





# SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM RECURSOS TECNOLÓGICOS INTEGRADOS VISANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE:

# uma experimentação com atividades investigativas inspirada em uma pesquisa docente

Didactic Sequence with integrated technological resources aimed at teaching and learning of proportionality:

an experimentation with investigative activities inspired by teaching research

Samara da Silva Corrêa

samara.correa@iff.edu.br

Instituto Federal Fluminense - IFF https://orcid.org/0000-0002-5875-3828

Nelson Machado Barbosa

barbosa@uenf.br

Universidade Estadual do Norte Fluminense - UENF https://orcid.org/0000-0002-0628-1195

#### Resumo

A presente pesquisa tem como objetivo principal analisar a contribuição do uso de uma sequência didática composta por atividades investigativas integradas por recursos tecnológicos, visando o ensino e aprendizagem do estudo de proporcionalidade. Para melhor compreender as dificuldades do trabalho com o tema proposto, foi realizada uma entrevista com professores de Matemática, tencionando suas estratégias de ensino, recursos didáticos, dificuldades e sugestões, todas voltadas exclusivamente para o tema do trabalho. A presente pesquisa, embora contenha aspectos quantitativos no que concerne à quantificação dos resultados, pode ser considerada como qualitativa, pois buscou estruturar a pesquisa, tendo em vista a análise do aprendizado dos pesquisados a partir de toda a experimentação. A pesquisa foi aplicada a alunos do 1º ano do Curso Técnico em Química integrado ao Ensino Médio e os dados foram coletados por meio de aplicação de questionários avaliativos e investigativos, além de observações e intervenções pedagógicas. Os resultados mostraram que a sequência didática proposta, integrada com recursos tecnológicos específicos, contribuiu significativamente para uma ampla compreensão do estudo de proporcionalidade de uma forma mais atrativa, dinâmica e interativa, promovendo a autonomia e a capacidade argumentativa dos pesquisados sobre o tema.

Palavras-Chave: Proporcionalidade. Sequência didática. Recursos tecnológicos.

**Abstract** 

The present research has as main objective to analyze the contribution of the use of a didactic sequence composed of investigative activities integrated by technological resource, aiming at the teaching and learning of the study of proportionality. To better understand the difficulties of working with proportionality, an interview was conducted with Mathematics teachers, intending at their teaching strategies, didactic resources, difficulties and suggestions, all focused exclusively on the topic of work. The present research, although it contains quantitative aspects with regard to the quantification of the results, can be considered how qualitative, since it sought to structure the research, in view of the analysis of the respondents' learning from all the experimentation. The research was applied to students of the 1<sup>st</sup> year of the Technical Course in Chemistry integrated to High School and the data were collected through the application of evaluative and investigative questionnaires, in addition to observations and pedagogical interventions. The results showed that the proposed didactic sequence, integrated with specific technological resources, contributed significantly to a broader understanding of the proportionality study in a more attractive, dynamic and interactive way, promoting the students' autonomy and argumentative capacity on the subject.

**Keywords:** Proportionality. Didactic sequence. Technological resources.

# Introdução

O conceito de proporcionalidade possui muitas aplicações na vida cotidiana, porém alguns trabalhos apontam que o estudo da proporcionalidade é meramente trabalhado pelos professores em sua prática na forma do algoritmo da regra de três. Esses mesmos professores, durante suas formações iniciais, também tiveram limitações na apresentação do conceito de proporcionalidade (SILVA; ALENCAR, 2012).

Geralmente, o conceito de proporcionalidade é trabalhado no 7º Ano do Ensino Fundamental. Contudo, a noção de proporcionalidade é anterior a isso, iniciado quando o pensamento multiplicativo é trabalhado com a criança, já nos primeiros anos do Ensino Fundamental. A proporcionalidade possui importância fundamental no ensino-aprendizado da Matemática, pois sua utilidade se estende pelas diversas outras áreas do conhecimento, porém necessita de métodos eficientes de trabalho, de forma a superar o simples emprego do algoritmo da regra de três, assim como o erro de aplicação de estratégias de proporcionalidade em questões onde não existe essa relação entre as grandezas (BRASIL, 2006), auxiliando alunos e professores a um aprendizado mais eficiente, mais amplo e menos simplista. Compreender como a proporcionalidade é trabalhada no Ensino Médio pode auxiliar no entendimento das dificuldades dos estudantes quanto a esse conteúdo, que deveria ser aprendido ainda no Ensino Fundamental, mas cujas deficiências de aprendizagem se estendem até o final da Educação Básica, e para além desta (NASCIMENTO, 2017).

A matriz de Referência do Enem, por exemplo, traz diversas habilidades associadas diretamente à proporcionalidade, a qual destacamos: H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida; H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de

grandezas, direta ou inversamente proporcionais; H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação, entre outras (INEP, 2012).

Como é possível observar, a resolução de situações-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais, é um conteúdo presente na matriz de habilidades do Enem, o que exige que o aluno tenha aprendido adequadamente o conceito de proporcionalidade e saiba aplicá-lo na resolução de questões.

Diante dessas percepções, o presente trabalho é guiado pelo seguinte questionamento: como uma sequência didática composta por atividades investigativas integradas em recursos tecnológicos e digitais pode contribuir para o ensino e aprendizagem sobre o estudo de proporcionalidade direta e inversa, com alunos do 1º ano do Ensino Médio? Propõe-se a organização de uma sequência didática que procura ir além do conceito de regra de três, oferecendo subsídios para um trabalho articulado com o dia a dia do estudante, levando em consideração a aplicabilidade da proporcionalidade no seu cotidiano e formas mais ativas e dinâmicas de se aprender Matemática.

Faria (2016) realizou uma pesquisa com professores, explorando o Raciocínio Proporcional por meio de atividades com o *GeoGebra*. Essa abordagem envolvendo recurso tecnológico, segundo a autora, permitiu explorar diferentes vertentes do tema proporcionalidade. Nascimento (2017) realizou uma análise dos erros cometidos por alunos do 3º Ano do Ensino Médio, ao resolverem questões envolvendo proporcionalidade, e concluiu que a maioria dos alunos errava as questões por não interpretar corretamente os enunciados. Isso levou aos pesquisadores do presente artigo a questionarem se uma abordagem menos tradicional, com suporte de recurso tecnológico, não poderia resultar em melhor aprendizagem.

As análises dos trabalhos dos autores anteriormente citados levaram os pesquisadores a optarem pela elaboração de uma sequência didática visando o ensino de proporcionalidade, com o uso de questões-problema e apoio integral de recursos tecnológicos específicos, uma vez que esses recursos constituem estratégias que fogem ao tradicional ensino de matemática.

Diante disso, é interessante o desenvolvimento de um trabalho que aborde o ensino de proporcionalidade através da resolução de questões aplicadas em uma sala de aula. Faria (2016) estudou o uso do *GeoGebra* com professores de Matemática, e a abordagem serviu de inspiração para a elaboração de atividades exploratórias, suportadas por recurso tecnológico, para alunos do Ensino Médio, como forma de analisar o outro agente do processo de ensinoaprendizagem (o aluno). Nascimento (2017), ao abordar a importância de resolver questões-

problema e as análises de erros cometidos pelos alunos, respectivamente, suscitou a necessidade de pesquisar o ensino de proporcionalidade através de uma estratégia ativa, como forma de melhor entender os tais erros e contribuir para a obtenção de novas estratégias educacionais.

Em consonância com Faria (2016), esta pesquisa aplicou um questionário para 50 professores de Matemática, com assuntos especificamente voltados para o tema da pesquisa. O objetivo desse questionário foi traçar um perfil destes docentes quanto ao trabalho com proporcionalidade no cenário atual da educação brasileira, gerando e agregando reflexões construtivas para a sequência didática.

Entretanto, a presente pesquisa tem como objetivo geral investigar a contribuição do uso de uma sequência didática composta por atividades investigativas para o estudo de proporcionalidade direta e inversa, com alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio. Vale ressaltar que este trabalho é resultado de uma pesquisa de mestrado do Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), a qual foi desenvolvida no Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia Fluminense (IFF), na cidade de Itaperuna, no Estado do Rio de Janeiro.

De forma a alcançar o objetivo geral definido, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- Promover estudos sobre o conceito de proporcionalidade;
- Promover e despertar o senso crítico com relação ao uso da proporcionalidade;
- Verificar o nível de conhecimento de alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química
   Integrado ao Ensino Médio acerca do conteúdo proporcionalidade;
- Identificar as principais dificuldades dos alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio na resolução de questões envolvendo proporcionalidade;
- Aplicar uma sequência didática abordando proporcionalidade imersa em uma metodologia investigativa, com suporte dos recursos tecnológicos e digitais, visando o ensino e aprendizado do estudo de proporcionalidade;
- Verificar o potencial educacional de uma sequência didática envolvendo recursos tecnológicos e questões investigativas que sirva como recurso para o trabalho do professor de Matemática no cenário atual da educação brasileira.

Em síntese, esta pesquisa traz à tona a confecção de uma sequência didática, integrada em uma metodologia investigativa com apoio dos recursos tecnológicos e digitais, com o objetivo de tornar o ensino-aprendizagem mais dinâmico e participativo, utilizando estratégias

específicas que possibilitem uma assimilação significativa no tocante ao uso de proporcionalidade.

#### Tecnologias digitais e sua utilização na matemática

Muito já se ouviu falar da educação do futuro, pautada no uso inteligente da tecnologia, tornando o que se tem na atualidade, a simples inserção do computador na sala de aula. Esse vislumbre de algo que começou com a invenção do computador e a popularização da *internet*, ainda parece distante de se concretizar. Scaico e Queiroz (2013) relatam que é preciso, primeiro, superar alguns desafios, como, por exemplo, o papel da educação na era digital, a negatividade desenvolvida por muitos indivíduos em relação à Matemática e a questão da utilidade do conhecimento para o aluno.

O ensino de Matemática no Brasil deixa marcas muito negativas em alguns alunos, inclusive alterando seus percursos escolares, por exemplo, por meio de reprovações (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007). Outro aspecto é a questão da utilidade do conhecimento matemático. Os alunos questionam: "Para que serve isso?"; "Onde eu utilizarei isso?"; "Isso não serve para nada!". Enquanto houver tal posicionamento quase niilista sobre a Matemática, ficará difícil desenvolver um trabalho de qualidade. E a superação deste quadro está justamente no professor, que pode mostrar ao aluno por meio de atividades contextualizadas a importância da Matemática para a vida das pessoas. Babinski (2017, p. 27) afirma que

A matemática ajuda de certa forma a estruturar o pensamento e o raciocínio relativo, ou seja, tem valor formativo, porém desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta útil para a vida cotidiana, ademais para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a matemática como um sistema de códigos e regras que a torna uma linguagem de comunicação de ideias. Com isso, o aluno tem a possibilidade de modelar a realidade e interpretá-la, pois todas as pessoas sofrem influências da Matemática, de modo que cada um tem uma ferramenta a empregar, uma máquina a utilizar, um aparelho a pôr em funcionamento, sem falar dos arquitetos, contadores, engenheiros, agrimensores, entre outros, para os quais o uso profissional da Matemática tem um caráter permanente.

Estão nas mãos dos professores as ferramentas necessárias para o entendimento de que a Matemática faz parte de todas as outras disciplinas, em maior ou menor grau, e, mais do que isso, seus códigos e regras permeiam a comunicação. Para isto, é preciso investir em uma nova forma de se trabalhar os conteúdos matemáticos, rompendo com o simples ato de resolver por resolver, o que esvai de sentido qualquer atividade.

Os recursos tecnológicos, apesar de importantes e cada vez mais utilizados no ensino, não são a solução definitiva de todos os problemas educacionais, inclusive porque se espera um novo posicionamento do professor neste cenário que se descortina. No contexto do uso de tecnologias na educação, o professor deve ser um mediador do processo.

O professor, enquanto mediador, cria situações aumentando a autoestima dos alunos, além de permitir novos valores, verifica a dificuldade de aprendizagem de determinados conteúdos, oportunizando situações propícias à aprendizagem. O professor mediador tem papel significativo, é dele a missão de buscar alternativas viáveis para estimular o interesse dos alunos, tornando-os participativos nas aulas, se transformando em sujeitos colaborativos no processo de ensino e aprendizagem (VAZ; JESUS, 2014, p. 61).

Não é uma educação das máquinas que se busca quando se inserem computadores em sala de aula, mas sobretudo, uma educação dos homens, feita por pessoas que levam em consideração a formação do aluno enquanto cidadão, em detrimento do simples acúmulo de conhecimento. O professor perdeu o *status* de centro do processo educacional (na pedagogia tradicional) para o aluno, mas o aluno não pode perder esse espaço para os recursos tecnológicos, ou não fará sentido algum empregá-los.

Indo um pouco além, é preciso, também, instrumentalizar os alunos para o pensamento e a reflexão sobre o aprendizado:

Desde os primeiros anos da vida escolar o educando está acostumado a estudar apenas o que é necessário para as provas, ou para passar de ano, não se habituando a pensar, menos ainda a desenvolver um raciocínio mais lógico ou habilidades de argumentação, tão pouco fazer uso do que aprende para tomar decisões. Domina as tecnologias, até onde compreende o que ela apresenta, porém se as mesmas oferecem uma linguagem diferente da qual estão acostumados (representações de gráficos ou tabelas, por exemplo) os mesmos não compreendem nem tão pouco sabem fazer uma leitura adequada das informações ali contidas (CASTOLDI; DANYLUK, 2014, p. 5).

Como os autores deixam claro, os alunos estão acostumados a não pensarem sobre o próprio conhecimento, em virtude de uma cultura escolar burocrática, que não cabe discutir neste momento. Além disso, não se preocupam em interpretar o que leem ou veem, apenas seguem em frente. Esse é outro desafio a se superar para o estabelecimento de uma educação matemática na escola.

Dito isto, não basta ao professor apenas dominar os conteúdos a serem ensinados, mas também é necessário

que o professor seja capaz de identificar as dificuldades de aprendizagem, os conhecimentos que os alunos têm sobre uma determinada noção matemática e as eventuais fontes de erros cometidos. Ele deve, sobretudo, ser capaz de criar boas situações didáticas que propiciem a superação dos erros e que favoreçam a aprendizagem de novos conhecimentos (LIMA, 2011, p. 2).

Ainda segundo Lima (2011), é preciso que o educador consiga criar situações didáticas que possibilitem diferentes formas de aprender, de modo a superar as dificuldades gerais do ensino e as especificidades da Matemática. Para isto, é necessário, antes de tudo,

que o professor veja o aluno com outros olhos, com olhos de pesquisador que investiga a própria prática pedagógica e busca corrigi-la.

É necessário, portanto, que se faça uma nova educação matemática, no sentido de formar indivíduos que refletem sobre os problemas, e não simplesmente os resolvem de forma mecânica. Os recursos tecnológicos podem ajudar nessa revolução, desde que seu uso seja planejado e crítico.

Entretanto, o uso de recursos tecnológicos já não representa o centro das discussões no processo de ensino-aprendizagem, mas sim a forma de utilização dos mesmos (MONTEIRO et al., 2013). Isso porque a simples utilização de um recurso tecnológico não significa, necessariamente, a mudança do método de trabalho do professor. É o caso, por exemplo, do uso do projetor (*datashow*) para a exibição de conteúdos de forma expositiva (transposição da aula expositiva para um recurso tecnológico).

É necessário, portanto, que o professor, antes de tudo, tenha a curiosidade de pesquisar e estudar a melhor forma de utilizar as tecnologias digitais. Mais do que dominar o conteúdo, é preciso conhecer os recursos que se pretende utilizar. Segundo Vaz e Jesus (2014, p. 61),

Constatamos que para o professor, independente da disciplina, é essencial seu preparo em relação a especificidade de seu conhecimento, conhecer bem o conteúdo de sua disciplina, para ministrar uma aula a contento. O educador deve dominar bem o *software* para assim, realizar um ensino do conteúdo com qualidade. Por fim, só podemos ter uma atitude de professor construtivista se realmente nos apropriarmos desse conhecimento. Mas não basta ter o conhecimento matemático, o conhecimento tecnológico e o construtivismo, é necessário fazer a integração desses três elementos para que a proposta funcione.

Fioreze (2010), trabalhando conceitos de proporcionalidade por meio de atividades digitais com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, verificou que os alunos foram mais coerentes ao aplicarem conhecimentos relativos ao tema proporcionalidade em diferentes situações, quando aprendiam por meio de recursos tecnológicos. O autor destaca, também, a importância do professor no processo durante a seleção das atividades e, também, no desenvolvimento dessas atividades como mediador, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais natural e significativo.

Monteiro (2016) constatou que recursos lúdicos e tecnológicos contribuíram para a aprendizagem de Álgebra de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, fazendo com que os discentes ficassem mais motivados durante o processo. Com a pesquisa, a autora também concluiu que tais recursos não faziam parte das aulas de Matemática direcionadas para a turma, o que mostra a falta de aproveitamento dos recursos disponíveis.

Villaça e Santos (2018) analisaram o chamado Ensino Híbrido, especificamente com os temas "relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear e entre Grandezas Inversamente Proporcionais e Hipérbole", com alunos do 1º Ano do Ensino Médio. Mesmo utilizando recursos tecnológicos, os autores iniciaram as atividades com uma revisão oral de conteúdos (grandezas proporcionais, função afim e função linear), ou seja, da forma tradicional. Os pesquisadores elaboraram atividades organizadas em blocos chamados de "estações", cada qual com certo número de questões que deveriam ser resolvidas antes de dar continuidade. Desta forma, os alunos em grupos realizavam as atividades autonomamente, guiados pelo que estava programado para cada estação. A experiência dos autores foi bastante positiva, porém também constataram que, nas atividades em que era exigido que os alunos tomassem decisões e saíssem da posição passiva imposta pelo ensino tradicional, esses alunos tinham dúvidas e pediam auxílio dos pesquisadores.

Como nem todas as experiências são positivas, destacamos o trabalho de Silva (2015), que aplicou uma sequência didática sobre proporcionalidade a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, com a utilização do programa *GeoGebra*. A primeira dificuldade descrita pelo pesquisador foi o fato de os alunos não conhecerem o programa, o que atrapalhou o andamento das atividades. O objetivo do pesquisador era verificar se os alunos, ao final da sequência didática, seriam capazes de reconhecer quais grandezas eram direta ou inversamente proporcionais. O pesquisador não observou melhora no desempenho dos alunos que, a priori, foram avaliados com dificuldades no conteúdo. O autor destaca também que muitos dos alunos que apresentaram dificuldades tinham baixo desempenho em outros conteúdos matemáticos, como as operações básicas. Esse foi um dos poucos trabalhos identificados que afirma não ter encontrado vantagens claras no uso de tecnologia para o ensino de um tema específico de Matemática.

Por fim, constatou-se que os recursos tecnológicos têm sido apontados como auxiliares ao trabalho do professor, e por meio de diferentes pesquisas, tem-se mostrado como potencializadores do aprendizado. Contudo, é preciso utilizá-los de forma crítica.

#### Questionário do professor

O questionário do professor foi dividido em três seções para melhor organização da pesquisa: I - Identificação; II - Sobre suas práticas educativas e III - Sobre o ensino/aprendizado de Proporcionalidade. O objetivo da aplicação do questionário foi levantar dados sobre a formação do professor de Matemática, os recursos por ele utilizados, assim como os conceitos de proporcionalidade presentes em suas aulas. Conhecer a formação e os

aspectos da atuação do professor pode ajudar a melhor compreender os acertos e os erros dos alunos.

Os questionários foram enviados por mensagem de *e-mail*, por meio de formulário eletrônico do *Google*. Responderam ao questionário 50 docentes, pertencentes aos estados do Rio de Janeiro e Espírito Santo, cujas análises das respostas nos permitiram traçar um perfil destes profissionais.

Neste artigo serão dados apenas alguns resultados referentes às seções 2 e 3, detalhes específicos desta pesquisa podem ser vistos na dissertação de Corrêa (2019).

Sobre suas práticas educativas, foram propostas algumas argumentações sobre as práticas destes docentes em sala de aula, com o intuito de averiguar quais recursos eles utilizam e suas observações sobre esta utilização. Buscou-se saber quais estratégias de ensino utilizam em suas aulas; como os alunos reagem às aulas, considerando sua prática e os recursos utilizados; se há algum aspecto que gostariam de mudar na sua prática, quais recursos utilizam; e a descrição de como é feita a utilização.

Na Figura 1, verifica-se que a estratégia mais utilizada pelos professores ainda é a aula expositiva, com 98%, seguida por trabalho em grupo (80%). Salienta-se que nesta pergunta os professores poderiam assinalar mais de uma opção.

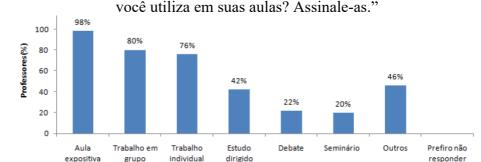


Figura 1 – Percentual de respostas dos professores à questão: "Quais estratégias de ensino você utiliza em suas aulas? Assinale-as."

Fonte: Dados da pesquisa

Segundo Giraldo (2018), é necessária a formação de professores para uma abordagem problematizadora, que rompa com a dicotomia da universidade ser local de produção de saberes e a escola somente de aplicação. A tradicional aula expositiva por si só, sem acréscimos de outras metodologias, apontada como um dos recursos utilizados pelos professores, vai de encontro com que o autor diz, exatamente por não possibilitar um ensino mais instigante e problematizador. Percebe-se, portanto, que a despeito de muitos outros recursos e tecnologias desenvolvidas no meio educacional ao longo dos anos, a tradicional exposição de conteúdos ainda é a mais utilizada.

Quando se analisa quais recursos computacionais são mais utilizados pelos professores, os *softwares* para o ensino de Matemática aparecem em primeiro lugar dentre as respostas dadas (87%), seguido de jogos (21%). Dos *softwares* citados, estão os *softwares GeoGebra, Winplot*, entre outros.

Apesar de os jogos se confundirem com recursos tecnológicos quando se trata de jogos de computador, percebe-se que a maior porcentagem de recursos utilizados pelos professores está ligada à tecnologia. Os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) já traziam a importância de se considerar o computador como um instrumento capaz de integrar várias mídias e auxiliar no ensino-aprendizado. Entretanto, a simples presença da tecnologia digital não é suficiente para que ocorra o aprendizado, cabendo ao professor uma reflexão sobre a sua utilização.

Questionando os professores sobre a forma de reação dos estudantes frente às suas práticas pedagógicas, 52% dos professores afirmaram que os alunos se mostram interessados e se envolvem bastante com as aulas. Entretanto, uma parcela relevante de professores (38%) informou que os alunos demonstram apatia ou se mostram desinteressados, não se envolvendo com as aulas. Entretanto, vale ressaltar que 74% dos docentes informaram que desejam mudar suas práticas pedagógicas frente ao cenário atual da educação brasileira.

Na Figura 2, é possível observar especificamente os recursos que os professores utilizam em suas aulas. Como é possível constatar, "YouTube" (58%), Geogebra (54%) e Smartphone (54%)" são apontados como os mais utilizados. Estudo sobre o uso de recursos tecnológicos em uma escola pública no interior de São Paulo, feito por Neves, Dióginis e Cunha (2015), mostrou que os professores possuíam uma visão instrucionista da tecnologia, e isso refletia na forma como ela era empregada, o computador como uma "máquina de ensinar". Essa abordagem reduz enormemente o potencial do recurso tecnológico, que passa a servir como transmissor de saberes, em detrimento de ajudar a construí-lo.



Fonte: Dados da pesquisa

Foi constatado nesta pesquisa que a maioria dos professores utiliza os recursos tecnológicos para exibir vídeos ou filmes educativos (34%) e a segunda parcela mais representativa (20%) utiliza *softwares* para trabalhar com equações, funções ou geometria.

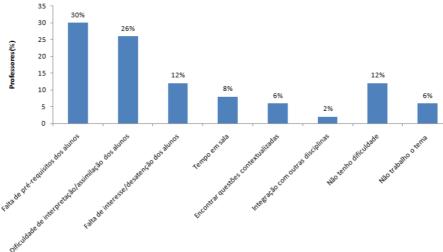
Analisando as respostas dos docentes, sobre o ensino/aprendizado de proporcionalidade, constata-se que a maioria (90%) afirma gostar de trabalhar com proporcionalidade e ainda concorda que o tema seja trabalhado de forma constante com os estudantes. Analisando o questionário, citamos a seguinte justificativa dada por um determinado professor: "O conceito de proporcionalidade está presente no cotidiano de qualquer pessoa e, em diversas situações". Em geral, percebe-se que os professores têm uma ideia muito clara da aplicabilidade dos conceitos de proporcionalidade no cotidiano das pessoas, o que, por si só, já justificaria seu uso.

Analisando as respostas dos professores sobre as dificuldades ao trabalhar com proporcionalidade, constata-se que falta de pré-requisitos (30%) e dificuldade de interpretação dos alunos (26%) são apontados como as maiores dificuldades em trabalhar o tema proporcionalidade (Figura 3). Como exemplo de fala dos professores, tem-se: "Minha maior dificuldade é fazer com que os alunos entendam que nem tudo na vida pode ser resolvido com regra de três simples."; "São capazes, porém desinteresse persiste por parte dos alunos"; "Uso mecânico da regra de três, ou seja, falta interpretação e reflexão";

Os resultados apresentados na Figura 3 corroboram a pesquisa de Resende e Mesquita (2013), onde os seus "resultados mostraram principalmente que há uma dificuldade em relação à linguagem usual dos alunos e a linguagem matemática, o que dificulta a interpretação dos textos matemáticos e a proposição de questionamentos". Ainda afirmam:

O professor deve se posicionar como mediador do conhecimento e, neste sentido a matemática não deve ser trabalhada com uma ênfase exagerada na linguagem matemática até que se tenha conceitos compreendidos. A linguagem matemática deve ser introduzida concomitantemente com a compreensão do que se fala, permitindo que se reconheça e que se crie mentalmente o ente matemático de que se está falando (RESENDE; MESQUITA, 2013, p. 208).

Figura 3 – Percentual de respostas dos professores à questão: "Qual a sua maior dificuldade ao trabalhar estes conceitos?"



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 4, verificamos as respostas dos professores em relação aos recursos utilizados para trabalhar com o conceito de proporcionalidade. Percebe-se que a maioria deles (30%) utiliza o material concreto, e uma segunda parcela representativa (28%), de aulas expositivas para trabalhar o tema Proporcionalidade.

Figura 4 – Percentual de respostas dos professores à questão: "Quais recursos você utiliza para trabalhar os conceitos de proporcionalidade?"



Fonte: Dados da pesquisa

Por fim, questionados como melhorar o aprendizado de proporcionalidade, 46% dos professores afirmam que utilizar-se de situações do cotidiano do aluno pode tornar o ensino-aprendizado de proporcionalidade mais significativo.

Considerando as respostas dos professores, nesta pesquisa concluímos que seria útil a utilização de uma metodologia alternativa com recursos tecnológicos integrados, explorando questões investigativas e contextualizadas que, através dos recursos digitais, podem ser dinâmicas e interativas, tornando o ensino de proporcionalidade mais eficiente e prazeroso para os estudantes.

# Metodologia da pesquisa

A presente pesquisa apresenta aspectos qualitativos e quantitativos, com predominância qualitativa. Segundo Moreira (2002), a pesquisa qualitativa é aquela na qual o pesquisador tem interesse em interpretar situação do estudo, de forma subjetiva, e o interesse se deposita principalmente sobre o processo da pesquisa, e não nos resultados.

Em síntese, trata-se de uma pesquisa aplicada, que utiliza técnicas e instrumentos para um objetivo específico, investigando o processo de ensino-aprendizado de proporcionalidade de uma turma do Ensino Médio do Instituto Federal Fluminense (IFF) na cidade de Itaperuna – RJ. A Figura 5 apresenta o detalhamento da pesquisa.

Seleção das turmas

Aplicação do pré-teste

Aplicação do pré-teste

Aplicação do sequência Didática

Aplicação do teste

Perfil do professor

Análise das respostas

Análise dos resultados

Figura 5 – Fluxograma básico elaborado para a execução metodológica da pesquisa

Fonte: Os autores

Esta é uma pesquisa de campo. Após reflexão sobre o tema, concluímos ser necessária a pesquisa de campo, como forma de verificar a aplicação prática dos instrumentos propostos, em especial da sequência didática elaborada. Além da aplicação prática, a pesquisa de campo possibilitou conhecer facetas do ambiente escolar que estão além da teoria, como a dificuldade de trabalhar os temas junto aos alunos, assim como os desafios do uso de recursos tecnológicos na escola – um espaço onde o novo e o tradicional convivem lado a lado, com aulas expositivas e aplicativos de celulares, computadores e provas tradicionais.

A presente pesquisa foi realizada em sete etapas: I – revisão bibliográfica inicial, objetivando atualização quanto ao tema abordado; II – aplicação de questionários a alunos e professores, buscando coletar dados sobre o público-alvo da pesquisa; III – aplicação de préteste, com o objetivo de sondar os alunos quanto ao domínio de conteúdos relacionados ao tema da pesquisa; IV – aplicação da sequência didática, trabalhando conteúdos pertinentes ao tema; V – aplicação do pós-teste, buscando mensurar a apreensão dos conceitos trabalhados; VI – aplicação do questionário investigativo, objetivando sondar o aluno quanto aos aspectos da sequência didática aplicada e VII – análise dos dados obtidos.

Como já supracitado, a pesquisa foi desenvolvida no Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia Fluminense (IFF), na cidade de Itaperuna, no Estado do Rio de Janeiro. Ao todo, 34 estudantes participaram da experimentação, colaborando, assim, para a obtenção dos resultados e alcance dos objetivos pretendidos. Vale ressaltar que para a concretização da pesquisa, foram solicitadas autorizações à direção da Instituição de ensino e aos responsáveis dos discentes envolvidos na pesquisa. Ambas as partes autorizaram prontamente a realização da pesquisa. Por princípios éticos, as identificações dos pesquisados foram preservadas.

A coleta de dados foi realizada por meio dos seguintes instrumentos: questionário do professor (já discutido anteriormente); questionário do aluno; pré-teste; sequência didática; pós-teste e questionário investigativo, constando na Tabela 1. Todos os questionários podem ser vistos na íntegra na dissertação de Corrêa (2019).

Tabela 1 – Ficha técnica dos instrumentos empregados na pesquisa

Atividades	Tempo utilizado	Objetivo
Attvidades	1 chipo dillizado	J
	30min	Analisar o posicionamento dos alunos diante dos recursos
Questionário do Aluno		tecnológicos, como <i>smartphones</i> e computadores; se
		conhecem o conceito de proporcionalidade, entre outros.
	1h 40min	Foram selecionadas questões do Portal Obmep e do
Pré-teste		Enem, com objetivo de verificar os conhecimentos
		prévios dos estudantes em relação ao tema da pesquisa.
	6h 40min	Trabalhar proporcionalidade com os alunos, de forma
Caguânaia didática		diferenciada da metodologia tradicional, através de
Sequência didática		atividades contextualizadas e suportadas por recursos
		tecnológicos específicos.
Pós-teste	1h 40min	Mensurar a aprensão dos conteúdos trabalhados com os
		alunos durante a sequência didática.
0	30min	Sondar os pesquisados quanto a diferentes aspectos do
Questionário investigativo		presente trabalho.

Fonte: Os autores

Após análise das respostas dos alunos ao pré-teste, percebeu-se que os mesmos possuem algumas dificuldades, tanto a conceitos diretamente ligados ao tema proporcionalidade, quanto a outros conceitos matemáticos. Levando em consideração os dados obtidos por meio da análise dos questionários (do professor e do aluno) e do pré-teste, foi elaborada uma sequência didática para ser aplicada na turma de 1º ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio.

Todas as atividades se encontram disponíveis em detalhes na dissertação de Corrêa, (2019). Na Tabela 2 são apresentadas as informações técnicas das atividades desenvolvidas, incluindo o material necessário, o tempo e a descrição de cada atividade.

Tabela 2 – Ficha técnica das atividades da sequência didática

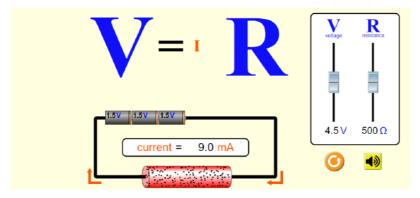
Atividades	Material	Tempo	Descrição
<ol> <li>1 – Razão no cotidiano</li> </ol>	Folha de atividades,	50min	É utilizado o objeto digital "Suco, néctar ou

	ver Corrêa (2019); computador ou <i>smartphone</i> com acesso a internet.		refresco", do Portal do Saber (PORTAL DO SABER, 2018b). A atividade deve ser desenvolvida em dupla e os objetivos desta atividade são: relembrar o conceito de razão; demonstrar uma aplicação prática do conceito de razão e trabalhar proporcionalidade com uso de porcentagens de forma diferente da metodologia tradicional.
2 – Cortando pizza em diferentes proporções	Folha de atividades, ver Corrêa (2019); computador ou <i>smartphone</i> com acesso a internet.	50min	É utilizado o objeto digital "Cortando pizza", do (PORTAL DO SABER, 2018a). A atividade deve ser desenvolvida em dupla e os objetivos são: relembrar o conceito de proporção e resolver problemas contextualizados.
3 – Construindo conceitos	Folha de atividades, ver Corrêa (2019); computador ou <i>smartphone</i> com acesso a internet.	1h 40min	É utilizada o aplicativo "Lei de Ohm", do <i>Phet – Interactive Simulations</i> (PHET, 2018b). A atividade deve ser desenvolvida individualmente e os objetivos são: trabalhar os conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionalidade; identificar variações de proporcionalidade direta e inversa; proporcionar um objeto visualmente manipulável e apresentar aplicação multidisciplinar do tema.
4 – Balançando	Folha de atividades, ver Corrêa (2019); computador ou <i>smartphone</i> com acesso a internet.	50min	É utilizada o aplicativo "Balançando", do <i>Phet – Interactive Simulations</i> (PHET, 2018a). A atividade deve ser desenvolvida individualmente e os objetivos são: aplicação dos conceitos gerais; possibilitar uma melhor compreensão das aplicações dos conceitos de proporcionalidade inversa e trabalhar o raciocínio proporcional.
5 – Proporcionalidade e função	Folha de atividades, ver Corrêa (2019); computador ou <i>smartphone</i> com o <i>software</i> GeoGebra instalado.	2h30min	É uma atividade dinâmica e interativa com a utilização integrada do <i>GeoGebra</i> . São trabalhados três tópicos, veja Corrêa (2019). Os objetivos são: estudar o conceito de proporcionalidade direta e inversa e suas relações com funções lineares e hiperbólicas; representar algebricamente situações de proporcionalidade direta e inversa com análises específicas.

Fonte: Os autores

Em relação aos objetos digitais utilizados, destacam-se os disponíveis pelo *Phet – Interactive Simulations* (PHET, 2018a), utilizados nas Atividades 3 e 4. O aplicativo digital "Lei de Ohm" permite que o estudante interaja em um circuito elétrico descobrindo de forma interativa a relação de proporcionalidade entre a tensão e a resistência (Figura 6).

Figura 6 – Layout do aplicativo "Lei de Ohm" utilizado na Atividade 3



Fonte: (PHET, 2018a)

O aplicativo "Balançando" (Figura 7) apresenta situações envolvendo a proporcionalidade inversa. Em cada nível de dificuldade (Níveis de 1 a 4) são apresentados diferentes desafios aos estudantes, onde é necessário descobrir o valor da massa dos objetos, o que exige o uso do raciocínio proporcional.

Figura 7 – Layout do aplicativo "Balançando" utilizado na Atividade 4



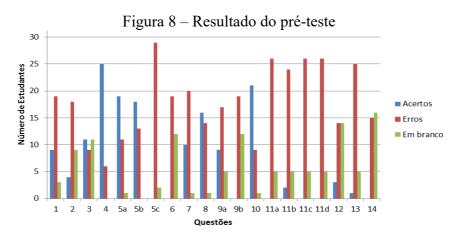
Fonte: PHET (2018b).

# Desenvolvimento e resultados da pesquisa

Os resultados desta pesquisa foram baseados na experimentação das atividades, préteste, pós-teste e questionários investigativos no início e no final das atividades.

As análises das respostas do questionário do aluno nos permitiram constatar que a maioria (85% dos estudantes) possui computador em casa, e todos possuem *smartphone* e acesso à *internet* (facilitando a aplicação da pesquisa), os quais utilizam majoritariamente para acessar redes sociais e para pesquisas escolares. Constatou-se, também, que a maioria dos alunos entende proporcionalidade simplesmente como a relação entre grandezas, um entendimento limitado do conceito, e acredita que os professores possam melhorar suas aulas com atividades lúdicas e recursos tecnológicos.

Na Figura 8, são apresentados o desempenho dos pesquisados em relação ao pré-teste. Na dissertação de Corrêa (2019), pode-se ver análises pontuais para cada questão do teste.



Fonte: Dados da pesquisa

Após a análise das questões do pré-teste, chegou-se às seguintes constatações, que merecem atenção na pesquisa:

- Muitos alunos desconhecem o conceito de razão;
- Grande parte dos alunos tem dificuldade em resolver questões que envolvem proporcionalidade por meio de regra de três, desconhecendo essa estratégia de resolução;
- A ilusão da linearidade foi constatada quando alguns estudantes empregaram proporcionalidade para resolver questões onde o conceito não se aplica;
- Os alunos demonstram desconhecer os conceitos de proporcionalidade direta e inversa;
- Grande parte dos alunos tem dificuldade em diferenciar grandezas diretamente proporcionais de grandezas inversamente proporcionais;
- Os alunos tendem a acreditar que duas grandezas são diretamente proporcionais, quando na verdade são inversamente proporcionais;
- Os alunos desconhecem o conceito de constante de proporcionalidade;
- A relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear e entre Grandezas Inversamente Proporcionais e funções hiperbólicas não é do domínio de nenhum dos pesquisados.

As atividades da sequência didática foram aplicadas em uma turma com 34 estudantes. Devido à dimensão deste artigo, serão apresentadas análises sucintas das Atividades 3 e 4, escolhidas pelo fato de ter maior interatividade digital dos pesquisados. Detalhes mais específicos de todas as atividades podem ser visto em Corrêa (2019).

A **Atividade 3** foi desenvolvida no laboratório de informática, sendo composta por duas etapas: a primeira contendo sete questões que abordam o conceito de proporcionalidade direta e a segunda contendo outras sete que abordam o conceito de proporcionalidade inversa.

Inicialmente foi necessário explicar brevemente a Lei de Ohm. Em seguida, apresentaram-se os objetivos da atividade. Pediu que os alunos lessem a introdução da atividade para compreenderem um pouco mais sobre a Lei de Ohm, e foi explicado que o foco não era estudar sobre essa Lei, mas, através dela, estudar o conceito de proporcionalidade. Foi solicitado que os alunos acessassem o aplicativo e lessem as instruções contidas na folha de atividades. Em seguida foi explicada a atividade e dada as instruções específicas aos pesquisados sobre o funcionamento do aplicativo. Na tela desse aplicativo digital, aparece um circuito elétrico, onde é possível movimentar o botão da tensão e da resistência (Figura 6). Os alunos deveriam seguir os passos descritos na folha de atividades elaborada pelos pesquisadores, manuseando o aplicativo sempre que necessário.

Durante a execução da atividade, foi observada uma situação que merece ser relatada, pois ilustra a importância de promover a reflexão dos alunos sobre as questões, em detrimento de oferecer respostas prontas. Um determinado aluno (A1) perguntou se, na questão 6 da primeira etapa, poderia colocar a resposta: "Elas apresentam uma relação "diretamente" proporcional, visto que se "somarmos" a tensão (V) por um número natural n, a corrente elétrica (I) fica somada por n." A pergunta foi compartilhada com a turma, e alguns alunos responderam "não, pois no momento que somar a tensão por um número, a corrente elétrica não fica somada por esse mesmo número". O aluno, então, conferiu no aplicativo esta possibilidade e chegou à seguinte conclusão, "Elas apresentam uma relação "diretamente" proporcional, visto que se "multiplicarmos" a tensão (V) por um número natural n, a corrente elétrica (I) fica "multiplicada" por n". Ao final da execução da atividade foi solicitado que as duplas realizassem as questões 1, 2 e 3, que constituem: relatar o que acharam do modo como foi abordado o conteúdo na atividade; se a atividade estava muito básica, muito avançada ou adequada; informar se aprenderam novos conceitos ou se relembraram aspectos importantes relacionados à proporcionalidade. Todos os alunos fizeram relatos positivos, como se pode ver no exemplo da Figura 9.

Figura 9 – Registro de um estudante em relação a Atividade 3

1 - O que você achou do modo como foi abordado o conteúdo na atividade?

Acho ofimo, de maneira dinâmica e pouro contrativa do modo como foi abordado o conteúdo na atividade?

2 - A atividade estava muito básica, muito avançada ou adequada?

3 - Você aprendeu novos conceitos ou pelo menos relembrou aspectos importantes que vão te ajudar na aprendizagem sobre proporcionalidade?

Sima Relembroi conceitos ou pelo menos relembrou aspectos importantes que vão te ajudar na aprendizagem sobre proporcionalidade?

Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 9, o estudante afirma que a forma como o conteúdo foi abordado foi "dinâmica", considerando a atividade adequada. A atividade o permitiu, também, recordar os conceitos de proporcionalidade direta e inversa. Isso explicita a importância desta sequência didática, permitindo que os alunos relembrassem conhecimentos já adquiridos. Esta atividade possibilitou trabalhar de forma multidisciplinar, abordando conceitos de Física, porém com enfoque na relação proporcional entre os valores, buscando reforçar a importância de proporcionalidade não apenas para a Matemática.

A **Atividade 4** também foi desenvolvida no laboratório de informática, cujo objetivo foi aplicar o conceito de grandezas inversamente proporcionais, abordado na Atividade 3; oportunizar um melhor entendimento dos conceitos e trabalhar com o raciocínio proporcional dos pesquisados.

Durante a execução da atividade, foi observado que os alunos se ajudavam mutuamente, discutindo os conceitos e solucionando as dúvidas uns dos outros. Uma das características dos jogos e atividades lúdicas em geral é proporcionar uma maior aproximação das pessoas, a qual foi verificada durante a execução desta atividade. Todos concluíram a Atividade 4 sem maiores dificuldades. Após todos os grupos terem concluído a totalidade dos desafios, foi solicitado que eles elaborassem um parágrafo avaliando o aplicativo. Nesses depoimentos, os alunos destacaram o potencial do jogo como um recurso didático lúdico e divertido, como mostra a Figura 10.

Figura 10 – Registro de um estudante em relação à Atividade 4

Eu 905/ei miulto do jogo, porque ele despertou meu interestria a maléria, e também me divertir o e uma focil de aprender.

Fonte: Dados da pesquisa

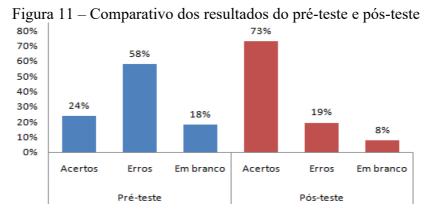
No final foram promovidas discussões e socialização acerca do tema proposto e dos resultados obtidos nas questões. Foi possível observar um avanço cognitivo dos estudantes que aqui, diferentemente do questionário inicial, foram capazes de descrever as características das grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Após a análise das atividades da sequência didática, chega-se às seguintes constatações:

- As atividades desenvolvidas no laboratório de informática despertaram o ânimo dos alunos para o estudo do tema, que se mostraram bem-dispostos frente às atividades propostas;
- Os alunos demonstraram compreender o conceito de razão;
- Os alunos demonstraram entender o conceito de constante de proporcionalidade;
- Os alunos conseguiram diferenciar proporcionalidade direta de proporcionalidade inversa;
- Os alunos conseguiram aplicar corretamente os conceitos de proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa em questões contextualizadas;
- Os alunos conseguiram representar graficamente relações de proporcionalidade entre grandezas;
- Os recursos tecnológicos facilitaram o desenvolvimento das atividades, despertando o interesse dos alunos, como eles mesmos relataram.

Por fim, este artigo apresenta uma análise em relação ao pós-teste e o questionário investigativo final. O pós-teste conteve questões semelhantes às questões do pré-teste, com o mesmo grau de dificuldade. Os objetivos do pós-teste foram: avaliar a aprendizagem dos alunos com a sequência didática desenvolvida e compará-la com o conhecimento inicial dos pesquisados; avaliar se a utilização das atividades integrada pelos aplicativos digitais proporcionou um melhor entendimento de proporcionalidade.

A Figura 11 apresenta o comparativo entre os totais de acertos, erros e questões em branco do pré-teste e do pós-teste.



Fonte: Dados da pesquisa

Com base no gráfico acima, observa-se que houve um aumento significativo do número de acertos, assim como um decréscimo considerável nas questões deixadas em branco. Dessa forma, fica claro que a sequência didática contribuiu para que os pesquisados dominassem conceitos antes não dominados, relacionados ao estudo de proporcionalidade.

Após análises das resoluções do pós-teste, foi possível constatar que alguns erros cometidos pelos alunos não estavam relacionados diretamente à proporcionalidade, mas a erros algébricos ou montagem equivocada da regra de três.

Fazendo avaliações pontuais, percebeu-se uma ampla evolução consistente dos conceitos e conhecimentos sobre proporcionalidade após a experimentação.

O questionário investigativo final foi aplicado após o pós-teste, com o objetivo de averiguar a influência desses recursos no aprendizado dos pesquisados e o grau de interesse dos estudantes nas experimentações.

Após as análises das respostas dos questionários investigativos, constatou-se:

- O uso dos aplicativos digitais despertou a atenção e o interesse dos alunos;
- As atividades da sequência didática contribuíram para que a maioria dos alunos se sentisse mais capaz de resolver questões envolvendo proporcionalidade;
- A maioria dos alunos acredita que a utilização dos aplicativos e do *software* Geogebra foi fundamental para o aprendizado;
- A maioria dos alunos acredita que o uso da tecnologia tornaria as aulas mais interessantes;
- Todos os pesquisados consideram que as atividades da sequência didática contribuíram para o processo de ensino-aprendizagem de proporcionalidade.

# Considerações finais

Desenvolver uma sequência didática composta por atividades investigativas e integradas por recursos tecnológicos específicos, visando o ensino de proporcionalidade, foi o cerne desta pesquisa.

No que concerne aos resultados, assinala-se que, em linhas gerais, foram positivos, dado que os aplicativos digitais utilizados e integrados nas atividades no decorrer da experimentação apontaram satisfatoriamente para o ensino-aprendizagem significativo e de qualidade, já que motivaram os alunos, estimulando a colaboração, a concentração e o interesse pelo tema.

Através da aplicação de questionários, descobrimos o que pensam os professores e alunos a respeito do uso da tecnologia nas aulas de Matemática, assim como outros aspectos relativos ao tema. Os professores afirmam que a maior dificuldade no trabalho com proporcionalidade é a falta de pré-requisitos dos alunos, seguida pela dificuldade de interpretação das questões. Os docentes concordam que o tema proporcionalidade seja trabalhado insistentemente com os estudantes, e acreditam que aplicações contextualizadas (cotidianas/reais) e material concreto possam auxiliar no aprendizado.

Vale ressaltar que a pesquisa trouxe diversos benefícios para os pesquisados, aumentando o interesse dos alunos, melhorando o aprendizado e expondo a presença do conceito de proporcionalidade em situações cotidianas, de forma a envolver o aluno e motiválo. Isso reforça a importância de se investir na prática pedagógica do professor, de forma a romper com a estagnação já tantas vezes discutida.

Considerando o tamanho do público pesquisado não é possível generalizar os resultados obtidos, porém, com base nos mesmos e nos relatos dos professores e alunos que participaram da pesquisa, pode-se dizer que o principal objetivo foi alcançado: investigar a contribuição do uso de uma sequência didática composta por atividades investigativas integradas por aplicativos específicos para o estudo de proporcionalidade direta e inversa, com alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Em síntese, depois de toda a aplicação da sequência didática, bem como a reflexão no que diz respeito aos procedimentos experimentais, e baseando-se nos resultados satisfatórios, espera-se que esta pesquisa sirva de suporte didático-pedagógico para os profissionais da área de Educação Matemática que desejam ter uma práxis inovadora e, através desta, promover a mudança do cenário atual da educação.

#### Referências

BABINSKI, A. L. **Sequência didática (SD)**: experiência no ensino da matemática. 2017. 89f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade do Estado do Mato Grosso, Sinop, 2017.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MECSEF, 1997.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2006.

CASTOLDI, L.; DANYLUK, O. S. Sequência didática para a introdução da estatística no ensino fundamental. In: **IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**. Ponta Grossa - PR, 2014.

CORRÊA, Samara da Silva. **Uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de proporcionalidade no ensino médio**. 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2019.

FARIA, R. W. S. C. **Raciocínio proporcional**: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra. 2016. 278f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2016.

FIOREZE, L. A. Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais. 2010. 203f. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Ciência e Cultura**, São Paulo, v. 70, n. 1, p. 37–42, jan./mar., 2018.

INEP. Matriz de Referência ENEM. Brasília, 2012.

LIMA, I. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 359–385, 2011.

MONTEIRO, A. B. et al. Utilizando sequências didáticas eletrônicas no ensino e aprendizagem da matemática. In: ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - BR: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, p. 1–11, 2013.

MONTEIRO, F. de A. A aprendizagem algébrica no Ensino Fundamental: uma abordagem a partir dos recursos lúdicos e digitais. 2016. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2016.

MOREIRA, D. A. O Método Fenomenológico na Pesquisa. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

- NASCIMENTO, R. F. **Análise de erros no processo de resoluções de proporcionalidade**. 2017. 57f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2017.
- NEVES, F. H.; DIÓGINIS, M. L.; CUNHA, J. J. Os Recursos Tecnológicos no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática na Escola Pública da Região de Mirante do Paranapanema do Estado de São Paulo. In: **EDUCERE** XII Congresso Nacional de Educação. [S.l.], 2015.
- PHET. **Balançando**. 2018. Disponível em: <a href="https://phet.colorado.edu/sims/html/">httml/</a> balancing-act/latest/balancing-act pt BR.html>. Acesso em: 16 out. 2018.
- PHET. Lei de Ohm. 2018. Disponível em: <a href="https://phet.colorado.edu/sims/html/ohms-law/latest/ohms-law\_en.html">https://phet.colorado.edu/sims/html/ohms-law/latest/ohms-law\_en.html</a>. Acesso em: 16 out. 2018.
- PORTALDOSABER. Cortando a pizza. 2018. Disponível em: <a href="https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5">https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5</a>. Acesso em: 22 out. 2018.
- PORTALDOSABER. **Suco**, **néctar ou refresco**. 2018. Disponível em:<a href="https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5">https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5</a>. Acesso em: 22 out. 2018.
- RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. B. F. Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de Matemática em escolas do município de Divinópolis-MG. **Revista Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 199 222, 2013.
- SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na aprendizagem de matemática**. 2007. 41f. Dissertação (Trabalho de Conclusão do Curso) Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.
- SCAICO, P. D.; QUEIROZ, R. J. G. B. A educação do futuro: uma reflexão sobre aprendizagem na era digital. In: II Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE) **XXIV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**. [S.l.], 2013.
- SILVA, A. F. G.; ALENCAR, E. S. O conhecimento profissional docente e sua relação com a ideia de proporcionalidade. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 175–186, nov., 2012.
- SILVA, D. M. L. Uma análise do ensino de proporcionalidade no ensino fundamental: realidade e perspectivas. 2015. 88f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.
- VAZ, D. A. F.; JESUS, P. C. C. Uma sequência didática para o ensino da matemática com o software geogebra. **Estudos**, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 59–75, mar. 2014.
- VILLAÇA, B. V.; SANTOS P. E. S. **Ensino híbrido**: estudo de proporcionalidade no ensino médio por meio de rotação por estações. 2018. 51f. Dissertação (Trabalho de Conclusão do

Curso) – Programa de Pós-Graduação Lato Sensu em Docência no Século XXI: educação e tecnologia, Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2018.

Recebido em 29 de maio de 2020. Aprovado em 05 de março de 2021.