TOMADA DE DECISÃO NA MATEMÁTICA FINANCEIRA EM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO:

uma sequência com ênfase em representações semióticas

Decision making in financial mathematics in research scenarios:

A sequence with an emphasis on semiotic representations

Elis Puntel

Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física
Universidade Federal de Santa Maria – RS – Brasil
elispuntel@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2664-7390>

Rita de Cássia Pistóia Mariani

Doutora em Educação Matemática
Universidade Federal de Santa Maria – RS – Brasil
rcpmariani@yahoo.com.br
<https://orcid.org/0000-0002-8202-8351>

Vaneza de Carli Tibulo

Doutora em Educação em Ciências
Universidade Federal de Santa Maria – RS – Brasil
vaneza_dcyahoo.com.br
<https://orcid.org/0000-0002-7139-1112>

Resumo

O presente estudo objetiva analisar a mobilização de representações semióticas em atividades que demandam tomada de decisão e envolvem séries periódicas uniformes, no âmbito da Educação Financeira. A investigação foi orientada pelos princípios qualitativos, tendo função de descrição e interpretação dos dados pela análise crítica e reflexiva. A produção considerou protocolos de uma sequência de atividades composta por seis situações de consumo dinamizadas com licenciandos em Matemática na componente curricular Educação Matemática II, da Universidade Federal de Santa Maria. Dentre os resultados observou-se que as atividades criaram um ambiente de cenários para investigação, pois possibilitou discussões contextualizadas para incremento qualitativo de Literacia Financeira dos licenciandos em Matemática através da Educação Financeira escolar. Em termos de análise cognitiva identificou-se que os sujeitos coordenaram registros na língua natural e numérico, como representação de partida. Constatou-se, entre as conclusões, também representações temporais na forma de eixo de setas e/ou tabular nas mobilizações de chegada, mas observou-se a supremacia do emprego de registros numérico e algébrico. No que tange à tomada de decisão, conclui-se que os sujeitos reconheceram como critério de escolha o menor valor à vista e a menor taxa de juros, demonstrando indícios de Literacia Financeira por não supervalorizar os produtos em função da marca. Em contrapartida, a quantidade de parcelas e o tempo útil não foram considerados para aquisição do bem.

Palavras-Chave: Educação financeira. Séries periódicas uniformes. Literacia financeira. Licenciatura em Matemática.

Abstract

This study aims to analyze the mobilization of semiotic representations in activities that demand decision-making and involve uniform periodic series, in the context of Financial Education. The investigation was guided by qualitative principles, having the function of describing and interpreting the data through critical and reflective analysis. The production considered protocols of a sequence of activities consisting of six dynamic consumption situations with Mathematics undergraduates in the curricular component of Mathematics Education II, at the Federal University of Santa Maria. Among the results, it was observed that the activities created an environment of scenarios for investigation, as it enabled contextualized discussions for the qualitative increase in Financial Literacy of undergraduate students in Mathematics through School Financial Education. In terms of cognitive analysis, it was identified that the subjects coordinated records in natural and numerical language, as a starting representation. Among the conclusions, there were also temporal representations in the form of arrows and/or tabular in the arrival mobilizations, but it was observed the supremacy of the use of numerical and algebraic registers. With regard to decision-making, it is concluded that the subjects recognized as a criterion of choice the lowest cash value and the lowest interest rate, demonstrating evidence of Financial Literacy by not overvaluing the products due to the brand. On the other hand, the number of installments and the useful time were not considered for the acquisition of the good.

Keywords: financial education, uniform periodic series, financial literacy, mathematics degree.

Introdução

A Estratégia Nacional de Educação Financeira (Enef), dentre outros fins, criada para disseminar a temática no ambiente escolar brasileiro, desde 2010, tem buscado contribuir para o fortalecimento da cidadania ao oferecer e promover ações que desenvolvem autonomia e reflexão na tomada de decisão. Isso ocorre mundialmente pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), desde 2003, que procura alcançar melhorias à Educação Financeira (EF) dos cidadãos, além de conscientizar civilizações para a importância do assunto.

Desse modo, todo indivíduo deveria ter possibilidade de acesso aos objetos financeiros utilizados nas ações e transações econômicas, para que possa escolher quais determinações deve adotar. Conforme os temas transversais referentes ao Trabalho e Consumo, publicados junto aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998a), é a EF que pode despertar um caráter crítico perante situações de consumo e de deliberações financeiras.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), a responsabilidade de discutir a temática é de todos os componentes curriculares da Educação Básica, “[...] a partir da problematização de temas ligados ao planejamento financeiro, consumo/consumismo, sustentabilidade, ética e aposentadoria” (KISTEMANN; COUTINHO; FIGUEIREDO, 2020, p. 3). Segundo o documento, são temas que contextualizados e mediados por professores das distintas disciplinas escolares, de forma interdisciplinar, podem beneficiar reflexões que ultrapassem o cálculo matemático ou financeiro em diálogo com o mundo e época para favorecer o exercício da cidadania.

Com isso, a finalidade não é apenas promover o acesso dos indivíduos às regras matemáticas e operações mecânicas para aplicar em suas práticas de consumo, mas entender a linguagem do meio social em que se insere, procurando analisar propostas de ações comerciais, desde as mais fundamentais, promovendo a participação crítica desses sujeitos, ou seja, promover a Literacia Financeira.

Para Kistemann, Coutinho, Figueiredo (2020), essa temática pode ser enfatizada ainda na formação inicial de professores que ensinam Matemática. Todavia, um estudo realizado por Gonçalves (2000) com professores relata que faltaram a esses profissionais, durante a sua formação acadêmica, atividades que lhes permitissem discutir questões fundamentais ao trabalho docente em Matemática como aquelas voltadas ao papel social e político da componente curricular.

Além do mais, Campos, Teixeira e Coutinho (2015, p. 574) constataram que professores, em geral, não têm uma formação específica em Matemática Financeira, sendo necessário desenvolver junto a eles estratégias que “[...] possibilitem potencializar a EF nas escolas”. De tal modo, são necessários ajustes em currículos de cursos em licenciatura em Matemática de modo a contribuir para elaboração de produções acadêmicas e promoção dos conhecimentos com vistas à Literacia Financeira,

[...] com a inserção de temas de Educação Financeira no cotidiano escolar percebemos que enquanto as licenciaturas não formarem professores habilitados para problematizarem cenários com temas financeiros, esta formação será em serviço, ou como vem ocorrendo em espaços como os mestrados profissionais ou em ações do Pibid, com a utilização de produtos educacionais produzidos nestes mestrados profissionais (KISTEMANN; COUTINHO; FIGUEIREDO, 2020, p. 6).

Nesse sentido, ao analisarmos Batista (2020), observamos que quatro cursos de formação inicial de professores de matemática das universidades públicas do Estado de São Paulo não possuem nenhuma disciplina, optativa ou obrigatória, que aborda temas de EF e/ou Matemática Financeira, e que, dentre as inferências da autora, existe a necessidade de implementar discussões sobre Educação Financeira Escolar (EFE) desde a formação inicial.

Destacamos que a EF utiliza da Matemática Financeira que possui ferramentas necessárias, mas não suficientes, para elevar a Literacia Financeira. A distinção ocorre quando a Matemática Financeira é utilizada para efetuar operações matemáticas em questões sem considerar situações financeiras contextualizadas; a EF objetiva proporcionar conhecimento, habilidade e atitude frente a situações econômico-financeiras, contribuindo para analisar, julgar e tomar decisões mais conscientes (SILVA; POWELL, 2013).

Conforme Skovsmose (2007), a Educação Matemática Crítica evidencia o meio social e político e procura através da democracia no processo de aprendizagem, a reflexão sobre o contexto do aluno, em uma perspectiva crítica, isto é, “[...] a educação não pode apenas representar uma adaptação às prioridades políticas e econômicas (quaisquer que sejam); a educação deve engajar-se no processo político, incluindo uma preocupação com a democracia” (SKOVSMOSE, 2007, p. 19). O autor ainda propõe que aprender e ensinar Matemática é um ato de responsabilidade social e, assim, permite às aulas de Matemática a construção de cenários para investigação, em que o professor é mediador e a investigação possibilita a interpretação e a ação em situações sociais e políticas estruturadas pela Matemática, objetivando o engajamento crítico e participativo por parte dos alunos (SKOVSMOSE, 2000).

Nesse contexto, este trabalho objetiva analisar a mobilização de representações semióticas em atividades que demandam tomada de decisão e envolvem séries periódicas uniformes, no âmbito da EF. Para tanto, apresentamos alguns entendimentos que constituem o quadro teórico em relação aos aspectos da tomada de decisão em cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2014) e aos registros de representação semiótica (DUVAL, 2003, 2009, 2012) que são usados para indicar diferentes tipos de representação matemática. A seguir, expomos a produção de dados e, por fim, assinalamos algumas considerações.

A Educação Financeira Escolar na formação inicial

A Enef, em 2010, com o intuito de fortalecer a cidadania e contribuir com a tomada de decisão das populações, instituiu o Programa Educação Financeira nas Escolas (SILVA; POWELL, 2013). Anterior a isso, desde 2003, OCDE busca melhorias à EF dos cidadãos e procura pela conscientização sobre a importância do assunto. Uma de suas recomendações é que “[...] a educação financeira deve começar na escola” (OCDE, 2005, p. 05, tradução nossa).

Porém, para educar financeiramente é necessário professores preparados para efetuar tal tarefa. Uma das ações previstas pela OCDE é a formação de profissionais para levar tais conhecimentos ao ambiente escolar.

É válido mencionar que a formação de professores para o ensino de EF nas escolas está em fase inicial no Brasil, considerando que a própria temática foi inserida como obrigatória no currículo dos educandários públicos brasileiros apenas em 2018 pela nova versão da BNCC. Cerbasi e Souza (2012, p. 10) relatam que é preciso “[...] capacitar professores para debater com as crianças assuntos com qualidade de consumo e projetos de longo prazo”.

No que tange à formação de professores de Matemática, estudos de Kistemann, Coutinho e Figueiredo (2020, p. 11) revelam que tais “[...] conhecimentos não são abordados de forma consistente e aprofundada ainda nos cursos de Licenciatura em Matemática”.

Para a Educação Matemática Crítica e os autores supracitados, a mediação pelo professor é fundamental aos futuros educadores em sua prática docente para

[...] construção e ampliação da Literacia Financeira dos estudantes. Nesse sentido cabe ao professor estar atualizado acerca dos conhecimentos específicos da Matemática e Matemática Financeira, dos conhecimentos pedagógicos referentes a estes conteúdos, do capital cultural que o guia e orienta em suas ações, levando-o a reconhecer e utilizar elementos ligados à realidade social e econômica de seus estudantes. A partir do estabelecimento de mediações docentes e discussões contextualizadas é que esses estudantes poderão desenvolver sua criticidade e cidadania com tomadas de decisão em cenários econômicos (KISTEMANN; COUTINHO; FIGUEIREDO, 2020, p. 14)

Nesse sentido, Campos, Teixeira e Coutinho (2015) apontam a necessidade de adequações no currículo dos cursos de licenciatura em Matemática para abranger e discutir aspectos provenientes da EF como, por exemplo, a tomada de decisão e, de tal forma, estabelecer ações com a temática.

Ao proporcionar a preparação qualificada do estudante em formação para atuar como educador dos conhecimentos financeiros, existe conjuntamente a disposição de “[...] discentes e docentes financeiramente educados” (BRASIL, 2011, p. 63) que desenvolvem ações conscientes sobre finanças promovendo qualidade de vida, viabilizando o trabalho com a Matemática Financeira, sendo necessário que o professor esteja minimamente preparado para essa tarefa nos diversos níveis de escolaridade para proporcionar reflexão e criticidade. De tal modo, o desenvolvimento da EFE é “[...] uma estratégia fundamental para ajudar as pessoas a realizar seus sonhos individuais e coletivos” (BRASIL, 2011, p. 63) para exercício dos direitos da cidadania.

Tomada de decisão em cenários para investigação

O estudo da Matemática Financeira é desenvolvido, basicamente, através do raciocínio de que ao longo do período em uma situação financeira existem entradas de dinheiro, chamadas de receitas, e saídas de dinheiro ou desembolsos, em que os capitais podem ou não variar no tempo segundo taxas de inflação, variação cambial ou de retorno, assim constituindo uma operação monetária.

Nessa perspectiva, a Matemática Financeira é algo operacional, pois atua em “[...] realizar cálculos matemáticos presentes em situações financeiras, sem se preocupar em contextualizar cenários econômicos reais” (KISTEMANN; COUTINHO; FIGUEIREDO, 2020, p. 26). Entretanto, ela também pode ser entendida como um conhecimento que ajuda a reduzir custos e potencializar os lucros – melhorar a qualidade de vida, isto é, um instrumento que contribui para avaliar as propostas de consumo que, assim, complementa a natureza da EF.

Conforme Grando e Schneider (2010), os conhecimentos pertinentes à Matemática Financeira podem ser destacados na componente curricular de Matemática, pois envolvem o entendimento das relações econômicas e financeiras. De tal modo, os autores mencionados sugerem que a Matemática Financeira seja trabalhada em um contexto que envolvesse discussões sobre temas presentes na vida das pessoas e, assim, o seu entendimento auxiliaria na tomada de decisões perante questões de ordem econômica.

Ainda defendemos que em aulas de Matemática, a EF seja desenvolvida na perspectiva da Educação Matemática Crítica, que se preocupa, dentre outros fatores, em desenvolver não apenas “[...] habilidades Matemáticas, mas também a competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática” (SKOVSMOSE, 2000, p. 3). Nesse sentido, o trabalho com Educação Matemática Crítica pode contribuir para o “[...] desenvolvimento de cidadãos mais críticos frente a situações que envolvem finanças, como também, cidadãos mais conscientes de suas ações na sociedade” (SILVA; SELVA, 2018, p. 335).

De acordo com Marasini (2011), para o indivíduo e seus atos, a falta desses conhecimentos poderia implicar em problemas futuros, pois situações de ordem financeira necessitam de clareza na tomada de decisões.

Uma das possibilidades de implementar tal perspectiva é promover estudos a partir de cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2014), que promovem a criação de ambientes favoráveis ao exercício de tomada de decisão. Conforme Skovsmose (2000, p. 6), um cenário para investigação “[...] é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações, [...] o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem”.

Nesse sentido, ações em cenários para investigação contribuem para a formação cidadã, como indivíduos habilitados a ler, refletir e interpretar o contexto social, econômico e político, isto é, empoderar os sujeitos na aquisição de conhecimentos do seu cotidiano através de mediações e discussões contextualizadas que forneçam parâmetros para uma postura consciente

na tomada de decisão. Portanto, há uma forte ligação entre questões relacionadas à EF e o cotidiano dos alunos (SILVA; SELVA, 2018).

A combinação de situações econômico-financeiras com cenários para investigação pode proporcionar conexões interdisciplinares dialógicas como o panorama real da sociedade, pois “[...] como cidadãos, estamos expostos a ações, iniciativas, anúncios, projetos e decisões que fazem parte da matemática em ação” (SKOVSMOSE, 2014, p. 110), ocorrendo isso quando, por meio de ações e reflexões sobre a temática, o aluno desenvolve a sua Literacia Financeira.

A palavra literacia é definida pelo Dicionário Infopédia da Língua Portuguesa (2018) como a capacidade de, através da leitura e da escrita, adquirir conhecimentos, permitindo desenvolver as suas potencialidades e participar ativamente na sociedade, ou seja, “[...] uma condição básica para a reflexividade [...] e aumento do espírito crítico” (LOPES, 2011, p. 3). Ainda conforme Azevedo (2009), literacia é a capacidade de, com a informação disponível na sociedade, o indivíduo desenvolver capacidades e conhecimentos que permitam atingir os objetivos na vida cotidiana, através do sucesso escolar, no mercado de trabalho ou na comunidade.

Essa estratégia pode propor diretrizes para a abordagem de cenários para investigação com foco em ações interdisciplinares que promovam a Literacia Financeira, bem como desenvolver o juízo crítico e cidadão, em diversos níveis da Educação Básica e Superior. Deste modo, Atkinson e Messy (2012) definem a Literacia Financeira como a combinação dos conhecimentos, atitudes e comportamentos de uma pessoa relativamente à utilização do seu dinheiro.

Para Kistemann (2011), essa união de informações perante a conduta monetária dá posse de compreensão dos conceitos matemáticos que estão presentes em cada situação cotidiana da sociedade, proporcionando ao indivíduo aumentar sua capacidade de interpretar o processo financeiro e, assim, “[...] poderá por meio de seus conhecimentos (Matemacia), tomar suas decisões embasando-se, não mais nas diretrizes hegemônicas de uma nobreza de estado, mas em seu conhecimento matemático crítico” (KISTEMANN, 2011, p. 106).

Portanto, o trabalho desenvolvido com a união de conceitos matemáticos e análise de situações financeiras pelo estabelecimento de critérios de leitura e interpretação de condições monetárias pode auxiliar no modo de pensar e contribuir para ações didáticas em cenários para investigação. Além disso, através destas estratégias é possível produzir um caráter crítico e/ou um raciocínio reflexivo que favorece a definição de escolhas na tomada de decisão e impulsiona a promoção de princípios da Literacia Financeira.

Registros de representação semiótica em séries periódicas uniformes

Independente do espaço, social ou escolar, a Matemática é representada através de uma diversidade de representações de seus objetos que podem ser expressos por meio de sinais, símbolos, diagramas, gráficos, fluxos de caixa e, até mesmo, palavras, pois sua compreensão só se dará se houver distinção entre um objeto e sua representação (DUVAL, 2012).

Os Registros de Representação Semiótica (RRS) podem ser “[...] um campo de variação de representação semiótica em função de fatores cognitivos que lhe são próprios” (DUVAL, 2012, p. 266). Por exemplo, isso ocorre no diagnóstico de compra parcelada, “[...] representada na língua natural quando transformada na forma de um fluxo de caixa sem que as informações se percam em ambas as representações” (ROCHA, 2017, p. 36).

Por outro lado, existem as representações que perdem significado e sentido na mudança de representação, as representações não semióticas, por exemplo, as placas instrucionais de trânsito que representam um signo, mas não podem ser decompostos em outros registros, isto é, não oferecem a capacidade de transformação sem deixar o sentido intrínseco (DUVAL, 2003).

Por esse motivo, as representações semióticas em Matemática são denominadas de registros que constituem um sistema de comunicação que forma uma atividade Matemática que só ocorre quando são mobilizadas essas representações, pois elas permitem o acesso aos objetos matemáticos (DUVAL, 2009). De tal modo, o autor ressalta o cuidado entre objeto e representação, ou seja, “[...] a distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática” (DUVAL, 2012, p. 268). Portanto, o principal objetivo do ensino da Matemática para Duval (2003) é contribuir para um desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, argumentação e visualização, valorizando o desenvolvimento do funcionamento cognitivo.

Diante do exposto, a principal função das representações é justamente representar, isto é, a representação é colocada no lugar do objeto quando este não pode ser acessado, por ser um ente abstrato, considerando ações as quais predominantemente possam descrever os diferentes registros. Por isso, a intenção das representações semióticas é produzir pela mobilização de um sistema semiótico e transformá-lo em outro, sem perder as informações desta representação (SCHÜNEMANN, 2016).

Na educação e, em especial, na situação de EF adotada neste artigo, são empregados diferentes tipos de representações semióticas na atividade Matemática. Nesse sentido, são destacados os registros de representação em língua natural, sistemas de escritas (numéricos,

algébricos, simbólicos ou por meio de tabelas) e figural, principalmente, a partir de representações temporais na forma de eixo de setas. Essas representações matemáticas podem ser empregadas na modelagem de expressões algébricas referentes a séries periódicas uniformes para determinar relações entre o valor atual ou principal (PV) a ser pago em (n) períodos iguais, no valor de cada prestação (PMT) (constante¹, periódica², temporária³, imediata⁴ e postecipada⁵) a uma taxa de juros (i) referida ao mesmo período dos termos.

Neste estudo consideramos uma série periódica uniforme postecipada definida como “[...] um conjunto finito de pagamentos (ou recebimentos) iguais (designados por PMT) que devem ocorrer em períodos sucessivos e iguais” (PUCCINNI, 2011, p. 102), ou seja, o início dos pagamentos inicia um período após a aquisição do bem. A representação desta situação é exposta na Figura 1, conforme uma representação temporal na forma de eixo de setas que “[...] vincula o valor das quantias no tempo, [...] principalmente quando se trata de ensino e investigação de situações financeiras envolvendo taxa de juros [...]” (MUNIZ; JURKIEWICZ, 2016, p. 125).

Figura 1 – Representação temporal na forma de eixo de setas das séries periódicas uniformes postecipadas

Fonte: Das autoras

Para determinar tal modelo, no âmbito dos registros de representação semiótica realizamos transformações de conversão e tratamento sendo que as conversões “[...] consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados” (DUVAL, 2003, p. 16) e os tratamentos ocorrem dentro do mesmo registro de representação, ou seja, é uma mudança estritamente interna do mesmo sistema.

¹ Os valores dos termos são iguais (PUCCINI, 2011, p. 105).

² Quando os pagamentos ocorrem em intervalos de tempos iguais (PUCCINI, 2011, p. 105).

³ Quando a duração dos pagamentos for limitada (MATHIAS; GOMES, 2002, p. 206).

⁴ Quando o primeiro pagamento é devido no primeiro período contado da origem do pagamento (PUCCINI, 2011, p. 103).

⁵ Quando os pagamentos ocorrem no fim de cada período (PUCCINI, 2011, p. 104).

Um exemplo de tratamento no registro de representação algébrico é revelado ao manipular e simplificar a expressão do **valor presente (PV)** por meio da soma do valor atual de cada prestação na data zero (considerando atual a data correspondente a um período antes da série começar), conforme descrito a seguir.

Como posto na Figura 1, temos que:

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$$

Colocando-se PMT em evidência realizamos uma transformação interna ao sistema algébrico e evidenciamos, entre colchetes, uma **progressão geométrica**,

$$PV = PMT \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Tal **progressão geométrica** é finita e tem elementos,

$$1^{\text{o}} \text{ termo: } a_1 = \frac{1}{(1+i)} = (1+i)^{-1},$$

$$n - \text{ésimo termo: } a_n = \frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$$

$$\text{razão: } q = \frac{1}{(1+i)} = (1+i)^{-1}$$

Obtendo a soma dos termos por:

$$S_n = \frac{a_1 - a_n \cdot q}{1 - q}$$

Substituindo os valores na fórmula da **soma de uma progressão geométrica**, temos:

$$S_n = \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n}(1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$S_n = \frac{(1+i)^{-1}[1 - (1+i)^{-n}]}{1 - (1+i)^{-1}}$$

Multiplicando o numerador e o denominador por $(1+i)$, obtemos:

$$S_n = \frac{(1+i)(1+i)^{-1}[1 - (1+i)^{-n}]}{(1+i) - (1+i)(1+i)^{-1}}$$

$$S_n = \frac{(1+i)^0[1 - (1+i)^{-n}]}{(1+i) - (1+i)^0}$$

Como $(1+i)^0 = 1$ e multiplicando numerador e denominador por $(1+i)^n$, temos:

$$S_n = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$$

Denominando S_n por $a_n \cdot i$, temos: $PV = PMT \cdot a_n \cdot i$, onde $a_n \cdot i$; lê-se “ a, n cantoneira i ”.

Para além da manipulação algébrica, se tal processo tomou como ponto de partida a Figura 1, podemos caracterizá-lo como uma conversão do registro de representação figural para o algébrico. Essa transformação é essencial na atividade Matemática, pois mobiliza simultaneamente ao menos dois registros de representação e “[...] a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática” (DUVAL, 2003, p. 31), ou seja, a organização de representações formuladas em registros diferentes é necessária para que ocorra a apreensão conceitual dos objetos matemáticos.

A união dos registros de representação semiótica pela movimentação entre as transformações aos cenários para investigação pela contextualização de propostas didáticas, em promover a Literacia Financeira, evidencia que “[...] a aproximação da matemática com a realidade colabora para o desenvolvimento de práticas reflexivas e ampliadas” (SILVA, 2017, p. 80), princípios que favorecem o trabalho da Educação Matemática Crítica que busca “[...] problematizar o papel da Matemática no contexto social, em geral, e nas escolas, como instituições indissociáveis a essa sociedade” (KISTEMANN, 2011, p. 95).

Nesse sentido, as séries periódicas uniformes possibilitam o reconhecimento das condições financeiras, permitindo a compreensão conceitual do objeto matemático, ou seja, o sujeito pode recorrer aos instrumentos dos registros de representação semiótica para que possa refletir, analisar e estabelecer parâmetros sobre o que não está e o que está explícito na oferta financeira, criando estratégias que contribuam para a tomada de decisão em um cenário para investigação com enfoque na EFE.

Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa foi orientada pelos princípios qualitativos de estudo de caso baseada no ambiente natural e na descrição e interpretação dos dados que foram obtidos a partir de ficha de registro de uma atividade formada por seis situações de consumo, com dez acadêmicos do Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria (RS), matriculados no componente curricular Educação Matemática II, noturno em 2017/1.

A escolha por tal componente se deve ao fato de que entre seus objetivos consta “[...] identificar diferentes formas de organização e apresentação curricular de conteúdos de matemática do Ensino Médio” (UFSM, 2013, não paginado). Além disso, ao constituir um cenário para investigação pela aquisição de um bem direcionado para promover a Literacia Financeira consideramos que seja possível contribuir para o exercício da cidadania em uma perspectiva de EFE.

Para tanto, inicialmente apresentamos os objetivos e o tema da pesquisa e após eles aceitarem participar voluntariamente do estudo, autorizando o uso de seus protocolos, foram assinados os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido. Atendendo aos preceitos éticos e à possibilidade de discussão entre os licenciandos foram organizados quatro grupos (A, B, C e D). A seguir, para se referir às produções dos grupos será adotada a letra G seguida de letras do alfabeto latino A, B, C, e D.

As situações didáticas foram dinamizadas em dois dias em horário e local regular das aulas do referido componente. Para tanto, cada grupo recebeu as folhas impressas com as seis atividades, que chamaremos de ficha de registro, para registrar as resoluções das atividades, bem como um encarte comercial gráfico, além da possibilidade de utilizar o emulador da calculadora científica HP12C.

Os encartes comerciais gráficos selecionados ofereciam operações de compra para um mesmo tipo de *Smartphone*, e abrangiam equivalente período promocional em lojas do segmento de varejo da região sul do Brasil (Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul). Esse cuidado foi necessário para alcançarmos o objetivo da atividade de promover a tomada de decisão.

A fim de tratar aspectos das progressões geométricas e discutir tópicos particulares da Matemática Financeira e dos Registros de Representação Semiótica, compomos atividades constituídas de seis situações de consumo que requerem a mobilização de registros matemáticos como língua natural, tabular, de representação temporal na forma de eixo de setas, algébrico e numérico, conforme sintetizado no Quadro 1.

Quadro 1 – Síntese das atividades

<p>Situação 1 – Análise crítica de anúncios comerciais no encarte de uma loja.</p> <p>1-a) Que elementos chamam sua atenção nos anúncios? Justifique sua resposta.</p> <p>1-b) Que informações estão em destaque? Exemplifique.</p> <p>1-c) Está faltando algum tipo de informação que você considere como importante no anúncio dos produtos?</p> <p>1-d) Quais hipóteses justificam o fato dos encartes apresentarem parte dos anúncios grafados com letras pequenas?</p> <p>1-e) De que maneira é feita a apresentação dos produtos? Eles são organizados em categorias? Quais? Descreva-as.</p> <p>1-f) Que seção do encarte é mais atrativa para você? Por quê?</p> <p>Situação 2 – Estudo específico de anúncios de <i>Smartphones</i> na seção de telefonia.</p> <p>2-a) Quais os procedimentos que você toma quando pretende comprar um produto da seção de telefonia?</p> <p>2-b) Dentre esses procedimentos você realiza algum tipo de pesquisa para ter acesso a mais informações sobre os produtos além dos disponíveis nesta seção? Em caso afirmativo como e quem você consulta?</p> <p>2-c) Você considera que as informações dadas pelos vendedores das lojas são suficientes e confiáveis? Por quê?</p> <p>2-d) No caso de você decidir comprar um <i>Smartphone</i> quais são os critérios de escolha do produto? Descreva-os.</p> <p>Situação 3 – Cálculo da taxa de juros anunciada para o <i>Smartphone X</i>.</p> <p>3-a) Identifique os dados apresentados no anúncio do produto (valor à vista, número de parcelas, valor da prestação, entre outros).</p> <p>3-b) Verifique se a taxa anunciada é a taxa envolvida no valor do parcelamento. Para tanto, acesse o emulador <i>online</i> da calculadora HP12C no site: https://epxx.co/ctb/hp12c.html</p> <p>3-c) O valor encontrado em seus cálculos para a taxa de juros corresponde com o valor anunciado no encarte? Quais são suas hipóteses para esse fato?</p> <p>Situação 4 – Comparação dos valores do <i>Smartphone X</i> em diferentes lojas.</p> <p>Diante dos dados identificados na atividade anterior registre no quadro da sala de aula e a seguir as condições de pagamento do <i>Smartphone X</i> que você e seus colegas obtiveram em diferentes lojas;</p>
--

À vista R\$ _____ _____X_____ m. parcelas Total a prazo R\$ _____ Taxa: _____	À vista R\$ _____ _____X_____ m. parcelas Total a prazo R\$ _____ Taxa: _____	À vista R\$ _____ _____X_____ m. parcelas Total a prazo R\$ _____ Taxa: _____	À vista R\$ _____ _____X_____ m. parcelas Total a prazo R\$ _____ Taxa: _____	À vista R\$ _____ _____X_____ m. parcelas Total a prazo R\$ _____ Taxa: _____
--	--	--	--	--

4-a) Agora organize os dados em forma de uma tabela.

4-b) Quais são os aspectos semelhantes nas diferentes propostas?

4-c) E quais são os pontos de divergência dessas ofertas?

4-d) Estabeleça hipóteses sobre a melhor opção de compra utilizando pelo menos dois dos elementos que seguem: a taxa de juros; a quantidade de parcelas; o valor à vista.

Situação 5– Tomada de decisão para a compra do Smartphone X.

5-a) Entre as opções de compra das três lojas que cobram juro no parcelamento qual a loja que proporciona a melhor proposta para você? Justifique.

5-b) Com base em 5-a), faça o fluxo de caixa que represente a sua escolha considerando entrada(s) e saída(s).

Situação 6 – Análise da dedução de um modelo que representa o cálculo de rendas postecipadas.

6-a) Represente numericamente a obtenção do valor inicial (PV) do *Smartphone X* que você optou comprar em 5-a). Para tanto, antecipe todas as prestações para a data focal zero e utilize as informações do valor da prestação, da taxa de juros e da quantidade de parcelas conforme a Situação 4.

6-b) Faça os cálculos sem a HP 12C e obtenha o valor que o *Smartphone X* a vista. Esse valor coincidiu com o anunciado? Por quê?

6-c) Substitua o valor da prestação, da taxa de juros e da quantidade de parcelas do *Smartphone X* por PMT, i e n, respectivamente. Analise essa expressão matemática e a associe a um conteúdo da Matemática Escolar trabalhado no ensino médio que não seja matemática financeira.

6-d) A partir da identificação desse conteúdo é possível simplificar a expressão obtida em 6-c)? Por quê?

6-e) Organize os dados de modo a simplificar a expressão 6-c) a partir do conteúdo identificado em 6-d)?

6-f) Substitua os valores da prestação, da taxa de juros e da quantidade de parcelas e verifique se você obteve o mesmo valor à vista que o do item 6-b)?

Fonte: Adaptado de Puntel (2017)

Discussões e resultados

Em função das características das situações didáticas e para melhor apresentação dos resultados, optamos por estabelecer parâmetros de aproximação entre aquelas que abordavam aspectos semelhantes em relação aos pressupostos teóricos. Para tanto, elencamos quatro categorias, conforme Quadro 2, sendo que três delas (C1, C2 e C3) agrupam conceitos de EF como Literacia Financeira, Cenários para Investigação em uma situação de consumo, Tomada de Decisão e a Educação Financeira Crítica e a última está centrada nos Registros de Representação Semiótica.

Quadro 2 – Categorias de agrupamentos para análise

CATEGORIAS	ATIVIDADES
C1 – Criticidade pela análise do encarte e dos anúncios	1 e 2
C2 – Literacia Financeira pela interpretação dos dados do anúncio	3 e 4
C3 – Tomada de decisão em um cenário para investigação	5
C4 – Modelo das Séries Periódicas Uniformes	6

Fonte: Das autoras

A seguir, exibiremos as análises dos dados coletados na investigação, apontando características e objetivos de cada situação didática dentro das categorias, tal como os encaminhamentos empregados na resolução, destacando a EF, os aspectos da Literacia Financeira, a mobilização dos Registros de Representação Semiótica, as grandezas da Matemática Financeira, conforme os critérios supracitados.

C1 – Críticidade pela análise do encarte e dos anúncios

A categoria *Críticidade pela análise do encarte e dos anúncios* envolve as situações intituladas *Análise crítica de anúncios comerciais no encarte de uma loja* e *Estudo específico de anúncios de Smartphones na seção de telefonia*. Tais questões tinham por objetivo verificar julgamento dos sujeitos da pesquisa, suas estratégias diante de uma condição real de análise de propagandas de ofertas de produtos, e promover reflexões sobre *marketing*, propaganda e confiança nas empresas. As situações exigiam o reconhecimento e entendimento através de observações de elementos dos anúncios abrangendo, majoritariamente, a mobilização do registro de língua natural, além de apontar com ele as análises das características visuais do encarte.

Por meio das análises dos protocolos, percebemos que as opiniões dos sujeitos, na Situação 1, foram centradas na comunicação visual dos produtos anunciados, levando em consideração aspectos de organização, proporcionalidade da grafia, tamanhos dos produtos, cores entre outros fatores de *layout* do encarte. O aspecto de maior destaque no *design* foi dado ao dimensionamento da escrita do valor da parcela, conforme GA, “[...] o valor da parcela está em maior destaque”, corroborando com GB, “[...] observamos que destacam o valor da parcela”.

Porém, GD salienta que essa estratégia pode “[...] dificultar a análise dos produtos, para tirar o foco das informações”, GB alerta que pode “[...] levar o cliente despercebido achar que é o valor do produto” e GA garante que “[...] isso acontece para as pessoas acreditarem que a compra parcelada é mais vantajosa, pois o valor da mensalidade é baixa”. De todo modo, os grupos apontam que a formatação pode contribuir para uma interpretação equivocada dos dados do anúncio.

Ao analisarmos a Situação 2, os aspectos relativos à área de informática e telefonia dos encartes, mais precisamente dos *smartphones*, detectamos que três grupos (GA, GC e GD) apontaram aspectos técnicos, tais como preço, tamanho da tela, capacidade de memória e resolução da câmera e marca do produto, sendo que desses, apenas um colocou o critério marca como principal fator de opção de aquisição.

Segundo os Temas Transversais do Ensino Fundamental a questão marca como, por exemplo, “a roupa de marca”, “[...] passa a ser associada com cidadania, quase como condição para a circulação no espaço público; com ela, busca-se apagar as marcas da pobreza que gera a discriminação” (BRASIL, 1998b, p. 119). Esse critério de credibilidade ou preferência evidencia referências comportamentais (ROCHA, 2017) que envolvem “[...] comprar produtos

que já conhecem, além do fato de necessitarem confiar na loja ou na marca para decisão de aquisição” (ROCHA; MARIANI, 2018, p. 11). Em discordância, o grupo GB ponderou como principal aspecto de escolha do produto o fato de adquirir um produto que permita maior liberdade para o usuário, como “[...] *ser desbloqueado para qualquer operadora*”.

A postura nos registros dos protocolos aponta que os sujeitos não se moldam às estratégias comerciais, pois afirmam que, quando pretendem adquirir um produto, buscam, majoritariamente, por informações além das oferecidas pelas lojas e vendedores, recorrendo à internet e especialistas neste tipo de produto, como assegura GA, em procurar “[...] *algum técnico que entenda melhor a respeito das configurações do produto*”, ou como GC, que faria “[...] *consultando outras pessoas que possuem os aparelhos*”, justificando que as informações concedidas pelos comerciários não são suficientes e totalmente confiáveis, pois esse tem a intenção de efetuar a venda, conforme GC, “[...] *eles tentam nos influenciar na compra do aparelho mesmo ele não sendo de boa qualidade*”, mostrando o nível de criticidade dos sujeitos envolvidos na investigação.

C2 – Literacia Financeira pela interpretação dos dados do anúncio

A categoria Literacia Financeira pela interpretação dos dados do anúncio compreende as situações intituladas Cálculo da taxa de juros anunciada para o *Smartphones X* e Comparação dos valores do *Smartphone X* em diferentes lojas. Tais questões objetivavam analisar a taxa de juros cobrada por uma loja durante a comercialização do *Smartphone X*, utilizando a calculadora financeira HP12C e comparar dados de oferta de compra, a fim de estabelecer hipóteses entre os elementos financeiros.

As situações demandavam o reconhecimento da taxa de juros e identificação dos dados no anúncio do produto, envolvendo a mobilização do registro de língua natural para o apontamento das análises do encargo e de hipóteses e o registro tabular para o diagnóstico comparativo dos dados. O registro tabular é considerado qualquer esquema gráfico de organização de informações não necessariamente fluxo analítico e tabelas dinâmicas (MUNIZ; JURKIEWISZ, 2016), conforme ilustra a Figura 2.

Figura 2 – Registro tabular

4a)

LOJA	Valor à vista	Número de Parcelas	Valor das Parcelas	Total a prazo	Taxa
* Loja A	R\$ 839,00	4	R\$ 209,75	R\$ 839,00	—
Loja B	R\$ 899,00	15	R\$ 89,90	R\$ 1348,50	5,55% a.m.
Loja C	R\$ 949,00	12	R\$ 110,10	R\$ 1321,20	5,5% a.m.
Loja D	R\$ 899,99	14	R\$ 89,90	R\$ 1258,60	4,82% a.m.

Fonte: Puntel (2017), protocolo do GA_item 4-a)

Para tais situações, a partir da indicação do modelo de *smartphone*, cada grupo realizou uma busca no encarte para localizar o produto, em seguida, estabeleceu a taxa efetiva de juros envolvida na operação financeira e, posteriormente, socializou os dados (Quadro 3), registrando no quadro da sala de aula as informações para iniciar o diagnóstico comparativo entre as propostas para tomada de decisão.

Quadro 3 – Quatro condições de pagamento do *Smartphone X* em diferentes lojas

LOJA 1	LOJA 2	LOJA 3	LOJA 4
À vista R\$839,00	À vista R\$899,00	À vista R\$949,00	À vista R\$ 899,99
4 x 209.75 m ensais	15 x 89.90 m ensais	12 x 110.10 m ensais	14 x 89.90 m ensais
Total a prazo R\$839,00	Total a prazo R\$1348,50	Total a prazo R\$1321,20	Total a prazo R\$1258,60
Taxa: Sem Juros	Taxa: 5,55649747% a.m.	Taxa: 5,498082457% a.m.	Taxa: 4,823942484% a.m.

Fonte: Adaptado de Puntel (2017)

As análises dos dados das propostas de compra do produto, quanto à tomada de decisão, foi unanimidade entre os grupos pela instituição comercial que ofereceu o artigo com a condição de taxa *sem juros*. Este método foi considerando pelos sujeitos como um modo de liquidar o valor parcelado sem nenhum encargo adicional na compra do *Smartphone*, como destaca GC, “[...] a melhor opção é a da loja A a prazo, pois não existe taxa de juros, assim o valor a prazo é o mesmo do valor à vista”.

Quando solicitado que estabelecessem hipóteses sobre a melhor opção de compra utilizando pelo menos dois dos elementos (quantidade de parcelas, taxa de juros e valor à vista), não houve nenhuma suposição, sendo possível afirmar que quanto maior a quantidade de parcelas maior será a taxa de juros aplicada na operação financeira, por exemplo. Este fato pode ser atribuído a equívocos na interpretação das informações, ocasionando, neste sentido, aumento de conhecimento monetário pela discussão da atividade e promovendo a Literacia Financeira dos sujeitos.

Durante essa atividade, notamos que não era de conhecimento dos sujeitos a obrigatoriedade dos encartes comerciais gráficos apresentarem em sua extensão impressos os encargos/taxa de juros cobrados nos parcelamentos; atribuíram, no entanto, considerações ao fato de um encargo ser atribuído a mais de uma forma de pagamento, por exemplo, na condição 2x, 3x com juros de 3,50%a. m. Outro fator desconsiderado é o ato de verificar se taxa de juros anunciada corresponde a real taxa de juros cobrada. Tais manobras ferem os direitos do consumidor e pelas leis legais, quando comprovada, representa crime. Nesse sentido, apenas um grupo encontrou equívoco, conforme indica GD: “[...] a taxa envolvida é de 5,55649747% a. m., porém o encargo anunciado é de 5,55% a. m.”.

De tal modo, observamos que a Literacia Financeira dos sujeitos da pesquisa, como futuros docentes, possui limitações, pois existem alguns equívocos no entendimento, influenciando na capacidade de escolha como consumidor, o que afeta a administração dos rendimentos e investimentos, assim como a decisão de consumo consciente e interpretação de ações de ordem financeiro-econômica. E, se tratando de futuros professores, dificuldades em dinamizar os conhecimentos financeiros com clareza, quando não realizada uma preparação.

C3 – Tomada de decisão em um cenário para investigação

A categoria *Tomada de Decisão em um cenário para investigação* compreende a situação intitulada *Tomada de Decisão para a compra do Smartphone*, que objetivava verificar as ações na tomada de decisão em operações com parcelamento. A questão requeria a mobilização do registro de representação temporal na forma de eixo de setas para expressar o processo econômico compreendido na opção de compra.

Para fomentar o processo de tomada de decisão e validar a “[...] qualidade da tomada de decisão do indivíduo, que instrumentos matemáticos são utilizados (ou não), que outros instrumentos são utilizados para efetuar o ato do consumo” (KISTEMANN, 2011, p. 28), restringimos a escolha a opções com parcelamento (LOJA 2, LOJA 3 e LOJA 4) sem a alternativa de sem juros.

Essa limitação de análise de proposta de compra para tomada de decisão na aquisição de um *smartphone*, torna a situação um propício evento de cenário para investigação, pois promove um ambiente de aprendizagem que possibilite e desafie o processo de formulação de perguntas, investigação e explicação dos envolvidos na busca de definição para obtenção do bem.

De tal modo, a opção 4 (Quadro 3) foi escolhida por GA, GB e GC. Todos os grupos, em algum momento, argumentam a preferência em relação à taxa de juros cobrada e indicam o valor total a prazo como fator determinante na escolha, conforme demonstra GC: “[...] a taxa de juros ao mês é menor e o valor total a prazo também é menor”, para definir a tomada de decisão pela compra do produto na loja 4. A representação temporal na forma de eixo de setas foi tomada do ponto de vista do lojista, conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3 – Representação temporal na forma de eixo de setas da opção da Loja 4

Fonte: Puntel (2017), protocolo do GC_item 5-b)

No entanto, apenas GD optou pela compra na loja 2, avaliando a decisão na comparação de PV, ou seja, “[...] a melhor proposta para a compra é à vista. É a Loja 2, pois possui o menor valor” que, conforme Rocha e Mariani (2018, p. 10), é considerado um “[...] aspecto sociocultural, que pode ser relacionado ao hábito de comprar a prazo ou à vista [...]”, ou seja, envolve “[...] a questão central da economia que é noção de escassez diante da necessidade humana” (MUNIZ, 2016, p. 20).

Além disso, notamos que os sujeitos não fizeram relação entre os parcelamentos das opções de compra da loja 2 e loja 4, ou seja, não observaram a existência de apenas uma parcela de diferença no pagamento e que o número total do parcelamento excede um ano, tempo que, em geral, o aparelho possui de garantia e inicia a perda de vida útil.

Observamos, também, que não houve interesse dos grupos na proposta de compra da loja 3, porém sua taxa de juros era uma das mais vantajosas entre as opções. Para tentar explicar tal fato, estabelecemos hipótese com, por exemplo, o valor de PV ser o mais alto e as prestações apresentarem valor elevado em relação às demais alternativas de compra.

Do ponto de vista financeiro, a taxa foi levemente maior, pois é paga mais rapidamente apesar de nominalmente ser maior. Por isso, a melhor tomada de decisão irá depender da taxa mínima de atratividade. Isso não reduz a riqueza da produção dos alunos ao avaliar as possíveis direções de pensamentos na tomada de decisão.

Dessa forma, percebemos que os sujeitos desta pesquisa desenvolveram artifícios para definir aspectos da tomada de decisões acerca de ações praticadas, principalmente “[...] quando almeja adquirir um produto no qual deverá ter conhecimento para [...] adquirir hábitos que

propiciem a arte de manejar criticamente os objetos matemáticos de cunho financeiro econômico” (KISTEMANN, 2011, p. 30).

C4 – Modelo das séries periódicas uniformes

A categoria *Modelo das Séries periódicas uniformes* envolve a situação intitulada *Análise da dedução de um modelo que representa o cálculo de rendas postecipadas*, que objetivava deduzir o modelo de cálculo das séries periódicas uniformes, através da mobilização do registro numérico, algébrico e de língua natural. A situação exigiu o reconhecimento da obtenção do valor inicial, por meio da substituição dos dados da operação (taxa de juros, valor da prestação e quantidade de parcelas) para verificação do valor atual do produto, associando o processo a um conteúdo matemático que permitiria a simplificação da expressão.

No âmbito das análises dos protocolos, constatamos que os quatro grupos concluíram os dois itens iniciais com êxito, ou seja, em 6-a) representaram numericamente a obtenção do valor inicial de todas as prestações para a data focal zero, mobilizando registro numérico e registro algébrico. Já em relação ao item 6-b), apesar de terem empregado estratégias corretas de resolução todos os grupos inferiram que o resultado numérico obtido no cálculo do valor atual (PV) do *Smartphone* não era exatamente o mesmo do valor pela loja, mas sim uma aproximação do mesmo. Esse fato pode ter ocorrido em função de não utilizarem muitos dígitos na representação decimal da taxa de juros, bem como dos valores financeiros que estavam sendo antecipados. Por exemplo, o valor à vista do *smartphone* na opção 4 é R\$ 899,99 e o PV determinado por GA foi em R\$ 900,21, como justificativa esse grupo reconheceu que por conta dos “[...] arredondamentos, houve um erro de R\$ 0,22. Contudo, sabe-se que o valor deveria coincidir como o valor anunciado, pois os valores encontrados em cada um dos membros da equação representam o valor das parcelas sem os juros e, quando somados deveriam representar o valor à vista”.

De modo geral, a diferença, em reais, dos valores à vista do produto foi pequena. A variação máxima, em reais, foi de R\$ 0,77, encontrada por GC que utilizou três dígitos na representação decimal da taxa de juros, e a variação mínima, foi de R\$ 0,20 que tomou quatro dígitos na representação decimal do encargo.

A próxima questão, item 6-c), envolvia associar a expressão numérica da obtenção do valor inicial (PV) do *Smartphone* com um conteúdo trabalhado no ensino médio, na disciplina de Matemática, que não fosse matemática financeira. Por meio da análise dos protocolos constatamos que todos os grupos indicaram progressões geométricas (PG). Porém,

equivocadamente GB tratou o problema com base na expressão algébrica de regime de capitalização de juros compostos admitindo que a proposta de aquisição do *Smartphone* requeria apenas uma parcela de pagamento (Figura 4). A partir de então, não desenvolveram nenhum outro item com coerência.

Figura 4 – Expressão algébrica de regime de capitalização de juros compostos

Handwritten mathematical expressions for compound interest capitalization regime:

$$c) \quad FV = PV (1+i)^n$$

$$FV = PMT (1+i)^n$$

$$FV = 8990 (1+0,0482)^n$$

O conteúdo associado é Progressão Geométrica

Fonte: Puntel (2017), protocolo do GB_item 6-c)

O GD afirmou equivocadamente no item 6-d) que seria possível utilizar a fórmula do termo geral da *P.G.* para simplificar a expressão matemática, ou seja, não perceberam que podiam obter a soma dos termos dessa expressão. Por sua vez, GA e GC, satisfatoriamente, constataram que se tratava da soma dos termos de uma PG finita, apontando com sucesso a_1 (primeiro termo) e q (razão). No entanto, GC apresentou um modo de simplificar a expressão “[...] colocando o PTM em evidência”, identificando os termos $a_1 = \frac{1}{1+i}$ e $q = \frac{1}{1+i}$. Essas informações foram substituídas na expressão $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$, porém durante as manipulações algébricas de simplificação não notaram que estavam eliminando fatores diferentes no numerador e no denominador de uma **fração algébrica**, equivocando-se.

Agora, GA foi o único grupo que concluiu com sucesso todo o processo de dedução do modelo. Para tanto, efetuou corretamente a organização dos dados de modo a simplificar a expressão para obter o valor à vista do produto, isto é, conseguiram deduzir a expressão matemática que representa as séries periódicas uniformes postecipadas e reconhecer sua aplicabilidade (Figura 5).

Figura 5 – Dedução das Séries Periódicas Uniformes Postecipadas

João $S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$, análoga por $6c)$

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{(1+i)}\right)^{14}}{1 - \frac{1}{(1+i)}} \right]$$

$$= \frac{PMT}{(1+i)} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{(1+i)}\right)^{14}}{\frac{i}{(1+i)}} \right] = \frac{PMT}{(1+i)} \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{(1+i)^{14}}\right) \cdot \frac{(1+i)}{i} \right] =$$

$$= PMT \cdot \left(\frac{(1+i)^{14} - 1}{(1+i)^{14}} \right) \cdot \frac{1}{i} = \frac{PMT}{i} \left(\frac{(1+i)^{14} - 1}{(1+i)^{14}} \right)$$

$$PV = \frac{89,9}{0,0482} \left(\frac{(1+0,0482)^{14} - 1}{(1+0,0482)^{14}} \right) = 1865,14523 \left(\frac{0,93293412}{1,93293412} \right) = 900,212$$

Fonte: Puntel (2017), protocolo do GA_item 6-d,e,f)

Dessa forma, de modo geral, concluímos que os sujeitos dessa pesquisa com os dados das resoluções dessa situação fizeram uso adequado de ao menos dois registros de representação, havendo mobilização do registro algébrico, registro de língua natural e registro numérico, com ênfase no registro numérico e algébrico, principalmente no que tange aos tratamentos exigidos nas soluções dos problemas. Porém, no que se refere a identificar e simplificar a expressão matemática através de um conteúdo escolar do ensino médio, os sujeitos desconheciam características e propriedades do tema de progressões.

Considerações finais

O presente estudo tem por objetivo analisar a mobilização de representações semióticas em atividades que demandam tomada de decisão e envolvem séries periódicas uniformes, no âmbito da educação financeira.

Tais atividades criaram um ambiente de cenários para investigação que possibilitaram a verificação e exploração de conhecimentos matemáticos pela descoberta, visto que as situações estiveram apoiadas numa prática pedagógica de trabalho em grupo que permitiu liberdade para expressar diversas opiniões e informações, promovendo discussões contextualizadas para

incremento qualitativo de Literacia Financeira dos licenciandos em Matemática, os futuros professores que ensinam Matemática.

De tal modo, consideramos que o ensino de Matemática Financeira traz reflexos no desenvolvimento da Literacia Financeira para a prática pedagógica, pois tal experiência didática contribui para a formação inicial destes acadêmicos ao terem contato com uma vivência do contexto em que se encontra inserido, do contrário “[...] estabelece metodologias que se centram no ensino de um professor que resolve exercícios desconectados da realidade socioeconômica dos estudantes” (KISTEMANN; COUTINHO; FIGUEIREDO, 2020, p. 23).

Para Pommer (2008), esta prática permite uma contribuição significativa no encaminhamento de propostas metodológicas em sala de aula, pois, no caso deste trabalho, congrega os conceitos matemáticos à análise de situações financeiras de consumo pela prática de cenários para investigação que estabelece critérios de leitura e interpretação de condições monetárias que auxiliam no modo de pensar, produzindo caráter crítico e/ou um raciocínio reflexivo, que favorece a escolha e torna mais consciente a tomada de decisão.

Em termos de análise cognitiva, podemos inferir que os sujeitos de modo geral fizeram uso de ao menos dois registros de representação semiótica, pois tal procedimento era necessário para apreciar a situação de aquisição do bem. Com relação ao registro de partida, exceto uma atividade, houve exclusivamente o domínio do registro de língua natural, no entanto, nos registros de chegada ocorre mobilização do registro algébrico, registro numérico, registro de representação temporal na forma de eixo de setas e registro tabular, com ênfase no registro numérico e algébrico. A organização dos dados financeiros do bem permitiu que fossem mobilizados adequadamente os registros de representação semiótica como, por exemplo, a representação temporal na forma de eixo de setas e as operações simbolicamente nos comandos da calculadora HP12C na obtenção dos valores da operação para determinação na tomada de decisão.

De tal modo, evidenciamos as representações matemáticas e as ferramentas para conhecer os mecanismos financeiros, aspectos comumente utilizados na interpretação de intervenções do cotidiano econômico-financeiro, e que são necessários para uma visão perante a sociedade em que se vive, desenvolvendo habilidades referentes ao que tange a escolhas financeiras. Sobretudo, a incorporação de tais fatores nas situações didáticas favoreceu o incremento do conhecimento pedagógico dos futuros professores de Matemática pela interação com uma proposta curricular diferente do ensino tradicional.

Em vista do que foi discutido, os resultados desta pesquisa mostram que as situações didáticas podem ser instrumentos para o ensino da Matemática Financeira com enfoque sobre

educar financeiramente através da contextualização pela produção de um cenário para investigação. É possível concluir que tal ação didática trouxe contribuições à formação acadêmica e profissional dos participantes pelo desenvolvimento da Literacia Financeira e dos saberes pedagógicos. Surgiu, portanto, uma possibilidade pelos quais os professores podem seguir, a fim de introduzir a EF na sala de aula de Matemática, para desenvolver nos alunos a capacidade de compreender o contexto social, econômico e financeiro que os cerca, com o intuito de torná-los conscientes e críticos da responsabilidade e das consequências de suas decisões financeiras.

Referências

ATKINSON, A.; MESSY, F. A. Measuring Financial Literacy: Results of the OECD. International Network on Financial Education (INFE) Pilot Study. **OECD working papers on finance, insurance and private pensions**, Paris, 2012.

AZEVEDO, F. J. F. Literacias: contextos e práticas. In: AZEVEDO, Fernando; SARDINHA, Maria das Graças (Orgs.). **Modelos e práticas em literacia**. Lisboa: Lidel-Edições Técnicas, 2009.

BATISTA, J. R. **A Educação Financeira nos cursos de formação inicial de professores de matemática das universidades públicas do Estado de São Paulo**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional de Ensino de Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Temas Transversais):** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 1998a.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. Parecer CEB n. 4/98. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília. Brasília: MEC/CNE, 1998b.

BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da Enef anexos**. 2011. Disponível em: <<http://www.vidaedinheiro.gov.br/legislação/Default.aspx>>. Acesso em: 20 jun. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CAMPOS, C. R.; TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C. Q. S. Reflexões sobre a educação financeira e suas interfaces com a educação matemática e a educação crítica. III Fórum de Discussão: Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil – **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, pp. 556-577, 2015.

CERBASI, G.; SOUZA, M. **Descobrimos o valor das coisas**: o guia de educação financeira para pais e professores ensinarem as crianças brincando. 12. ed. São Paulo: Gente, 2012.

DICIONÁRIO INFOPÉDIA DA LÍNGUA PORTUGUESA. Porto: Porto Editora, 2018.
Disponível em: <<https://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/literacia>>. Acesso em: 04 set. 2020.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

GONÇALVES, T. V. O. **Ensino de Ciências e Matemática**: marcas da diferença. 2000. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GRANDO, N. I.; SCHNEIDER, I. J. Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, n. 33, p. 1-20, 2010.

KISTEMANN, M. A. J. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.

KISTEMANN, M. A. J.; COUTINHO, C. Q. S.; FIGUEIREDO, A. C. Cenários e desafios da educação financeira com a base curricular comum nacional (BNCC): Professor, Livro Didático e Formação. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 11, n. 1, p. 1-26, 2020.

LOPES, Paula Cristina. **Literacia(s) e literacia mediática**. Portugal: CIED, 2011.

MARASINI, S. M. **A Matemática Financeira na escola e no trabalho**: uma abordagem histórico-cultural. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2001.

MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. **Matemática Financeira**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MUNIZ, I. J. **Econs Ou Humanos?** Um estudo sobre a tomada de decisão em ambientes de Educação Financeira Escolar. 2016. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia de Produção), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

MUNIZ, I. J.; JURKIEWICZ, S. Representações temporais e o valor do dinheiro no tempo: conexões entre a Educação Financeira e o Ensino de Matemática. **Revista Boletim online de Educação Matemática**. Santa Catarina, v. 4, n. 7, p. 116-138, 2016.

OCDE. **Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico**. 2005. Disponível em: <<http://educacaoec21.org.br/quem-somos/ocde/>>. Acesso em: 13 mar. 2021.

POMMER, W. M. **Brousseau e a ideia de Situação Didática**. Seminário de Ensino de Matemática - FEUSP. São Paulo, 2008.

PUCCINI, E. C. **Matemática Financeira e Análise de investimentos**. Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração UFSC, 2011.

PUNTEL, E. **Tomada de decisão na matemática financeira**: uma sequência de atividades explorando representações semiótica. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática Licenciatura) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

ROCHA, A. J. C. **O ponto de vista de licenciandos em Matemática sobre a Educação Financeira**. 2017. Dissertação (Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

ROCHA, A. J. C.; MARIANI, R. C. P. Aspectos envolvidos na tomada de decisão de licenciandos em matemática diante de situações econômico-financeiras a partir de uma tarefa. **Revista de Estudo e Pesquisa em Educação**, Juiz de Fora, v. 20, n. 2, p. 262-274, 2018.

SCHÜNEMANN, T. A. **Matemática financeira**: uma meta-análise sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. **Anais do XI ENEM**. XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013.

SILVA, I. T. **Programa de Educação Financeira nas Escolas – Ensino Médio**: Uma análise dos materiais propostos e sua relação com a matemática. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2017.

SILVA, I. T.; SELVA, A. C. V. Educação Financeira nas Escolas: Uma discussão feita a partir de experiências vivenciadas pelo programa de Educação Financeira nas Escolas – Ensino Médio. **Revista de Estudos e Pesquisa em Educação**, Juiz de Fora, v. 20, n. 2, p. 251-261, 2018.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Revista Bolema**. Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica**: Incerteza, Matemática e Responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2014.

UFSM, Curso de Licenciatura Matemática. **Ementa currículo Educação Matemática II**. 2013. Disponível em:
<<https://drive.google.com/drive/folders/0B6YTACLPYdRUR1hlejlqM1RWbGc>>. Acesso em: 11 maio 2017.

*Recebido em 19 de maio de 2021.
Aprovado em 25 de junho de 2021.*