



ANÁLISE CRÍTICA DO SOFTWARE *FUNCTION STUDIUM* EM RELAÇÃO À ARTICULAÇÃO ENTRE A REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA E A REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DO OBJETO RETA

*Critical analysis of the software Function Studium in relation to the articulation
between the algebraic representation and the geometric representation of the straight
object*

Jhonatan de Holanda Cavalcanti

Mestrando em Educação Matemática e Tecnológica
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil
jhonatancavalcanti19912014@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4684-0131>

Franck Gilbert René Bellemain

PhD em Didática da Matemática
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil
f.bellemain@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-5358-2057>

Resumo

Neste artigo, apresentamos os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar criticamente as potencialidades e as dificuldades/limitações do software *Function Studium* quanto à articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta, na perspectiva de elaborar funcionalidades para possíveis modificações dentro desse ambiente. O quadro teórico é constituído pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), proposta por Duval. Nessa perspectiva, realizamos uma análise prévia em relação ao objeto reta à luz da Engenharia Didático-Informática (EDI) considerando-se suas dimensões epistemológica, didática, cognitiva e informática, interligando-as. Além disso, utilizamos a EDI como quadro de análise/quadro de referência para a utilização de software educativo para um artefato que já foi desenvolvido. Com isso, percebemos a necessidade de propor situações utilizando como ferramenta o software *Function Studium*, levando em consideração nosso aporte teórico e os estudos preliminares realizados. As situações foram experimentadas e analisadas a fim de realizarmos uma análise crítica do software a partir da EDI, apontando suas potencialidades e dificuldades/limitações, na perspectiva de aprimoramento da tecnologia.

Palavras-Chave: Articulação; representação algébrica; representação geométrica; registros de representação semiótica; reta.

Abstract

In this article, we present the results of a research that aimed to critically analyse the potentialities and difficulties/limitations of the Function Studium software regarding the articulation between the algebraic representation and the geometric representation of the straight object, in the perspective of elaborating functionalities for possible modifications within of that environment. The theoretical framework is constituted by the Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS), proposed by Duval. In this perspective, it carries out a previous analysis in relation to the straight object in the light of Didactic-Informatics Engineering (EDI) considering its epistemological, didactic, cognitive, and informatics dimensions, interconnecting them. In addition, it applies EDI as an analysis/reference framework for using educational software for an artifact that has already been developed. Furthermore, we realized the need to propose situations using the Function Studium software as a tool, considering our theoretical contribution and the preliminary studies carried out. The situations were experienced and conducted to carry out a critical analysis of the software through EDI, pointing out the potentialities and difficulties/limitations, in the perspective of technology improvement.

Keywords: Articulation; algebraic representation; geometric representation; semiotic representation registers; straight.

INTRODUÇÃO

Este artigo é um recorte da dissertação “Articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta utilizando o software *Function Studium*”, e segue na vertente de uma continuidade dos trabalhos de Cavalcante (2019) e Silva (2016) em relação ao software *Function Studium*, e de Siqueira (2009) no que cerne à articulação entre as representações algébrica e geométrica do objeto matemático.

Dessa forma, propomos o seguinte objetivo geral: analisar criticamente as potencialidades e as dificuldades/limitações do software *Function Studium* quanto à articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta, na perspectiva de elaborar funcionalidades para possíveis modificações nesse ambiente.

As reflexões envolvendo o objeto reta são frequentes nas pesquisas da área da Matemática, trazendo para o processo a utilização de ferramentas computacionais com o intuito de proporcionar um tratamento dinâmico, favorecendo articulações entre representações de objetos matemáticos. Esse contexto nos orientou em buscar um referencial que abordasse as representações utilizadas em sala de aula. Sob esse viés, embasamos a fundamentação teórica do nosso estudo sobre a TRRS de Duval (2003),

enfatizando a importância da diversidade de sistemas de representação e a articulação entre eles nas atividades matemáticas.

Nesse sentido, buscamos realizar uma análise preliminar referente ao objeto reta em diferentes contextos sob à luz da EDI através das suas dimensões epistemológica, didática, cognitiva e informática (TIBURCIO; BELLEMAIN, 2021) de forma que estejam entrelaçadas (BELLEMAIN, 2022).

Os trabalhos de construção da EDI iniciaram no Grupo de Pesquisas LEMATEC e, atualmente, são realizados no grupo de pesquisa Atelier Digitas, vinculado à Universidade Federal de Pernambuco. A perspectiva da EDI é sistematizar a concepção de artefatos computacionais, bem como analisar softwares existentes, articulando as Engenharias de Software e Didática (TIBURCIO; BELLEMAIN, 2021).

Nessa perspectiva, utilizamos a EDI como quadro de referência para elaborar os elementos de análise e aplicá-los a um artefato que já foi desenvolvido, o *Function Studium*. A análise crítica do *Function Studium* a partir da EDI tem como objetivo o aprimoramento dessa tecnologia, analisando as potencialidades e as dificuldades/limitações do software. Diante desse contexto, propomos o seguinte problema: Como a utilização do software *Function Studium* poderá ajudar no que diz respeito às dificuldades apresentadas pelos estudantes na articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta? Com o intuito de responder essa questão, consideramos como objeto de estudo a forma de interação dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio em relação ao conteúdo “reta”. Como unidade de observação, consideramos a articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica a partir do emprego do software *Function Studium*.

ENGENHARIA DIDÁTICO-INFORMÁTICA (EDI)

A EDI (TIBURCIO; BELLEMAIN, 2021) procura construir princípios teórico-metodológicos para a concepção de software educativo, baseando-se na articulação entre a Engenharia de Software (SOMMERVILLE, 2011) e da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988).

Para Tiburcio (2016), a necessidade de propor a relação entre as engenharias nasce a partir da observação de algumas limitações para a criação de software educativo. Por um lado, a Engenharia Didática não contempla a totalidade das exigências para a concepção de software educativo; por outro lado, a Engenharia de

Software não reúne as especificidades relativas acerca de questões de ensino-aprendizagem que os artefatos computacionais educativos necessitam. Os modelos padronizados de desenvolvimento foram criados para outras finalidades fora do contexto do processo de ensino e aprendizagem (TIBURCIO, 2016).

O modelo da EDI, como mostra a figura a seguir, é composto por quatro fases, sendo elas a analítica, a hipotética, a experimental e a operacional, e é formado pelos ciclos analítico-hipotético, hipotético-experimental, experimental-operacional e operacional-analítico, que são constituídos pela integração das fases. Vale destacar que cada ciclo reflete um avanço no processo; porém, de forma simultânea, as fases são consideradas e revisitadas (TIBURCIO, 2020).

Figura 1 – Modelo de Processo de Software – Engenharia Didático-Informática



Fonte: Tiburcio (2020).

Para respondermos nossas questões de pesquisa e direcionarmos nossos estudos prévios, pautamo-nos nas dimensões epistemológica, cognitiva, didática e informática propostas pela EDI. Considerando a importância de analisá-las interligando-as, em nosso estudo realizamos as análises preliminares das diferentes dimensões de forma a não as explorar de maneira isolada, mas articulada (BELLEMAIN, 2022).

Esperamos, assim, que através do levantamento preliminar realizado, tomando como base as dimensões propostas pela EDI, possamos responder nossos questionamentos iniciais, contemplar nossos objetivos de pesquisa e, pensando em um aspecto operacional, identificar o que precisamos em um software e de que forma os softwares podem nos auxiliar efetivamente no processo de ensino e aprendizagem do objeto reta. Vale destacar que esse levantamento precede a análise de software e auxilia

a montagem da experimentação com o software *Function Studium*, que, por sua vez, dará subsídios na perspectiva de elaborar funcionalidades para possíveis modificações dentro desse ambiente. Segundo Tiburcio (2016), no procedimento de análises preliminares da EDI, é realizado um levantamento direcionado com o propósito de conhecer quais são os encaminhamentos didáticos, epistemológicos, cognitivos e informáticos para concepção de tecnologias computacionais, suportes no processo de ensino e aprendizagem do objeto de estudo em questão. Para isso, buscamos referência em Artigue (1988) e Tiburcio (2016).

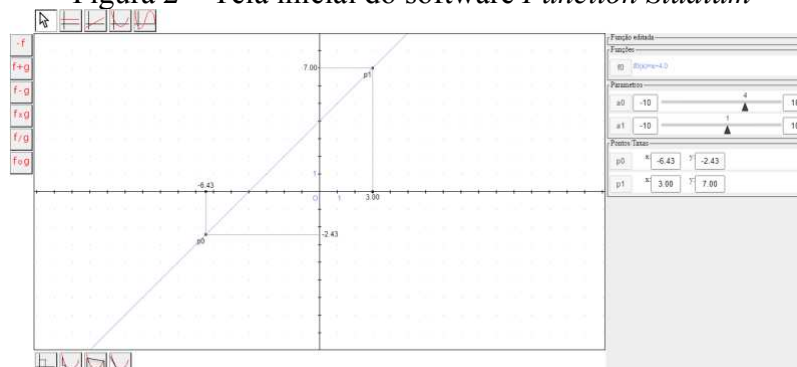
Para Artigue (1988), a dimensão epistemológica está associada às características específicas do conteúdo em questão; a cognitiva leva em consideração os aspectos cognitivos do público ao qual se dirige o ensino; já a didática está relacionada ao funcionamento do processo de ensino, investigando seu estado atual. Em complemento, segundo Tiburcio (2016), a dimensão informática tende a tratar especificamente das questões tecnológicas computacionais, articulada com as demais dimensões, procurando notadamente como os recursos tecnológicos podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Salientamos a importância dessa metodologia acerca da construção de software educativo no que concerne ao desenvolvimento do software *Function Studium* a partir das premissas da EDI, artefato esse que será utilizado na experimentação das situações propostas em nosso estudo, abordando prioritariamente a conversão das representações algébrica e geométrica do objeto reta nos dois sentidos.

O *Function Studium* é uma ferramenta multirrepresentacional para o estudo de funções, com ênfase no raciocínio covariacional, desenvolvida no Grupo de Pesquisas LEMATEC, da Universidade Federal de Pernambuco, como parte das dissertações de mestrado de Silva (2016) e Tibúrcio (2016) (SILVA *et al.*, 2017). Vale ressaltar que o software *Function Studium*, mesmo tendo como base a taxa de variação, na vertente do estudo de Silva (2016), incorpora ideias inicialmente exploradas por Siqueira (2009) no aplicativo *Formas* (SIQUEIRA; BELLEMAIN, 2010), no que tange a articulação entre representações de diversos registros.

Para ter acesso ao software *Function Studium* basta clicar na figura 2, que irá direcionar para a página do artefato. Por conseguinte, buscaremos o aprimoramento do software *Function Studium* através de uma análise crítica do artefato a partir da EDI, por meio da qual enfatizaremos suas potencialidades e dificuldades/limitações. Em linhas gerais, analisaremos as possibilidades de utilização do software *Function Studium*

para o estudo do objeto reta, adentrando na articulação entre as representações algébrica e geométrica, e buscaremos verificar quais são as potencialidades, dificuldades/limitações, os benefícios, as falhas e os problemas gerais encontrados com o uso. Essa investigação, com foco nas situações, gera um retorno de informações e diversos incrementos que podem ser realizados, enriquecendo a atualização do software com as observações efetuadas.

Figura 2 – Tela inicial do software *Function Studium*



Fonte: produção própria (2022).

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA (TRRS)

A TRRS investiga os processos cognitivos dos estudantes em situações envolvendo sistemas de representação, possibilitando, desse modo, compreender as dificuldades e os problemas da aprendizagem em Matemática.

Em um de seus estudos, chamado “Gráficos e Equações: a articulação de dois registros”, realizado em 1988, Duval produziu uma série de perguntas voltadas para o reconhecimento de funções lineares e afins, com o intuito de entender se os estudantes compreendiam as mudanças das representações gráficas para a representação escrita. Tal questionário era composto por retas em várias posições em um plano cartesiano, alterando as características de sinal, número oposto e constantes.

Duval (1988), acerca do resultado do questionário, expôs a dificuldade dos estudantes em relação à percepção da conversão das representações, e mostrou que o processo de ensino e aprendizagem deve considerar essa dificuldade, analisando as conversões de representações semióticas. Com isso, deve haver uma articulação das representações, ou seja, a coordenação entre a linguagem natural e o uso das representações gráficas e geométricas. Assim, o autor define as representações semióticas como:

Produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes (DUVAL, 1993, p. 269).

Sob essa ótica, surgem duas noções importantes para essa teoria: os signos e as representações. Signo é um sinal mobilizado por um sujeito, capaz de permitir identificação de um registro de representação. Já uma representação é um sistema dotado de signos, que permitem definir uma representação de um objeto de saber. Henriques e Almouloud (2016) citam como exemplos as regras linguísticas ou gramaticais na língua materna, as propriedades ou escritas algébricas para a representação algébrica, as figuras geométricas (pontos, segmentos/retas/curvas, planos e superfícies) para a representação geométrica e os números e operações aritméticas para a representação numérica.

Essa variedade de representações semióticas presentes na Matemática fez surgir a necessidade de organizar esses diversos tipos de representações em diferentes tipos de registros, sendo definida, assim, a ideia de representação semiótica. Duval (2003) destaca que um dos aspectos mais relevantes à originalidade da atividade Matemática diz respeito à mobilização simultânea de, no mínimo, dois registros de representação, ou à possibilidade de trocar a todo momento a representação na qual essa articulação das representações constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática.

Para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, é necessário que se permita cumprir três atividades cognitivas características a toda representação, conforme é explicitado por Duval (1993, p. 272, **grifo nosso**):

a) A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado: enunciação de uma frase (compreensível numa língua natural dada), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc. **b)** O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro. **c)** A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conversão é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter).

Possivelmente, não são todos os sistemas semióticos que possibilitam a realização dessas três atividades cognitivas fundamentais. Contudo, as características da

linguagem Matemática permitem que elas aconteçam no que se refere aos gráficos e figuras geométricas e às linguagens natural, simbólica e algébrica.

Nessa perspectiva, podemos pensar como um exemplo de tratamento a passagem da equação reduzida da reta para a equação geral da reta. Já as conversões implicam mudar de forma conservando os mesmos objetos denotados, podendo-se citar como exemplo a passagem da forma algébrica para sua forma geométrica.

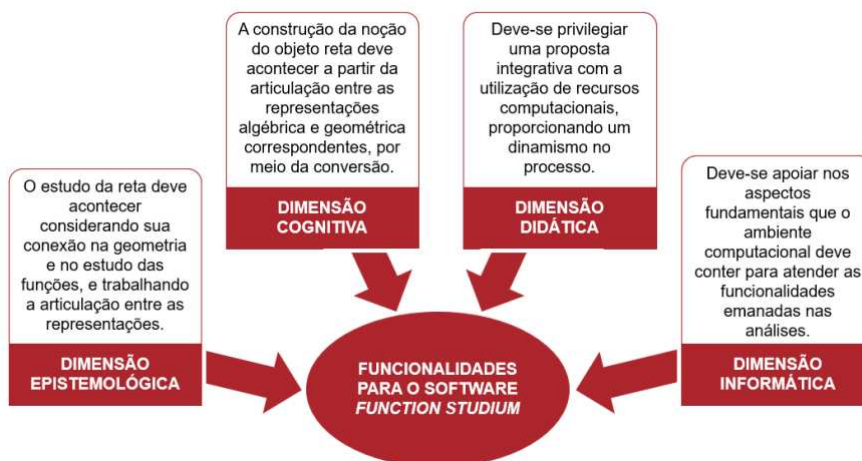
Um fator importante a ser destacado é o uso do termo ‘forma’, em que, segundo Bellemain (2004), pode ser considerado como um elemento de sentido da representação enquanto unidade significativa (ou grupo de unidades). Utilizamos o termo “forma algébrica” para nos referirmos às diversas escritas da expressão algébrica ou equação, e “forma geométrica” para nos referirmos ao gráfico correspondente. O fato de usarmos o termo ‘forma geométrica’, ao invés de ‘forma gráfica’, justifica-se pela importância do nosso estudo, acerca do objeto reta, com a geometria. Tomando como base o que foi exposto neste capítulo, a dificuldade presente no pensamento matemático é bastante evidenciada a partir da TRRS que, por sua vez, através do funcionamento cognitivo, esclarece as dificuldades de compreensão dos objetos matemáticos. O estudo desse processo implica maior atenção na elaboração de atividades que abordem a articulação entre diferentes registros de representação.

ESTUDOS PRELIMINARES

Consideramos o modelo da EDI para estruturar nossa pesquisa segundo as quatro dimensões (figura 3), de maneira que pela compreensão das características específicas do objeto reta (dimensão epistemológica), considerando como os estudantes mobilizam suas representações (dimensão cognitiva) e a identificação das contribuições e dificuldades geradas no seu ensino (dimensão didática), pudemos obter funcionalidades que possam colaborar com o aprimoramento do recurso computacional *Function Studium* (dimensão informática). Em nossos estudos preliminares do objeto reta, buscamos organizar nossos tópicos de abordagem em torno das dimensões da EDI nas seguintes vertentes: primeiro, acerca de marcos na História da Matemática sobre a relação do objeto reta na geometria analítica e no estudo das funções, seguido de um estudo voltado para a reta. A seguir, trouxemos as dificuldades dos estudantes no tocante ao conteúdo em questão, acompanhadas das análises dos documentos de orientação curricular e dos livros didáticos. Para finalizar, fizemos um levantamento em

relação a softwares, adentrando sob o termo “dinâmico”, à utilização do software *Function Studium* para o processo de ensino e de aprendizagem e uma análise dos artefatos computacionais *GeoGebra*, *Desmos* e *Winplot*.

Figura 3 – Principais contribuições dos estudos preliminares de cada uma das dimensões



Fonte: Cavalcanti (2023, p. 54).

Com relação à dimensão epistemológica, o estudo permitiu analisar as características específicas do conhecimento e sua relação com o que pode favorecer ou dificultar a aprendizagem. O estudo da reta deve acontecer considerando sua conexão na geometria e no estudo das funções, e trabalhando a articulação entre as representações. Por sua vez, essa articulação requer um dinamismo que leve em questão as variáveis visuais (do gráfico) e algébricas (das expressões algébricas), o que poderá ocorrer a partir da utilização de recursos computacionais. Segundo os estudos da dimensão cognitiva, a construção da noção de reta deve acontecer a partir da articulação entre as representações algébrica e geométrica correspondentes, por meio da conversão. Nesse contexto, se faz necessária uma abordagem cognitiva que favoreça a articulação dinâmica das diversas representações do objeto reta através de recurso computacional.

Já na dimensão didática, pudemos investigar as principais contribuições e dificuldades geradas, e as consequências do ensino do objeto reta. Constatamos que a conversão das representações algébrica e geométrica da reta, em ambos os sentidos, constitui a principal dificuldade, em que é priorizada sua abordagem analítica com enfoque algébrico. Além disso, o ensino da reta acontece de maneira fragmentada. Em oposição a esses aspectos, deve-se privilegiar uma proposta integrativa com a utilização de recursos computacionais, proporcionando um dinamismo no processo. Por fim, a


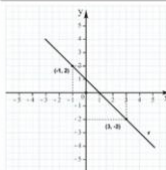
dimensão informática buscou por elencar as características fundamentais que o ambiente deve conter para atender as especificidades emanadas dos estudos das outras dimensões.

UM ESTUDO ACERCA DA RETA

O fato de ponto e reta serem noções primitivas da geometria não significa que o reforço da intuição do estudante a respeito dessas noções seja uma prática inviável. De certa forma, isso já ocorria nos Elementos de Euclides, em que, por exemplo, ponto é definido como “aquilo de que nada é parte”, ou seja, é indivisível, e reta é “a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma”, isto é, uma linha na qual não existem pontos especiais (EUCLIDES, 2009, p. 97).

Segundo Faria, Santos e Curi (2012), no estudo da reta, uma mesma situação pode ter várias representações, como podemos observar a seguir, na figura 4, em que são apresentadas diferentes representações semióticas para o objeto reta; por exemplo, na língua natural, na representação algébrica e/ou na representação geométrica. Desse modo, é importante que o estudante compreenda as diferentes representações que envolvem essa noção Matemática e que, apesar de ter representações distintas, o objeto matemático é o mesmo: a reta.

Figura 4 – Diferentes representações para o objeto reta

Designação na língua natural	Designação simbólica	Representação figural	Representação tabular	Representações algébricas	Representação geométrica						
Reta r	r		<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	3	-2	-1	2	$r: x + y - 1 = 0$ \cdot \cdot \cdot $r: y = -x + 1$	
x	y										
3	-2										
-1	2										

Fonte: Cavalcanti (2023, p. 30).

Vale destacar que as representações, em sua maioria, são mistas, pois, mesmo que predominantemente sejam em língua natural, por exemplo, também possuem elementos da designação simbólica. Outro fator importante é a diferença acerca das representações gráficas: figural, a partir da Geometria Gráfica, e a geométrica, no que tange à Geometria Analítica. Associamos essa distinção principalmente em relação às funções e aos controles que elas permitem.

EXPERIMENTAÇÃO

Diante desse contexto, percebemos a necessidade de propor situações utilizando o software *Function Studium*. Para a elaboração das situações de ensino, nos embasamos em nossos estudos preliminares na perspectiva da EDI e na TRRS. Essas situações foram pensadas como proposta a ser desenvolvida junto a estudantes do 3º ano do Ensino Médio, tendo duração estimada de um momento de três aulas. Foram elaboradas levando em consideração principalmente três aspectos importantes: a compreensão do objeto reta, a articulação do conteúdo “reta” na função afim e na geometria analítica, e o aprofundamento do estudo da reta por meio da compreensão da conversão nos dois sentidos, entre as suas representações algébrica e geométrica. As oito situações que propusemos experimentar foram abordadas com oito estudantes do 3º ano do Ensino Médio, formando quatro duplas. Um aspecto fundamental que nos levou a propor as situações em duplas foi favorecer a verbalização das dificuldades e, efetivamente, possíveis conflitos sociocognitivos.

Diante das situações, os estudantes foram levados a refletir, discutir e apresentar respostas, processo esse que foi registrado através de gravação (áudio e vídeo) para posterior análise. A experimentação aconteceu em uma escola estadual situada no município de Gravatá-PE. Na escolha da escola, levou-se em consideração a disposição dos estudantes em colaborar, a existência de um laboratório de informática e a proposta pedagógica em conexão com os documentos oficiais de orientação curricular. Como consequência, na análise dos dados coletados utilizamos a abordagem qualitativa, pela importância dada pelo pesquisador à interpretação do fenômeno em estudo, buscando compreender detalhes das informações obtidas (PEREIRA *et al.*, 2018). Para a análise, foram considerados os dados coletados a partir dos registros material e virtual dos estudantes. Dessa forma, tivemos a possibilidade de acompanhar o modo como os estudantes realizaram a articulação entre o gráfico e a equação.

Uma vez organizados os dados, fizemos sua categorização e análise, objetivando, sobretudo, uma análise crítica do software *Function Studium* a partir da EDI. Assim, apresentamos as potencialidades e as dificuldades/limitações de seu uso na perspectiva de aprimoramento da tecnologia no que tange à articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta.

SITUAÇÕES DE ENSINO

Nosso intuito com a experimentação das situações de ensino, para as quais levamos em consideração nossas análises prévias, na perspectiva da EDI e da TRRS, foi de ter a oportunidade de confirmar ideias iniciais e coletar e analisar dados com o objetivo de realizar uma análise crítica do software a partir da EDI na perspectiva de aprimoramento da tecnologia. Nessa perspectiva, a seguir apresentaremos a figura abaixo com os objetivos das situações, acerca dos aspectos importantes para análise crítica do software *Function Studium*, no contexto da investigação.

Figura 5 – Objetivos das situações em torno dos aspectos em relação a análise crítica do software *Function Studium*

COMPREENSÃO DO OBJETO RETA	RELAÇÃO DO OBJETO RETA NA GEOMETRIA ANALÍTICA E NO ESTUDO DAS FUNÇÕES	ARTICULAÇÃO ENTRE A REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA E A REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DO OBJETO RETA
Situações 1, 2 e 3	Situações 4 e 5	Situações 6, 7 e 8
<p>Analisar a reta no software <i>Function Studium</i>, na perspectiva dos três diferentes campos (geometria euclidiana plana, função e geometria analítica);</p> <p>Explorar as representações algébrica e geométrica do objeto reta contidas no software <i>Function Studium</i>.</p>	<p>Explorar no software <i>Function Studium</i> a relação do objeto reta na geometria analítica e no estudo das funções, através da reta vertical.</p>	<p>Explorar as diversas representações do objeto reta contidas no ambiente do software <i>Function Studium</i>; Analisar o dinamismo no ambiente do software <i>Function Studium</i> em relação a articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta.</p>

Fonte: Adaptado de Cavalcanti (2023, p. 74).

ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Nesta etapa, buscamos analisar os dados experimentais confrontando nossas ideias iniciais com os dados coletados durante a fase de experimentação em torno das situações propostas, utilizando como ferramenta o software *Function Studium*.

Em relação à experimentação, ao receberem a atividade, os estudantes foram orientados a utilizar o software *Function Studium* como ferramenta computacional para auxiliar na sua realização. Posteriormente à fase de coleta de dados, buscamos organizar o material para analisá-lo com um cunho qualitativo.

Para análise do material referente ao experimento no software *Function Studium*, dispomos das respostas dadas pelos estudantes acerca das situações e as gravações da interface do computador (áudio e vídeo) das duplas, das quais obtivemos as interações entre os componentes de cada uma delas e os procedimentos realizados no artefato

computacional. Denominamos as duplas da seguinte forma: Dupla 1, composta pelos estudantes “A e B”; Dupla 2, pelos estudantes “C e D”; Dupla 3, pelos estudantes “E e F”; e Dupla 4, pelos estudantes “G e H”. Diante das análises nos dados da experimentação, propomos a resumir o levantamento relativo à exploração dos resultados a seguir, de acordo com Cavalcanti (2023).

A **Situação 1**, a partir das Duplas 1, 2, 3 e 4, obteve como resultados dificuldade na compreensão do objeto reta nos três diferentes campos: na geometria euclidiana plana, na função e na geometria analítica.

Já a **Situação 2**, a partir das Duplas 1 e 2, obteve dificuldade com o campo de visão limitado do plano cartesiano no software. A partir da Dupla 1, isoladamente, também foi percebida limitação em reconhecer as coordenadas dos pontos que definiram a reta, a representação algébrica e os efeitos dos parâmetros no gráfico, enquanto no caso da Dupla 2, isoladamente, foi percebida dificuldade em analisar os efeitos dos parâmetros no gráfico. Considerando as Duplas 3 e 4, os resultados se substancializam no reconhecimento das coordenadas dos pontos que definiram a reta, a representação algébrica e os efeitos dos parâmetros no gráfico. Mas para a Dupla 4, isoladamente, os resultados foram de percepção que quando construída a reta a partir do terceiro ponto inserido, dependendo do valor de x , a ordenada é atribuída pelo próprio software, com o intuito do ponto pertencer à reta.

A **Situação 3**, para a Dupla 1, trouxe os resultados na dificuldade em descobrir se o ponto $D(-38, -73)$ pertencia à reta r . Já a Dupla 2 utilizou o método da condição de alinhamento de 3 pontos no plano para descobrir se o ponto $D(-38, -73)$ pertencia à reta. As Duplas 2 e 3, em conjunto, relacionaram o objeto reta na geometria analítica e no estudo das funções, enquanto também agrupadas, as Duplas 2, 3 e 4, utilizaram a estratégia proporcionada pelo software da inserção automática da ordenada no ponto.

Na **Situação 4**, todas as Duplas utilizaram a estratégia da inserção dos pontos $A(3, 4)$ e $B(3, 6)$ no software. A Dupla 1, isoladamente, percebeu que a reta vertical não pode representar uma função. Logo, traçou uma estratégia para a obtenção de uma expressão algébrica para a referida reta, porém não conseguiu desenvolver. As Duplas 2 e 4, também perceberam que a reta vertical não pode representar uma função, o que as fez traçarem uma estratégia para a obtenção de uma expressão algébrica para a referida reta, utilizando a condição de alinhamento de 3 pontos no plano para desenvolver a situação. A Dupla 3, isoladamente, também percebeu que a reta vertical não pode

representar uma função. Mas, não traçou uma estratégia para a obtenção de uma expressão algébrica para a referida reta. As Duplas 1 e 3 conduziram discussão sobre o termo “ $f_0(x) = \text{NaN}.x + \text{NaN}$ ”, informação que se refere à reta vertical no software e que significa uma característica do artefato. Enquanto a Dupla 2, isoladamente, estabeleceu diálogo em relação a ausência de uma espécie de campo de entrada, em que houvesse a possibilidade da inserção da representação algébrica.

A **Situação 5**, para todas as Duplas, gerou percepção de que a reta vertical não pode representar uma função e utilizaram a visualização no software para afirmar que os pontos C e D pertencem à reta r.

Na **Situação 6**, conseqüentemente, todas as Duplas perceberam que o coeficiente “a1” está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas, enquanto a coordenada “a0” é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo das ordenadas. A Dupla 1 se ancora na dificuldade da visualização do gráfico com o manuseio dos parâmetros do software, pois estavam com um intervalo mínimo de -1000, um intervalo máximo de 1000 e um incremento de 10, também, dificuldade pelo artefato não operar sem internet e não conter opções de voltar e salvar. As Duplas 2, 3 e 4 deram destaque para o dinamismo do software.

A **Situação 7**, para todas as Duplas, gerou exploração de diversas representações da reta a partir do dinamismo do software e, com isso, compreensão dos efeitos dos parâmetros. Para as Duplas 1, 2 e 3, se utilizou estratégia da inserção no software dos pontos necessários para construção das retas correspondentes às funções dadas na situação. A Dupla 4, isoladamente, construiu a reta através da inserção dos pontos (-1,1) e (3,5) e manuseou o parâmetro a0 associando a reta às funções dadas na situação, ao mesmo tempo que teve dificuldade com a paleta de cores do software.

A última situação, a **Situação 8**, para todas as Duplas destacou o dinamismo no processo com a associação das duas representações, algébrica e geométrica, do objeto reta. Para a Dupla 1, gerou dificuldade em obter a expressão algébrica para reta vertical. Para as Duplas 1 e 4, limitações em realizar as transformações por tratamento das formas algébricas. As Duplas 2 e 3 associaram as equações com seus respectivos gráficos, respeitando todas as particularidades. Mas a Dupla 3, isoladamente, deu destaque para a ausência no software do tratamento de uma representação algébrica, assim como utilizou a estratégia de inserir os pontos no software com o intuito de associar as equações com seus respectivos gráficos.

ANÁLISE CRÍTICA DO SOFTWARE *FUNCTION STUDIUM*

Como mencionado anteriormente, buscamos realizar uma análise crítica do *Function Studium* a partir da EDI, na perspectiva de aprimoramento da tecnologia, analisando as potencialidades e dificuldades/limitações do software.

AS POTENCIALIDADES DO SOFTWARE *FUNCTION STUDIUM*

Durante a experimentação, o artefato mostrou ter uma interface intuitiva, considerando que, mesmo apresentando apenas as funcionalidades básicas do *Function Studium*, os estudantes participantes, no decorrer do processo, conseguiram explorar outras formas de uso do software. Nessa perspectiva, os estudantes desenvolveram estratégias para usufruir do que o software oferece com o intuito de resolver as situações propostas. A partir da situação 2, acontece um exemplo interessante, quando os alunos perceberam que uma vez construída a reta, a partir do terceiro ponto inserido, dependendo do valor de x , a ordenada é atribuída pelo próprio software, de forma automática, com o intuito do ponto pertencer à reta. No decorrer da experimentação, as duplas foram percebendo que o *Function Studium* é articulado dessa forma e, com isso, usufruíram dessa potencialidade na resolução das situações.

Outro ponto importante são as diversas representações do objeto matemático no ambiente do software, tendo em vista que a abordagem do objeto reta por representações distintas conectadas de forma simultânea permitiu que, dependendo do aspecto a ser explorado, os estudantes fossem escolhendo a representação que expressava o aspecto de forma mais clara e eficiente para a compreensão das propriedades analisadas nas situações. Nessa vertente, ficou ainda mais evidente durante a experimentação a articulação entre as representações algébrica e geométrica do objeto reta, permitindo que a variação dinâmica dos parâmetros refletisse simultaneamente no gráfico correspondente, o que contribuiu para que os estudantes estabelecessem relações entre os efeitos. A articulação dinâmica entre os pontos da reta, correspondente à representação algébrica associada a cada ponto, contribuiu para que os estudantes entendessem que o coeficiente “ a_1 ” está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas, enquanto a coordenada “ a_0 ” é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo das ordenadas. Portanto, a partir dos dados experimentais analisados, o artefato permitiu a visualização das representações algébrica e geométrica, promovendo as

alterações concomitantes, ou seja, a articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta.

AS DIFICULDADES/LIMITAÇÕES NA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE *FUNCTION STUDIUM*

Tendo em vista que a evolução do software passa pelas pesquisas realizadas em torno dele, quando pontuamos suas potencialidades e dificuldades/limitações, buscamos apresentar para comunidade científica que o artefato trabalha a articulação entre as representações algébrica e geométrica do objeto reta. Contudo, vale ressaltar que em seu desenvolvimento o objetivo em foco do *Function Studium* era trabalhar com a taxa de variação, na perspectiva do conteúdo de função, ou seja, em alguns casos as limitações existem pelo fato de ele não ser concebido para tal finalidade. Um fator limitador que observamos durante a exploração dos estudantes diz respeito à variação dos parâmetros pelo controle deslizante, tendo em vista que, quando o limite é ultrapassado, há uma espécie de extrapolação dos valores, levando a números muito grandes e inviabilizando a visualização no gráfico.

No *Function Studium*, embora seja possível mover manualmente o eixo de coordenadas, ou alterar a escala dos eixos, o que permite visualizar uma maior parte do eixo das abscissas e manipular a variável, o software apresenta limitação no domínio da função a ser testado, ou seja, um campo de visão limitado do plano cartesiano. Um ponto importante que observamos na situação 8, durante a experimentação, foi o software não proporcionar ao objeto reta outras formas algébricas por meio das transformações por tratamento. Desse modo, algumas duplas não conseguiram associar as formas algébricas. Em alguns momentos da experimentação, os estudantes sentiram falta de digitar a representação algébrica diretamente no software, fator esse que trouxe dificuldade para as duplas em algumas situações. Contudo, é importante salientar que essa característica do artefato (ausência de um campo de entrada) faz com que se defina a expressão algébrica a partir dos controles deslizantes, o que faz com que os estudantes reflitam sobre a importância e a relação entre os coeficientes de uma função, sua expressão algébrica e sua representação gráfica.

O software *Function Studium* aborda a função do 1º grau, 2º grau e 3º grau e aquelas obtidas por meio da operação de adição, subtração, produto, quociente e composição, com as funções anteriormente citadas. Dessa forma, a característica de o

artefato trabalhar com diversas funções e operações fez com que os estudantes, em alguns momentos da experimentação, desfocassem dos objetivos da nossa intervenção em torno do objeto reta para explorar essas outras funcionalidades do recurso tecnológico. Uma importante observação é em relação a inserção automática da ordenada no ponto que o *Function Studium* proporciona, o que em diversos momentos da experimentação se mostrou como uma potencialidade do artefato. Apesar disso, os estudantes demoraram bastante para entender o motivo da coordenada ficar cinza no software e ser inserida automaticamente, sendo assim um aspecto que trouxe dificuldade para as duplas. Analisando a captura de vídeo e voz, quando os estudantes inseriram os dois primeiros pontos na tabela, o software automaticamente determinou a expressão algébrica e sua representação gráfica, de modo que o artefato criou uma espécie de “trava” nos próximos valores inseridos em $f(x)$. Outro ponto relevante a ser ressaltado é a paleta de cores do *Function Studium*, pois em alguns momentos da experimentação os alunos apresentaram dificuldade na visualização das representações do objeto reta por conta de cores claras.

Um aspecto limitador no processo foi o software não proporcionar as opções de voltar, salvar e operar sem internet. Ademais, as duplas, para desfazer qualquer ação no artefato, precisavam limpar todo o software e começar do zero. O recurso tecnológico também não permite salvar o processo para auxiliar o estudante na análise. Por fim, para utilizar o *Function Studium* é necessário estar conectado à internet, ou seja, em ambientes que não possuem internet, é impossível utilizá-lo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O software *Function Studium* apresentou um grande rendimento para o objetivo da nossa pesquisa, destacando, dessa forma, sua potencialidade para o estudo do objeto reta diante da articulação entre as representações algébrica e geométrica. A ferramenta oferece ao estudante um dinamismo na articulação, possibilitando que as representações algébrica e geométrica interajam entre si,

O período de manutenção/evolução do software é contínuo na perspectiva de prover novas possibilidades de atualizações a partir de versões mais recentes, novas funcionalidades, correção de erros, enfim, são diversos caminhos a cada atualização. Nesse contexto, pensando em suas próximas atualizações e em estudos futuros,

buscamos pontuar sugestões de implementação para o artefato a partir das análises da experimentação em torno das situações propostas.

Um fator importante a ser destacado é que o software *Function Studium* não proporciona a possibilidade de aproximar, afastar a tela e se movimentar pelo eixo. Se houvesse essa perspectiva, mesmo as situações trazendo pontos com abscissa e ordenada discrepantes, possivelmente os estudantes não teriam dificuldade na análise; sendo assim, o obstáculo está na dificuldade de visualização na janela do artefato. Embora seja possível mover manualmente o eixo de coordenadas ou alterar a escala dos eixos que permite visualizar uma maior parte do eixo x e manipular a variável, julgamos importante aumentar o campo de visão do plano cartesiano, tendo, assim, a possibilidade de aproximar, afastar a tela e se movimentar pelo eixo. Um aspecto que dificultou o entendimento dos estudantes durante a experimentação foi a limitação na variação dos parâmetros pelo controle deslizante, pois quando o limite foi ultrapassado houve uma espécie de extrapolação dos valores, levando a números muito grandes e inviabilizando a visualização no gráfico.

Com isso, uma vertente importante para próximas atualizações do *Function Studium* é possibilitar a alteração dos intervalos e do incremento, ambos do parâmetro, com o intuito de os estudantes controlarem os valores e, assim, visualizarem os efeitos dos parâmetros no gráfico. Outra perspectiva que analisamos em torno dos dados experimentais, muito presente na situação 8, foi a relevância de as ferramentas computacionais possibilitarem o tratamento dinâmico das formas algébricas, que podemos considerar pela transformação dessa representação na mesma forma em que ela foi constituída (DUVAL, 1993). Assim sendo, sugerimos que o software proporcione ao objeto reta outras formas algébricas por meio das transformações por tratamento.

Em alguns momentos da experimentação os estudantes sentiram falta de digitar a representação algébrica diretamente no software, como opção aos controles deslizantes. Nesse sentido, julgamos como pertinente que o *Function Studium* possibilite, em uma espécie de campo de entrada, a inserção da representação algébrica. Outro aspecto relevante a ser ressaltado é a paleta de cores do *Function Studium*, pois durante a experimentação os alunos apresentaram dificuldade na visualização das representações do objeto reta por conta de cores claras. Com isso, entendemos que o artefato

possibilitando a escolha da cor do objeto matemático com cores mais realçadas e distintas permitirá uma melhor identificação e relação das diversas representações.

Um fator que surgiu nas discussões das duplas foi o termo “ $f_0(x) = \text{NaN}.x + \text{NaN}$ ”, informação que se refere à reta vertical no software. Os estudantes tiveram dificuldade em identificar o que significava essa característica do artefato, o que não representa uma limitação, pois o objeto em foco no *Function Studium* é função, e a reta vertical não representa uma função. Nessa perspectiva, e tomando como base nossos estudos preliminares, julgamos como importante que o artefato conecte, em uma próxima atualização, o objeto reta visto na geometria analítica e no estudo das funções, trazendo para o ambiente a representação algébrica da reta vertical, deixando claro, contudo, que a referida reta não representa uma função.

Para utilizar o *Function Studium* é necessário estar conectado à internet, como vimos nas análises da situação 6. Com isso, em ambientes que não possuem internet é impossível utilizar o artefato. Como sugestão, propomos que nas próximas atualizações o software possa ser utilizado também sem o uso da internet, para que alcance o maior número possível de professores e estudantes. Outro aspecto importante é que, para desfazer algum passo no *Function Studium*, o estudante precisa limpar todo o software e começar do zero. Nesse sentido, propomos um botão de desfazer procedimentos recentes, permitindo o sujeito voltar ao estado desejado; também sugerimos a criação de um botão de salvar o que foi construído no artefato. Nessa perspectiva, sugerimos ampliar o uso do *Function Studium*, permitindo um alcance maior acerca do número de usuários, divulgando, assim, o artefato para professores e estudantes. Outro aspecto que destacamos é o aperfeiçoamento de seus ícones e suas funções, baseando-se na análise dos dados coletados na experimentação deste estudo.

REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, M. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. v. 9, 1988.
- BELLEMAIN, F. Elementos da Eng. de Software Educacional, o caso de Micromundos para Matemática. **Ver. Para. Edu. Mat.**, Campo Mourão, v. 11, n. 25, 2022.
- BELLEMAIN, F. **Reconhecimento de Formas Algébricas no Ensino**. II HTEM. RJ: UERJ, 2004.
- CAVALCANTE, T. F. **Concepções de Funções no Software Function Studium**. Dissertação de Mestrado (PPGEduMatic). Recife: UFPE, 2019.

CAVALCANTI, J. **Articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica do objeto reta utilizando o software Function Studium**. Dissertação de Mestrado (PPGEduamatec). Recife: UFPE, 2023.

DUVAL, R. *Graphiques et Équations*. Strasbourg: ULP, 1988.

DUVAL, R. **Registres de Représentation Sémiotique et Fonctionnement Cognitif de la Pensée**. Strasbourg: ULP, 1993.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática**. Campinas: Papyrus, 2003.

EUCLIDES. **Os Elementos**. São Paulo: Ed. UNESP, 2009.

FARIA, R. R.; SANTOS, C. A. B.; CURI, E. A Transformabilidade dos Registros de Representação Semiótica no Ensino de Equações de Reta. **REVEMET**, v. 7, n. 2, 2012.

HENRIQUES, A.; ALMOULOU, S. A. TRRS em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior. **Ciência & Educação**, v. 22, p. 465-487, 2016.

PEREIRA, A. S. *et al.* **Metodologia da Pesquisa Científica**. Santa Maria: Ed. UFSM, 2018.

SILVA, C. T. **A Engenharia Didático-Informática na Prototipação de um Software para Abordar o Conceito de Taxa de Variação**. Dissertação de Mestrado (PPGEduamatec). Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2016.

SILVA, C. T. *et al.* **Function Studium**. II Ctrl+E. Paraíba: UFPB, 2017.

SIQUEIRA, J. E. M.; BELLEMAIN, F. **Um estudo das dificuldades na articulação entre Formas Algébricas e Forma Geométrica da Equação Quadrática**. *In*: X ENEM, 2010.

SIQUEIRA, J. E. M. **Equações Quadráticas**. Dissertação de Mestrado (PPGMat). Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2009.

SOMMERVILLE, I. **Engenharia de Software**. SP: Pearson Education do Brasil, 2011.

TIBURCIO, R. **A Engenharia Didático-Informática**. Tese de Doutorado (PPGEduamatec). Recife: UFPE, 2020.

TIBURCIO, R. **Processo de Desenvolvimento de Software Educativo**. Dissertação de Mestrado (PPGEduamatec). Recife: UFPE, 2016.

TIBURCIO, R.; BELLEMAIN, F. Aperfeiçoamento da Engenharia Didático-Informática com Contribuições da Metodologia de Desenvolvimento do Software Modellus. **Perspect. Edu. Mat.**, v. 14, n. 35, p. 1-21, 2021.

Submetido em 29/12/2022.

Aprovado em 18/02/2023.