





REFLEXÕES SOBRE ASPECTOS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO MANIFESTADOS POR ALUNOS DE SÉTIMO ANO NA RESOLUÇÃO DE UMA ATIVIDADE DE SEQUÊNCIAS

Reflections on aspects of algebraic thinking manifested by seventh grade students in solving an activity of sequences

Priscila Gleden Novaes da Silva

Mestre em Matemática Universidade Federal da Integração Latino-Americana - Unila – Paraná – Brasil prigleden@hotmail.com http://orcid.org/0000-0001-6158-0668

Luani Griggio Langwinski

Mestre em Ensino Centro Universitário Vale do Iguaçu - Uniguaçu - Paraná - Brasil luanig.lang@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-1064-143X

Rodolfo Eduardo Vertuan

Doutor em Educação Matemática Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UFTPR - Paraná - Brasil rodolfovertuan@yahoo.com.br https://orcid.org/0000-0002-0695-3086

Resumo

Atividades que permitem exploração de padrões e identificação de regularidades têm sido apontadas como uma possibilidade, no contexto de sala de aula, para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesse sentido, o presente artigo tem como objetivo apresentar uma atividade de sequências, realizada com uma turma de sétimo ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental e trazer reflexões sobre o desenvolvimento das resoluções e das estratégias de generalizações manifestadas pelos alunos. Para isso, propõe-se a identificar e analisar as estratégias de generalização manifestadas por alunos de um sétimo ano na resolução de atividade de sequências. Este estudo, de natureza qualitativa e de cunho interpretativo, toma como fundamentação o pensamento algébrico considerado a partir de suas vertentes representar, raciocinar e resolver problemas. Nas análises, pudemos inferir que a estratégia mais utilizada pela turma para generalização foi a estratégia aditiva; além disso, parte dos alunos manifestou habilidade na utilização de simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas na sequência, bem como capacidade de representação e raciocínio, vertentes do pensamento algébrico.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Ensino de Álgebra. Educação Básica. Sequências e Regularidades. Pensamento Algébrico.

Abstract

Activities that allow the exploration of patterns and identification of regularities have been pointed out as a possibility, in classroom context, for the development of algebraic thinking. In this sense, this article aims to present an activity of sequences, conducted with a seventh grade class of the Final Years of Elementary School and bring reflections on the development of the resolutions and generalization strategies manifested by the students. For this, it is proposed to identify and analyze strategies manifested by seventh grade students in solving an activity of sequences. This study, of a qualitative and interpretative nature, takes as its foundation the algebraic thinking considered from its strands represent, reason and solve problems. In the analysis, we could infer that the strategy most used by the class for generalization was the additive strategy; in addition, part of the students expressed ability to use algebraic symbolism to express regularities found in the sequence, as well as ability to represent and reason, aspects of the algebraic thinking.

Keywords: Mathematics Education. Algebra Teaching. Basic Education. Sequences and Regularities. Algebraic Thinking.

Introdução

Este artigo é resultado de reflexões e estudos realizados em uma disciplina eletiva do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática - PPGECEM¹, no ano de 2019. A disciplina, Tendências em Educação Matemática: Ensino de Álgebra na Educação Básica (60h), teve como ementa: Álgebra e Pensamento Algébrico; Relações; Sequências e Regularidades; Símbolos e Expressões Algébricas; Equações e Inequações; Funções; Abordagens metodológicas para o ensino de Álgebra na Educação Básica. Para tanto, um dos referenciais teóricos utilizados foi o livro Álgebra no Ensino Básico, de Ponte, de Branco e Matos (2009).

A turma era formada majoritariamente por professores da Educação Básica. Entre discussões, leituras, seminários e atividades, rodas de conversas durante os *coffee break*, fomos aprofundando nosso conhecimento sobre o ensino de Álgebra, falando de nossos anseios, aflições e perspectivas, trocando experiências, refletindo sobre os desafios e o papel do professor e do aluno no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Tal disciplina constituiu-se um importante momento/instrumento de formação continuada de professores que buscavam responder/estudar assuntos diretamente relacionados à sua prática e aos desafios cotidianos. Para Serrazina (2014, p. 1054), "[...] a formação continuada deve contribuir para que os professores avancem no nível de compreensão das suas práticas". Segundo a autora, a reflexão é muito importante no desenvolvimento profissional dos professores, pois estes "[...] tornam-se mais confiantes na sua capacidade para lidar com a Matemática de modo diferente, identificando as suas fragilidades, mas também as suas

_

¹ Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE, Campus Cascavel.

potencialidades" (SERRAZINA, 2014, p. 1055). Ademais, a autora valoriza o espaço da sala de aula no movimento formativo, pois permite a análise dos trabalhos dos alunos e a reflexão do professor individualmente ou com seus pares.

Durante as discussões, se fez consenso entre os professores as dificuldades inerentes ao ensino da Álgebra e a importância de seu aprendizado para o sucesso na vida escolar no que se refere à Matemática. Tal defesa fica em conformidade com Cyrino e Oliveira (2011), as quais afirmam existir um "[...] reconhecimento do lugar central da Álgebra na Matemática" percebido principalmente por meio de "[...] sua integração nos currículos do ensino básico ao redor do mundo" (p. 98). Logo, uma das temáticas abordadas no âmbito da disciplina diz respeito a como podemos auxiliar os alunos no desenvolvimento do pensamento algébrico, e nesse sentido, que tipo de atividades poderiam contribuir com o ensino e a aprendizagem da Álgebra.

Diante desse cenário, este trabalho tem como objetivo apresentar uma atividade de sequências realizada com uma turma de sétimo ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental e trazer reflexões sobre o desenvolvimento das resoluções e das estratégias de generalizações advindas das respostas dos alunos. Assim sendo, para nortear a análise dos dados, investigamos a seguinte questão de pesquisa: Quais estratégias de generalização manifestaram alunos de um sétimo ano na resolução de uma atividade de sequências?

Posto isso, organizamos o artigo apresentando, primeiramente, uma revisão de literatura sobre Álgebra e Pensamento Algébrico na perspectiva da Educação Matemática. Em seguida, discorremos sobre os encaminhamentos metodológicos para, depois, apresentarmos a análise dos dados. Por fim, apresentamos as considerações finais do trabalho.

Algebra e pensamento algébrico na perspectiva da educação matemática

Quando nos referimos à Álgebra, é comum a visão de que esta é a área da Matemática que compreende o estudo de operações entre os números e de resolução de equações, habitualmente sendo associada à manipulação de regras dentro de uma determinada linguagem, regras de transformação de expressões (monômios, polinômios, frações algébricas, expressões com radicais...) e de resolução de equações (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; PONTE, 2006).

Segundo Kaput (2007), essa visão da Álgebra não somente subestima suas múltiplas facetas, presentes na história da Matemática, como também é uma afirmação inadequada para repensar o lugar da Álgebra na Matemática escolar. O autor aborda a necessidade de expandir essa visão, pois, para ele, a Álgebra não deve ser vista apenas como manipulação de símbolos ou como aritmética com letras, e nem mesmo como a linguagem das equações, mas como uma

linguagem sucinta e manipulável que expressa uma generalidade e restrições a essa generalidade.

Ponte (2006) reflete que no centro do que se concebe por Álgebra estão relações matemáticas abstratas, que tanto podem ser equações, inequações ou funções, como podem ser outras estruturas definidas por operações ou relações em conjuntos. O autor salienta que, atualmente, os objetivos do ensino da Álgebra, no nível escolar, estariam relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Para o autor, é certo que este pensamento inclui, também, a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso. O pensamento algébrico perpassa "[...] a capacidade de interpretar e de usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas" (PONTE, 2006, p. 7) e diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação.

Assim, para Ponte (2006), o pensamento algébrico não apenas trata dos objetos da Álgebra, mas também das relações existentes entre eles, buscando representar e refletir sobre essas relações de forma geral e abstrata. A Base Nacional Comum Curricular - BNCC² (BRASIL, 2017) corrobora a visão do autor, ao afirmar que o pensamento algébrico "[...] é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (p. 270).

Com o objetivo de apresentar uma caracterização para o pensamento algébrico, Almeida e Santos (2017, p. 53), amparados em James Kaput e demais autores, criaram um esquema afirmando que "[...] o pensar algebricamente é revelado por meio de cinco características, a saber: 'estabelecer relações'; 'generalizar'; 'modelar'; 'operar com o desconhecido'; e 'construir significado' [...]", sendo que a capacidade de estabelecer relações é o centro e a primeira dessas características.

Cyrino e Oliveira (2011, p. 102) aduzem que, "dependendo do nível de experiência dos alunos, estas generalizações podem ser expressas por palavras ou por símbolos, baseados na observação de padrões ou em relações funcionais". Corroborando os autores supramencionados, Lima e Segadas (2015, p. 63) verificaram em sua pesquisa que "a capacidade de generalização dos alunos não está limitada a determinar uma expressão que seja

² Salientamos que, embora a BNCC traga a ideia de pensamento algébrico, há críticas na forma de sua construção e ao momento conturbado de sua proposição, conforme discussão realizada em Bigode (2019).

válida para *n*, mas passa por estágios que vão desde identificar a existência de uma regularidade até a validação da fórmula".

No contexto da sala de aula, uma das possibilidades de trabalho que favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico, de acordo com Oliveira e Paulo (2019), Vale (2012), Ponte, Branco e Matos (2009), Blanton e Kaput (2005), é a exploração de padrões e a identificação de regularidades. Entende-se, segundo Blanton e Kaput (2005), que o trabalho com padrões e regularidades pode propiciar "[...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade" (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1998), para que o aluno desenvolva de forma significativa o pensamento abstrato, é importante "[...] propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente" (BRASIL, 1998, p. 117). Nesse sentido, conforme a BNCC (BRASIL, 2017), as habilidades indicadas para o sétimo ano referentes ao conteúdo de expressões algébricas, sequências e padrões são:

(EF07MA14). Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

(EF07MA15). Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA16). Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes (BRASIL, 2017, p. 307).

Diante do que é indicado pelo documento, nessa etapa escolar deve-se propor aos alunos atividades que permitam o desenvolvimento dessas habilidades. Atividades estas, de sequências numéricas e/ou pictóricas, que apresentem padrões geométricos, numéricos, ou simplesmente de cores ou sons, mas que possibilitem ao aluno perceber a regularidade e fazer relações. De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), sequências são sucessões ordenadas que podem ser numéricas ou figurais (pictóricas), de padrão repetitivo ou crescente, ou seja, um padrão envolve fundamentalmente a ideia de repetição e mudança. Nesse sentido, Vale (2012, p. 186) afirma que "um padrão será de repetição quando há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente. Um padrão será de crescimento quando cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior".

Sobre o pensamento algébrico, Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10) defendem que este "inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas". Os autores apresentam essas vertentes em um quadro, como podemos verificar no Quadro 1.

Quadro 1 - Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Quanto 1 . STORMED LIMITARING DO POROMINANTO DISPOSITO	
Representar	 Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	 Relacionar (em particular, analisar propriedades); Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	• Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11).

Além disso, segundo Ponte, Branco e Matos (2009), as atividades que envolvem generalizações promovem a capacidade de abstração (mesmo quando exigidas generalizações a partir de descrições em linguagem natural), capacidade de comunicação e de raciocínio matemático. Para os autores, o trabalho com sequências permite uma

[...] progressiva representação de um modo formal, usando símbolos matemáticos adequados, contribui para a compreensão dos símbolos e da linguagem algébrica, nomeadamente a compreensão da variável como número generalizado e das regras e convenções que regulam o cálculo algébrico (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 41).

Diante das ideias dos autores supracitados, de que o ensino de Álgebra está diretamente relacionado com o desenvolvimento do pensamento algébrico e que atividades, as quais exploram padrões e identificação de regularidades, possibilitam esse desenvolvimento, aplicamos algumas atividades de sequências com os alunos do 7° ano, a fim de trazer reflexões sobre o desenvolvimento das resoluções e das estratégias de generalizações expressas em tais regularidades.

Com relação à sequência figural utilizada nesta pesquisa, a análise recai na identificação de regularidades e descrição de características locais ou globais das figuras que a compõem, bem como na sequência numérica a ela associada. "Ver" um padrão é o que Vale (2012) afirma

ser o primeiro passo nas atividades com sequências. Para a autora, o "[...] reconhecimento de padrões e a generalização através de regras que os próprios alunos podem formular, recorrendo à linguagem verbal e à simbologia matemática, permitindo que o ensino da álgebra se processe de modo gradual [...]" (VALE, 2012, p. 194), auxilia no desenvolvimento da capacidade de abstração essencial na aprendizagem matemática.

A seção seguinte expõe o desenvolvimento da atividade selecionada, exemplifica as tarefas e apresenta o encaminhamento metodológico da presente pesquisa.

Encaminhamento metodológico

O presente estudo é de natureza qualitativa e de cunho interpretativo (LÜDKE; ANDRÉ, 2005; D'AMBRÓSIO, 1997), pois objetivamos, como já mencionado, trazer reflexões sobre o desenvolvimento das resoluções e das estratégias de generalização de alunos de um sétimo ano ao lidarem com uma atividade de sequências. A proposta foi desenvolvida em uma turma de sétimo ano, com trinta e seis alunos, de onze a doze anos, de um colégio da rede privada, no qual uma das autoras leciona. As atividades utilizadas na pesquisa foram selecionadas da obra de Ponte, Branco e Matos (2009), no capítulo de Sequências e Regularidades.

A turma de sétimo ano selecionada já havia estudado, a partir da proposta trazida no livro didático (LD)³, no capítulo denominado "Expressões algébricas, sequências e padrões", o conteúdo de sequências. Esse capítulo trata de sequências e padrões de números e figuras. O capítulo tem um subtítulo chamado "Sequência numérica" e outro "Lei de formação de uma sequência numérica".

O LD aborda o conteúdo de modo elementar e propõe atividades que exploram tanto sequências numéricas quanto figurativas. Por exemplo, há situações nas quais é apresentada uma sequência numérica e, em seguida, há uma solicitação para que sejam encontrados: a) os próximos números da sequência; b) a lei de formação que descreve a sequência numérica; c) a posição ocupada por um termo dado; e d) o termo que se encontra na posição dada. O material também traz atividades com sequências de figuras solicitando: a) a lei de formação da sequência obtida com as quantidades dos objetos das figuras; b) a quantidade de objetos na figura, de uma posição dada, e c) a posição da figura, dada a quantidade de objetos.

³ MARQUES, *et al.* POLIEDRO Sistema de Ensino - Coleção Callis - **Matemática** - Ensino Fundamental - Anos Finais - 7° Livro 1, 2020.

Salientamos que as atividades não foram aplicadas logo após o conteúdo ter sido ensinado e, sim, quase dois bimestres depois, em meados do terceiro bimestre. Consideramos o momento apropriado, inclusive, para avaliar como os alunos lidariam com situações para as quais um momento formal de ensino do conteúdo relacionado já havia sido realizado. Para o conteúdo em questão, era esperado que os alunos apresentassem dificuldades em representar a generalização, principalmente em linguagem algébrica.

Foram dispostas três aulas, sendo duas geminadas, para a resolução das atividades e uma, após o término, para a socialização das respostas. No decorrer das atividades, foram realizadas mediações nos grupos, conforme a necessidade. Na aula seguinte a das resoluções das atividades, realizamos um momento de socialização, em que os grupos foram convidados a apresentar suas respostas. Desse modo, todos puderam verificar as diferentes estratégias e generalizações que surgiram nas atividades e compará-las com as suas. Destacamos que este foi um momento importante para os estudantes, pois observaram os diferentes modos de pensar e organizar uma mesma atividade matemática. Além do que, foram argumentando e percebendo inconsistências em suas resoluções.

Ao todo, quatro atividades foram propostas e, destas, selecionamos uma para analisar nesta pesquisa. A escolha foi baseada no fato de que esta possibilita o surgimento de diferentes sequências numéricas a ela associadas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). A atividade foi apresentada aos alunos como na Ilustração 1:

Ilustração 1: Atividade

A figura a seguir apresenta o 4° termo de uma sequência:

Figura 1: Atividade 1



Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 68).

- a) Indique os três termos que podem anteceder este termo na sequência. Explique o teu raciocínio;
- b) Apresente um termo geral da sequência do número de pintas.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Para a coleta de dados, os alunos foram divididos em grupos de três integrantes. Na sequência, receberam uma folha impressa com a atividade proposta. Buscamos, pelas respostas

às atividades, o modo como os estudantes expressavam as regularidades (na forma algébrica, na figural ou na linguagem natural, por exemplo) e como estas manifestações escritas poderiam indicar o pensamento algébrico mobilizado.

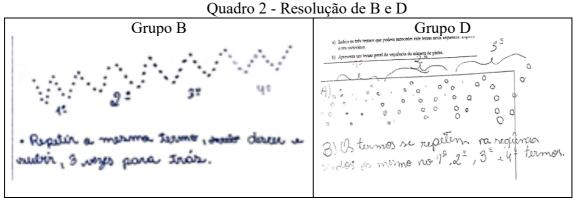
Com relação à análise dos dados, as resoluções da atividade foram divididas de acordo com cada grupo, que foram nomeados como: A, B, C, D, E, F, G, H, I e J. Depois, analisamos as representações e o raciocínio de cada grupo. Conseguinte, apresentamos as análises dos dados.

Análise dos dados

Com vistas ao objetivo proposto – tecer reflexões sobre o desenvolvimento e as generalizações das respostas dos alunos de uma turma de sétimo ano na atividade de sequência proposta - e dispostos a responder à questão de pesquisa "Quais estratégias de generalização manifestam alunos de um sétimo ano na resolução de atividades de sequência?", trazemos reflexões sobre as resoluções de cada grupo.

Para Ponte, Branco e Matos (2009, p. 69), a atividade proposta "[...] possibilita o surgimento de diferentes sequências numéricas [...], é dada grande ênfase à análise da figura, promovendo a sua decomposição e o estabelecimento de relações com a sua ordem na sequência". Diante disso, no item (a) os grupos deveriam indicar os três termos que poderiam anteceder o termo dado da sequência e explicar seu raciocínio; e no item (b), deveriam apresentar um termo geral da sequência em relação ao número de pintas. Assim, como afirmam os autores, nesta atividade, pudemos observar diferentes modos de pensar a sequência.

Os grupos B e D representaram os três termos anteriores com uma sequência constante, repetindo o quarto termo. O grupo D explica seu raciocínio "repetir o mesmo termo, descer e subir 3 vezes para trás" (Quadro 2).



Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Com relação ao item b da questão, o qual solicita o termo geral da sequência, nenhum desses dois grupos manifestou uma representação algébrica, fazendo apenas uma descrição. O grupo D escreveu: "linhas que sobem e descem com 5 pintas em cada".

Os grupos F, G, I e J indicaram os três primeiros termos da sequência por meio de um desmembramento do quarto termo dado, conforme pode-se observar no Quadro 3:

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

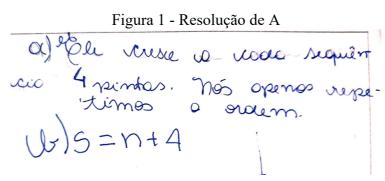
Apesar dos quatro grupos representarem igualmente os três termos faltantes na sequência, destaca-se o fato de que, na resolução dos grupos F e G, os alunos apresentaram do terceiro para o primeiro termo, em vez de desenhar do primeiro para o terceiro, denotando o modo como pensaram, de fato, ao partir do quarto para o primeiro termo, desmembrando a figura do termo dado.

Além da disposição dos termos, os grupos diferem acerca da forma como descrevem seu raciocínio. Os grupos F, G e I visualizaram uma sequência de pintas. Para os grupos F e G, a sequência cresce de quatro em quatro pintas. O grupo I descreve a forma como raciocinou afirmando que os termos são formados por "5 pintas para baixo e 5 pintas para cima". Já o grupo J parece relacionar a posição do termo pela quantidade de "linhas" que o formam. Entendemos por linhas o conjunto de 5 pintas alinhadas, que formam a figura do primeiro termo representado pelo grupo J.

Podemos perceber aqui que os alunos utilizam a estratégia que Ponte, Branco e Matos (2009) denominam de "decomposição dos termos" no que diz respeito a indicar os termos que antecedem o termo dado. Nessa estratégia, o aluno estabelece uma relação entre um termo e sua ordem. Dado que o quarto termo, na visão dos alunos, era constituído por quatro linhas ou correspondia a quatro conjuntos de quatro ou cinco pintas, os alunos fizeram uma relação entre esse número e a posição do termo. Assim, o primeiro termo é representado com uma linha ou um conjunto de pontos, o segundo com duas, o terceiro com três.

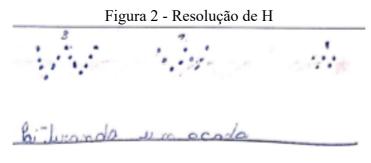
Já no item b, dentre esses quatro grupos, apenas G e J apresentaram uma generalização algébrica, a saber, a expressão n+4, pois generalizaram a ideia de que, de um termo para o outro, sempre há o aumento de quatro. Podemos perceber que os alunos reconhecem o princípio aditivo, o qual, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009, p. 45), a partir dessa estratégia "o aluno compara termos consecutivos e identifica a alteração que ocorre de um termo para o seguinte". Ainda, segundo os autores, essa estratégia, muitas vezes, conduz a um obstáculo, referente à determinação da relação entre cada termo e a sua ordem, podendo conduzir a generalizações erradas, nos casos em que não se atenham ao primeiro termo, por exemplo.

O princípio aditivo, como estratégia de generalização, parece surgir novamente na resolução do grupo A que, conforme mostra a Figura 1, embora não tenha feito qualquer representação dos termos, no primeiro item da questão escreve seu raciocínio: "Ele cresce a cada sequência de 4 pintas" e no item b generalizam com a expressão n + 4.



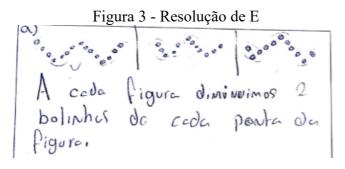
Fonte: Organizado pelos autores, 2019.

Os grupos E e H observaram sequências diferentes. Na resolução de H, percebemos que o grupo mantém o formato da letra W e vai tirando uma pinta de cada linha de pintas que formam a figura, e os termos são formados, sucessivamente, por linhas com 4, 3 e 2 pintas. A Figura 2 mostra a resolução de H:



Fonte: Organizado pelos autores, 2019.

O grupo E, por sua vez, mantém as pintas do meio da figura e vai diminuindo uma pinta em cada lado das pontas do termo da sequência. Assim, quando descreve o raciocínio afirma "a cada figura diminuímos duas bolinhas de cada ponta da figura". A Figura 3 mostra a resolução de E:



Fonte: Organizado pelos autores, 2019.

Podemos perceber, na Figura 3, o modo como o grupo E organiza o pensamento. Tomou o quarto termo dado na atividade como se fosse o primeiro, e a partir daí foram diminuindo a quantidade de bolinhas que compõem a figura em cada termo da sequência, contudo, não enumeram a sequência como os grupos F e H.

Novamente, cabe destacar a forma de organizar o pensamento, denotada pela resolução apresentada pelos grupos F, G, E e H que partem do quarto termo e descrevem os termos exatamente na forma em que pensaram, partindo do termo dado para chegar no primeiro. No item b, o grupo E escreveu a expressão n+2. Ainda que no item a, na descrição de como desenharam a sequência, tenham escrito "diminuímos duas", pois escreveram a sequência de trás para frente, no item b, traduziram a expressão como sendo n+2, associando ao fato de que a cada termo aumentavam duas pintas no total. Supomos que a variável n utilizada pelo grupo, representa o número de pintas da figura anterior mais duas pintas, acrescentadas no termo da sequência e manifestando mais uma vez o princípio aditivo na generalização dada pelo grupo.

Apenas o grupo C escreveu e/ou enxergou dois modos de descrever a sequência. Apesar de não representar os termos requeridos, afirmam que uma maneira possível de pensar a sequência seria por meio da comparação do termo dado com a letra W ou "pensando de 5 em 5", ou seja, o grupo se refere a uma ideia também utilizada pelo grupo I sobre o aumento de cinco em cinco pintas para descrever os termos da sequência. A Figura 4 traz a resolução de C:

Figura 4 - Resolução de C

o) Temor duar maneiras de pensar. A primeira é:
pelo alfabeto senso essa um
W OU pensando de 5 em 5.

Fonte: Organizado pelos autores, 2019.

Notamos que os grupos, os quais perceberam sequências não constantes, descreveram os termos de forma decrescente com relação ao tamanho da figura, à quantidade de pintas e/ou linhas. Nenhum grupo propôs, por exemplo, que o primeiro termo tivesse tamanho maior ou mais pintas que o segundo, e esse, que o terceiro, fazendo com que o quarto termo fosse o menor dentre os representados. Como o quarto termo foi dado, eles continuam a sequência de trás para frente, até observarem qual seria a figura do primeiro termo. Possivelmente, esse fato aconteça devido ao sistema de numeração, sendo o antecessor menor que seu sucessor e evidenciando a estratégia de decomposição dos termos em sua resolução. Essa forma de pensar é evidenciada principalmente pelos grupos F, G, E e H que fizeram a disposição dos termos do terceiro para o primeiro.

Diante das distintas formas de ver e representar os termos que emergiram da sequência proposta, percebemos a importância de atividades que privilegiam essa flexibilidade de pensamento e concordamos com Vale (2011, p. 3) na afirmação de que "Ver' um padrão é necessariamente o primeiro passo na exploração do padrão" e conduz à generalização. Assim, atividades com padrões figurativos, segundo a autora, têm um importante papel no raciocínio do aluno ao desenvolver a percepção visual.

Os grupos B, C, D, F, H, I descrevem sua forma de ver a sequência em linguagem verbal, sem propor uma representação algébrica, ou uma generalização da sequência. Depreende-se dos dados o fato de que cada grupo utilizou o que Ponte, Branco e Matos (2009) chamam de

"vertente do pensamento algébrico" – representar, traduzindo a informação que lhes foi apresentada para outras formas de representação – que foram verbais nos casos dos grupos citados e simbólicas nos casos dos grupos A, E, G e J.

Ponte, Branco e Matos (2009), Cyrino e Oliveira (2011) e Lima e Segadas (2015) afirmam que a generalização se dá desde os anos iniciais, progressivamente, por meio de linguagem natural — que já exige capacidade de abstração — a fim de que, com o tempo e a experiência, passam a utilizar uma representação mais formal, aplicando símbolos matemáticos adequados. Ademais, para Lima e Segadas (2015), os alunos se saem melhor no registro oral e escrito do que no registro algébrico.

Corroborando estes autores, Vale (2012) afirma haver quatro tipos de representação essenciais para a Álgebra no ensino de matemática: verbal, numérica, gráfica e algébrica, e que a opção por cada um dos tipos de representação na resolução de um problema vai depender de vários fatores, como, por exemplo, o nível cognitivo e formas de pensamento de quem resolve a atividade. Segundo a autora, isso reforça que "o ensino deve promover uma articulação entre as diferentes representações de modo a tornar os estudantes mais flexíveis e criativos e a promover uma melhor compreensão dos conceitos" (VALE, 2012, p. 188).

Nesse viés, Nacarato e Custódio (2018, p. 14) atestam que a constituição do pensamento algébrico:

[...] demanda tempo e pressupõe no currículo de matemática, desde o início da escolarização, um trabalho contínuo que, por meio de diferentes tipos de exploração, vai se tornando complexo, à medida que as tarefas matemáticas e os conceitos também se complexificam.

Essas observações nos trazem a reflexão de que, como professores, necessitamos promover/subsidiar mais possibilidades de atividades, as quais visem ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos. Conforme Serrazina (2014, p. 1056),

Os professores podem aprender a partir do seu ensino analisando-o, em especial as dificuldades que os seus alunos enfrentam na aprendizagem de determinado tópico, o que aprenderam, como responderam a representações, questões e tarefas particulares. Escutando os alunos, os professores não apenas desenvolvem concepções mais elaboradas de como se desenvolve o seu pensamento matemático, mas neste processo interativo vão desenvolvendo estratégias e aprendendo a lidar com os conceitos matemáticos que querem ensinar-lhes.

O olhar sobre os trabalhos dos alunos e a reflexão individual ou com seus pares, vinda desse trabalho, permite ao professor descortinar e se aproximar das dificuldades manifestadas pelos estudantes, de modo que possa auxiliar, especificamente no que concerne a essa pesquisa e ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Considerações Finais

O objetivo deste artigo foi tecer reflexões advindas da análise do desenvolvimento das resoluções e das estratégias de generalizações manifestadas pelos alunos de um sétimo ano em uma atividade de sequências. Baseando-nos nos aspectos do pensamento algébrico de representar e raciocinar de Ponte, Branco e Matos (2009), pudemos inferir, a partir das resoluções, que os alunos participantes manifestam alguma habilidade na utilização de simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas na sequência, conforme proposição da BNCC (BRASIL, 2017) para a série em questão, mas que ainda se encontram em vias de formalização e precisam de mais oportunidades para se desenvolverem.

Os alunos demonstraram diferentes níveis de generalização, alguns com mais dificuldades, outros menos, principalmente a respeito da generalização dos termos em linguagem algébrica. A estratégia de generalização que mais emergiu das respostas foi a aditiva. Além disso, pudemos perceber as vertentes do pensamento algébrico de representar e raciocinar.

Enquanto professores, sentimos a necessidade de continuar a realizar estudos e pesquisas sobre a temática. Tendo em vista que nesta pesquisa nosso olhar se voltou para a produção escrita dos estudantes, com intuito de aprofundarmos a compreensão das estratégias adotadas pelos alunos, consideramos a necessidade futura de explorar outros tipos de instrumentos de coleta de dados, como as audiogravações.

Entendemos que, para o professor, o contato com pesquisas como essas e o trabalho de investigar os tipos de pensamentos e estratégias, mobilizados pelos alunos ao resolverem as atividades, promovem um olhar mais amplo para o ensino de Álgebra, com menos ênfase no aspecto formal e mais próximo dos processos de produção de significado dos conteúdos pelo aluno.

Finalmente, este trabalho aborda sobre a importância de atividades que propiciam a busca de reconhecimento de padrões e de generalização através de regras que os próprios alunos possam formular, recorrendo à linguagem verbal e à simbologia matemática, permitindo que o ensino da Álgebra se processe de modo gradual e ajude a desenvolver a capacidade de abstração tão necessária na aprendizagem, não apenas de conteúdos da Álgebra, mas da Matemática como um todo.

Referências

ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 10, p. 34-60, jan.jun. 2017.

BIGODE, A. J. L. Base, que base? O caso da Matemática. *In*: CÁSSIO, F.; CATELLI Jr., R. (Org.). **Educação é a Base?** 24 educadores discutem a BNCC. São Paulo: Ação Educativa, 2019. p. 139-159.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148p

. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 2. ed. Campinas, SP: Papirus, 1997.

KAPUT, James J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT, James J.; CARRAHER, David W.; BLANTON, Maria L. (Ed.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates; NCTM, p. 5 - 17, 2007.

LIMA, L. S.; SEGADAS, C. Formulação de problemas envolvendo generalização de padrões por alunos do ensino fundamental: análise de registros orais e escritos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 4, n. 6, p. 48 - 65, jan.-jun. 2015.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 2005.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. *In:* NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (Orgs). **Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica [livro eletrônico]**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática --Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

OLIVEIRA, V.; PAULO, R. M. Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 75-95, 2019.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. *In:* VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (Eds.). **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no Ensino Básico. Portugal: Ministério da Educação e Direção Geral de Inspeção e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), 2009.

SERRAZINA, Maria de Lurdes. O Professor que Ensina Matemática e a sua Formação: uma experiência em Portugal. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1051-1069, 2014.

VALE, I. Resolução com Padrões em Contextos Figurativos: exemplos de sala de aula. **Actas do II SERP** - Seminário do Grupo de Trabalho em Estudos em Resolução de Problemas, [CD-ROM], UNESP, Rio Claro, Brasil, 2011.

VALE, I. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interacções**, Coimbra, n. 20, p. 181-207, 2012.

Recebido em 21 de abril de 2020. Aprovado em 13 de março de 2021.