processo às diferenças individuais: os estudantes eram levados a questionar e refletir sobre os problemas e as situações. Neste contexto, sempre respeitamos o tempo dos alunos e mediávamos o processo, percebendo aqueles que tinham mais dificuldade, seja na manipulação de algum instrumento, seja na interpretação ou nos cálculos a serem feitos. Algumas atividades poderiam ter sido mais bem exploradas: a construção dos mapas com os significados implementados foi umas delas. Após a finalização de suas versões e a sistematização, não lhes foi oportunizado refazer seus mapas. Isto poderia ter sido realizado, como um momento de reflexão sobre a própria organização do pensamento.

Os conflitos semióticos emergentes: ângulo associado à sua representação; as dificuldades no uso de instrumentos de medição; o estabelecimento de razões; e o cálculo com números decimais foram percebidos e solucionados, seja por nossa intervenção direta, seja pela articulação entre os estudantes. Isso está de acordo com Godino, Batanero e Font (2008), ao nos mostrarem a necessidade do equilíbrio nas abordagens didáticas, trazendo que "uma vez obtido um certo equilíbrio entre as dimensões epistêmica e cognitiva é necessário que a trajetória didática otimize a identificação e solução de conflitos semióticos" (p. 24).

Assim, foi percebida a apropriação do significado institucional razões trigonométricas e noções associadas através das compreensões conceituais e proposicionais (semelhança, razões de semelhança, ângulos internos e externos, o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo e as razões trigonométricas), procedimentais (regra de três, divisão, racionalização, medição), além de competências comunicativa, argumentativa e, levemente, metacognitiva. Desse modo, consideramos a idoneidade cognitiva do processo como alta.

## Idoneidade Afetiva

Nesta faceta, consideram-se componentes relacionados aos interesses e às necessidades dos estudantes, suas atitudes durante o processo e as emoções referentes à aprendizagem, como o trabalho com a autoestima e a apreciação estética da matemática enquanto ciência (GODINO, 2011). No que diz respeito aos interesses e às atitudes dos estudantes, podemos considerar que o grupo participante estava motivado, uma vez que se colocaram como voluntários, estando livres para deixarem de participar quando quisessem. Apenas dois estudantes não participaram das quatro sessões, por motivos pessoais. Isso mostrou engajamento e compromisso do grande grupo durante a aplicação da sequência.

Deixamos clara a importância do estudo das razões trigonométricas para a construção do pensamento científico e da compreensão da matemática enquanto ciência próxima e aplicável. Todavia, o aspecto profissional não foi discutido com propriedade. Em poucos momentos citamos a possibilidade de os estudantes estarem inseridos em uma realidade profissional que exigisse deles conhecimentos de análise de dados e regularidades.

No que concerne à inserção das histórias em quadrinhos como elemento norteador em processos de ensino e aprendizagem, temos que o uso das HQ no contexto educacional pode contribuir para que o aluno passe de coadjuvante a protagonista em sala de aula. Ao tratar das histórias em quadrinhos em educação, Vergueiro (2014) aponta que

[...] há várias décadas, as histórias em quadrinhos fazem parte do cotidiano de crianças e jovens, sua leitura sendo muito popular entre eles. Assim, a inclusão das histórias em quadrinhos na sala de aula não é objeto de qualquer tipo de rejeição por parte dos estudantes, que, em geral, as recebem de forma **entusiasmada**, sentindose, com sua utilização, propensos a uma participação mais **ativa** nas atividades de aula (p. 21, grifo nosso)

As HQ surgem como um elemento forte de identificação e motivação para o público jovem. Isso, de fato, se mostrou real no desenvolvimento da sequência. Os estudantes demonstraram interesse em conhecer a história e os personagens. Em muitos momentos,

realizamos a leitura em conjunto, sendo que, em cada imersão, os alunos podiam escolher qual personagem poderiam interpretar e isso gerava momentos de descontração, protagonismo e criatividade. Isso vai ao encontro dos resultados encontrados em Tonon (2009).

Assim, os problemas que iam surgindo ao longo do enredo se tornavam interessantes, quando era preciso encontrar sua resolução para continuar com a história. Nisto se percebe a função educativa presente no tratamento com esta HQ em particular. Soares (2016), em sua fala sobre jogos, discute sobre esta função ao relacioná-la com a intencionalidade do professor "para ensinar qualquer coisa que compete o indivíduo em seu saber, seus conhecimentos e sua apreensão de mundo" (p. 11). Isso não se difere na abordagem com as histórias em quadrinhos. Além disso, há a possibilidade de desenvolvimento pelo uso da HQ enquanto recurso formativo na prática da ludicidade.

Concordamos com Cavalcante (2014) ao apontar para a necessidade de se ter um olhar menos preconceituoso e mais visionário com relação às histórias em quadrinhos. Durante todo o processo de construção de nosso significado institucional, as situações que emergiam da HQ tinham este objetivo: o desenvolvimento do raciocínio, da capacidade de argumentação e sistematização entre os estudantes.

As histórias em quadrinhos podem ser uma porta de entrada para a imersão dos alunos nos conceitos propostos, compartilhando conteúdos e significados mais complexos não necessariamente de modo mais fácil, porém mais acessível (PAIVA, 2017). Do mesmo modo, foi possível fazê-los participantes ativos do processo na solicitação da criação da última página da história. Muitos afirmaram que não sabiam desenhar, "não tinham esta habilidade". Deixamos claro que o desenho é uma parte da história, mas a construção lógica do enredo em quadros é tão importante quanto, não precisando "ter o dom" para construir uma HQ interessante.

A participação e responsabilidade na realização das atividades mostrou engajamento pela maioria dos estudantes e a busca por continuar o processo. Destacamos que, quando a leitura da HQ era interrompida para ser continuada em outra aula, os alunos ficavam ansiosos para descobrir o que viria a seguir. Isso também motivava sua participação efetiva. Portanto, consideramos a idoneidade afetiva do processo de instrução com alta.

# **Considerações Finais**

Este texto caminhou no sentido de compreender o ensino das razões trigonométricas, tendo uma história em quadrinhos como elemento/recurso norteador das discussões e situações-problema, com foco nos componentes cognitivo e afetivo.

Pudemos evidenciar o desenvolvimento progressivo dos estudantes com relação aos conceitos, situações e procedimentos e os processos de interação com os recursos utilizados, em especial a história em quadrinhos. As sessões foram importantes para subsidiar o trabalho com os conceitos subjacentes à aprendizagem da trigonometria e contribuir com a solução dos conflitos emergentes. Estas facetas mostraram que foi possível desenvolver com os estudantes os conceitos propostos de modo satisfatório, além da evidência de aspectos motivacionais.

Destacamos a importância de se trabalhar os conhecimentos prévios dos estudantes, bem como o foco no campo de conhecimentos necessários para a aprendizagem e implementação de um significado institucional, em nosso caso, das razões trigonométricas. A HQ enquanto elemento estimulador de situações-problema surge como aliada neste processo.

Cremos que estas reflexões abrem caminhos para a expansão das histórias em quadrinhos como recurso possível para a formação do pensamento matemático na Educação Básica, como também em outros níveis educacionais, além de mostrar a importância de nos debruçarmos sobre os elementos que compõem um processo de ensino, tendo uma visão articulada deles.

## Referências

ALVES, Robewilton da Silva. **Proposta metodológica para o ensino da Trigonometria baseada na Psicologia Pedagógica**. 2016. 100 f. Dissertação (Mestrado) – PROFMAT, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.

BATISTA, Valéria Nogueira. **Uma proposta metodológica para o ensino das funções trigonométricas**. 2015. 189 p. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2015.

BORTOLI, Gladis. **Um olhar histórico nas aulas de Trigonometria**: possibilidades de uma prática pedagógica investigativa. 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado) — Centro Universitário Univates, Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, Lajeado, 2012.

BREDA, Adriana; FONT, Vicenç; PINO-FAN, Luis Roberto. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica, **Bolema**, v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/bolema/v32n60/0103-636X-bolema-32-60-0255.pdf . Acesso em: 18 jun. 2019.

CAVALCANTE, Luis Adolfo de Oliveira. **No dia mais claro**: um estudo sobre o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática em formação. 2014. 212 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

GODINO, Juan Díaz. **Teoría de las Funciones Semióticas**: un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2003. Disponível em: <a href="http://www.ugr.es/local/jgodino/">http://www.ugr.es/local/jgodino/</a>>. Acesso em: 28 dez. 2017.

\_\_\_\_\_\_. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM-IACME), 13., 2011, Recife. **Anais eletrônicos**... Recife, 2011. Disponível em: <a href="http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/CP-godino.pdf">http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/CP-godino.pdf</a>>. Acesso em: 03 jan. 2018.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. v.10, n.2 - Jul./Dez. p.7-37, 2008.

GOMES, Severino Carlos. **Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica**. 2011. 61 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

HERBST, Patricio; CHAZAN, Daniel; CHEN, Chia-Ling; CHIEU, Vu-Minh; WEISS, Michael. Using comics-based representations of teaching, and technology, to bring practice to teacher education courses, **ZDM Mathematics Education**, ed.1, v.43, p. 91-103, 2011. Disponível em: https://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/78017/PHetal-Comics\_RoT\_share.pdf?sequence=4&isAllowed=y. Acesso em: 10 jul. 2019. ISSN 1863-9704

MASTRONICOLA, Natália Ojeda. **Trigonometria por apps**. 2014. 66 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

MEDEIROS, Susany Cecília da Silva. **Elaboração de uma sequência didática sobre os conceitos geométricos preliminares ao estudo da trigonometria**. 2012. 91 f. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

MOREIRA, Mário Wedney de Lima. A geometria dinâmica como ferramenta para o ensino de funções trigonométricas em um ambiente virtual de aprendizagem. 2012. 125 p. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

OLIVEIRA, Juliana Elvira Mendes. **A Trigonometria da Educação Básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013.

PAIVA, Fabio. **Histórias em quadrinhos na educação**. Salvador: Editora Quadro a Quadro, 2017. 123 p.

SANTOS, Roberto Elísio dos; VERGUEIRO, Waldomiro. Histórias em quadrinhos no processo de aprendizado: da teoria à prática. **EccoS**, São Paulo, n. 27, p. 81-95. jan./abr. 2012.

SILVA, Francisco Adeilton da. **Potencialidades pedagógicas da História da matemática nos livros didáticos no Ensino Médio no conteúdo de trigonometria**. 2017. 192 p. Dissertação (Mestrado) — Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

SOARES, Márlon Herbert Flora Barbosa. Jogos e atividades lúdicas no ensino de química: uma discussão teórica necessária para novos avanços. **REDEQUIM**, Recife, v. 2, n. 2, out. 2016.

TONON, Sandra de Fátima Tavares Rodrigues. As histórias em quadrinhos como recurso didático nas aulas de matemática. **Em Extensão**, Uberlândia, v. 8, n. 1, p. 72 - 81, jan./jul. 2009.

VERGUEIRO, Waldomiro. Uso das HQs no ensino. In: RAMA, Ângela; VERGUEIRO, Waldomiro (Orgs). Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula. 4. ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2014. pp. 7-29. (Coleção Como usar na sala de aula).