



## UMA REVISÃO DE ESTUDOS SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE RAZÃO E PROPORÇÃO

*A Review of Studies on the Teaching and Learning of Ratio and Proportion*

**Iales Oliveira Nascimento**

Mestrando em Formação de Professores e Práticas Pedagógicas  
Universidade do Estado do Pará– Pará – Brasil  
[iales.virtual@gmail.com](mailto:iales.virtual@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0003-1125-5191>

**Rosineide de Sousa Jucá**

Doutora em Educação em Ciências e Matemática  
Universidade do Estado do Pará– Pará – Brasil  
[rosejuca@gmail.com](mailto:rosejuca@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-1386-3388>

### Resumo

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado em andamento do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará e tem por objetivo apresentar uma revisão de estudos que tratam sobre o ensino e aprendizagem de razão e proporção na Educação Básica, com ênfase nos anos finais do Ensino Fundamental. O interesse pelo estudo se justifica em aprofundar uma investigação acerca do que tem sido produzido como propostas de ensino nesse tema com intenção de favorecer a aprendizagem e o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos estudantes. A pesquisa é do tipo bibliográfica e exploratória desenvolvida a partir de um levantamento de estudos no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes no período de 2012 a 2022. Até o momento, conseguimos revisar 24 estudos e os resultados apontaram que a utilização da regra de três ou do produto cruzado como estrutura predominante no ensino da proporcionalidade tem limitado o pensamento criativo e diferenciado dos alunos. Essa abordagem facilita a resolução de problemas específicos, como os de valor omissivo, porém impede um aprendizado mais significativo e qualitativo do raciocínio proporcional. Em contrapartida, os experimentos de ensino demonstraram melhorias no aprendizado dos alunos, pois eles passaram a dominar os conceitos de razão e proporção, reconhecendo situações proporcionais diretas e inversas.

**Palavras-Chave:** Educação Básica; proporcionalidade; razão; proporção; raciocínio proporcional.

## Abstract

This article is a section of an ongoing master's research from the Graduate Program in Education at the State University of Pará and aims to present a review of studies that deal with the teaching and learning of ratio and proportion in Basic Education, with emphasis on the final years of Elementary School. The interest in the study is justified in deepening an investigation about what has been produced as teaching proposals on this topic with the intention of favoring the learning and development of students' proportional reasoning. The research is of the bibliographic and exploratory type, developed from a survey of studies in the Capes Theses and Dissertations Catalog in the period from 2012 to 2022. So far, we have been able to review 24 studies and the results pointed out that the use of the rule of three or the cross product in teaching proportionality has limited students' creative and differentiated thinking. This approach facilitates the resolution of specific problems, such as those involving missing values, However, it hinders a more meaningful and qualitative understanding of proportional reasoning. In contrast, the teaching experiments demonstrated improvements in student learning, as they came to master the concepts of ratio and proportion, recognizing direct and inverse proportional situations.

**Keywords:** Basic Education; proportionality; ratio; proportion; proportional reasoning.

## INTRODUÇÃO

A proporcionalidade é um tema importante no ensino de matemática e em outras áreas de conhecimento, uma vez que é por meio desse entendimento que os alunos podem progredir em diferentes conteúdos, como álgebra e geometria. Segundo Maranhão e Machado (2011), esse conceito desempenha um papel essencial tanto na Matemática quanto em outras disciplinas escolares, como Física, Química e Biologia. Além disso, a proporcionalidade se manifesta em diversas situações do cotidiano, desde simples atividades como seguir uma receita culinária até questões mais complexas como planejar uma viagem de carro, fazer compras no supermercado ou interpretar escalas em mapas.

Nesse contexto, é importante compreender que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é essencial para que os alunos compreendam e apliquem efetivamente a proporcionalidade em situações matemáticas. Lamon (2012) destaca a importância do papel do ensino nesse processo, uma vez que a maioria dos adultos carece dessa habilidade, indicando que ela não é adquirida naturalmente. Além disso, o raciocínio proporcional envolve a compreensão de covariância e comparações múltiplas, conforme enfatizado por Lesh, Post e Behr (1988). A capacidade de fazer inferências e previsões é um indicador desse raciocínio, demonstrando sua relevância na resolução de problemas matemáticos.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma revisão de estudos que abordam o ensino e aprendizagem de razão e proporção na Educação Básica, com foco nos anos finais do Ensino Fundamental. Para atingir esse objetivo, exploramos a seguinte questão de pesquisa: Quais metodologias de ensino são utilizadas para abordar o conteúdo de razão e proporção, visando promover a aprendizagem e o desenvolvimento do raciocínio proporcional em estudantes do ensino fundamental anos finais e médio? É importante destacar que a temática da proporcionalidade na Educação Básica é vasta e complexa.

## **METODOLOGIA DE PESQUISA**

Este estudo é uma pesquisa bibliográfica, pois, de acordo com Severino (2007), envolve a análise de registros disponíveis resultantes de pesquisas anteriores, que foram registrados em documentos impressos, como livros, artigos, dissertações, teses, entre outros. Desse modo, as contribuições dos autores dos estudos analíticos presentes nos textos revisados são fontes exploratórias e de referência para a pesquisa em andamento sobre o tema.

Quanto aos critérios de inclusão e exclusão seguidos no caminho metodológico da pesquisa, adotou-se os seguintes critérios de inclusão: estudos em nível de Mestrado e Doutorado (dissertações e teses) escritos em Língua Portuguesa que estão disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes no período de 2012 a 2022. Além disso, esses estudos têm como foco os estudantes da Educação Básica, em especial aqueles dos anos finais do Ensino Fundamental, e o perfil da pesquisa é na modalidade de experimento de ensino de razão e proporção com alvo a promover aprendizagem e o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Dos critérios de exclusão seguidos, foram tomados estudos realizados que consideravam área diferente da experimentação de ensino de proporção em sala de aula, como, por exemplo, estudos teóricos de proporcionalidade que não contaram com aplicação em sala de aula como experimento de ensino aos alunos. Como descritor de pesquisa, adotamos os termos "Ensino de Razão e Proporção", "Proporcionalidade" e "Raciocínio Proporcional". Nessa busca, encontramos 24 estudos, sendo 23 dissertações e uma tese.

Ao analisar os estudos em nossa amostra, observamos que a região com maior concentração de trabalhos relativos ao tema da pesquisa foi a região Sudeste, com 12 estudos. Em seguida, a região Nordeste, que apresentou cinco estudos, a região Sul, com quatro estudos, e a região Norte, com apenas três estudos. É importante ressaltar que não foram encontrados estudos na região Centro-Oeste durante o período pesquisado.

## **ESTUDOS SOBRE O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL E PROPORCIONALIDADE**

A proporcionalidade é um pilar essencial na matemática, com relevância em diversas áreas e situações cotidianas. De acordo com Mora e Aymemí (1990), a proporcionalidade é um conceito que surge da observação do espaço real e de conceitos do dia a dia, como a troca de moedas, a alteração de escalas, a quantificação de misturas, a determinação de índices, entre outros. Inicialmente, esse conceito se manifesta de forma qualitativa, evoluindo posteriormente para uma expressão quantitativa. A linguagem cotidiana é o primeiro meio de expressão desse conceito, que posteriormente se traduz em linguagem gráfica ou outros meios de representação, como tabelas e expressões algébricas.

Em outras palavras, a proporcionalidade não se limita apenas a um conteúdo matemático; ela desempenha o papel de “formador” de estruturas cognitivas que facilitam a compreensão de outros conceitos matemáticos relevantes, tanto em questões numéricas quanto naquelas relacionadas a Medidas e Geometria (COSTA; ALLEVATO, 2015).

Além disso, outros conceitos importantes relacionados à proporcionalidade merecem destaque, como os conceitos de razão, proporção e raciocínio proporcional. Segundo o estudo de Van de Walle (2009), o conceito de razão é um número que relaciona duas quantidades ou medidas dentro de uma dada situação através de uma relação multiplicativa. Já o conceito de proporção é simplesmente uma declaração de igualdade entre duas relações, ou seja, entre duas variáveis (grandezas) proporcionais. Enquanto isso, o conceito de raciocínio proporcional "está relacionado com a inferência e a predição e envolve o pensamento qualitativo e quantitativo" (LESH, POST, BEHR, 1988, p.1).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), documento normativo no Brasil, estabelece as aprendizagens essenciais que todos os estudantes

devem adquirir ao longo das diferentes etapas e modalidades da Educação Básica, destaca a importância da proporcionalidade como um dos temas fundamentais na educação matemática, pois reconhece-o como conteúdo essencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos em diferentes níveis de ensino da Educação Básica.

A BNCC (Brasil, 2018), por meio de várias unidades temáticas, propõe a inclusão gradual do conteúdo de proporcionalidade ao longo da trajetória escolar, iniciando-se com noções básicas de comparação de grandezas e proporções simples e evoluindo para conceitos mais complexos, como razões, proporções, porcentagens e taxas de variação. A partir do 6º ano do Ensino fundamental, os alunos geralmente começam a explorar porcentagens e sua relação com proporções, com base nos princípios de proporcionalidade, e mais tarde são introduzidos aos conceitos de proporções diretas e inversas, ampliando sua compreensão sobre relações proporcionais em diferentes contextos matemáticos.

Além disso, a BNCC (Brasil, 2018), propõe que o ensino da proporcionalidade vá além do uso de fórmulas, regras e algoritmos, mas que favoreça e desperte a criatividade do aluno e estimule seu raciocínio proporcional. Quando os alunos dominam a proporcionalidade e suas habilidades relacionadas, conseguem estabelecer conexões entre diferentes operações matemáticas, aprimorar suas habilidades de resolução de problemas e expandir seus conhecimentos para outras áreas. Esse enfoque está em consonância com as pesquisas de Lesh, Post e Behr (1988), Langrall e Swarfford (2000) e Lamon (2012), que enfatizam a importância do desenvolvimento do raciocínio proporcional e a necessidade de uma abordagem ampla da proporcionalidade, que vá além do simples uso do produto cruzado ou da tradicional regra de três.

Lamon (2012), ressalta que as regras para resolver problemas com proporcionalidade frequentemente são encaradas como uma espécie de mantra memorizado, substituindo o raciocínio sobre quantidades e suas relações. No entanto, quando essas regras não são aplicáveis, as pessoas enfrentam dificuldades no raciocínio proporcional. Essa dificuldade, tanto em estudantes quanto em adultos, reflete o tratamento superficial dos números racionais na Educação Básica, em que há pouco espaço para desenvolver o raciocínio proporcional.

Por outro lado, o destaque dado ao raciocínio proporcional é justificado por sua utilidade e características essenciais na matemática. De acordo com a descrição de Lesh,

Post e Behr (1988), o raciocínio proporcional envolve a covariação, comparações múltiplas e pensamento qualitativo e quantitativo em diversas situações. A capacidade de fazer inferências e previsões é um indicador desse tipo de raciocínio matemático, pois possibilita uma maior autonomia na resolução de problemas por meio do pensamento lógico.

De acordo com Lamon (2012), o raciocínio proporcional é um dos melhores indicadores de que um aluno compreendeu os números racionais e os conceitos multiplicativos relacionados. Nesse sentido, Langrall e Swarfford (2000) afirmam que o raciocínio proporcional é uma das habilidades mais importantes a serem desenvolvidas durante os anos intermediários, pois fornece uma base para o conhecimento matemático nas primeiras etapas da educação básica.

No entanto, Langrall e Swarfford (2000) advertem que alunos com dificuldades no raciocínio proporcional provavelmente enfrentarão desafios na compreensão de áreas matemáticas mais avançadas, especialmente na álgebra. Portanto, é fundamental abordar a proporcionalidade desde cedo na educação dos alunos, oferecendo oportunidades para o desenvolvimento de seu raciocínio matemático por meio da álgebra e estabelecendo conexões com outras disciplinas matemáticas, como Geometria e Probabilidade.

De forma geral, esses autores apontam para a importância do desenvolvimento do raciocínio proporcional e incluir o ensino da proporcionalidade no âmbito da Educação Básica, uma vez que tais fatores contribuirão para que os alunos compreendam melhor os diferentes conteúdos de matemática.

## **REVISÃO DE ESTUDOS SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE RAZÃO E PROPORÇÃO**

Conduzimos um levantamento de estudos que foram desenvolvidos ao longo de dez anos compreendidos no período de 2012 a 2022, obedecendo a ordem cronológica, do mais antigo para o mais recente, com o intuito de mapear as diversas metodologias de ensino empregadas no ensino e aprendizagem de razão e proporção, buscando compreender como elas têm contribuído para o desenvolvimento do raciocínio proporcional na Educação Básica.

Optamos por explorar o Banco de Dissertações e Teses da CAPES utilizando os termos "Ensino de Razão e Proporção", "Proporcionalidade" e "Raciocínio Proporcional" como base para nossa pesquisa. Nessa busca, encontramos 24 estudos, sendo 23 dissertações e uma tese, que pode ser visto no Quadro 1. Estas pesquisas abrangem diferentes níveis de ensino, como o Ensino Fundamental, a Educação de Jovens e Adultos (EJA) e o Ensino Médio, e contemplam uma variedade de faixas etárias.

**Quadro 1 – Mapeamento de Teses e Dissertações referente ao período de 2012 a 2022.**

<b>Tipo</b>	<b>Ano</b>	<b>Autor</b>	<b>Título</b>	<b>Alvo da pesquisa</b>	<b>Programa/Instituição</b>
Dissertação	2012	PAULA, Marília Rios de	Razão como Taxa: uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática	9º Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional em Educação Matemática - Universidade Federal de Juiz de Fora /MG
Dissertação	2012	MACEDO, Eduardo Lopes de	Proporcionalidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA	3º Ano Ensino Médio da EJA	Mestrado em Educação - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/SP
Dissertação	2012	POGGIO, Ana Maria Pereira Pinto	Um diagnóstico sobre o conceito de Proporcionalidade de alunos do ensino médio na perspectiva dos três mundos da matemática	3º Ano Ensino Médio	Mestrado em Educação Matemática - Universidade Bandeirante de São Paulo/SP
Dissertação	2013	SOUZA, Alexandre Ramon	Razão áurea e aplicações: contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental	9º Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional em Educação Matemática. - Universidade Federal de Ouro Preto/MG
Dissertação	2013	SILVA, Regina Lucia da	Conhecimentos prévios revelados por estudantes de sexto e sétimo anos do ensino fundamental relativos à proporcionalidade	6º e 7º Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional no Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/SP
Dissertação	2013	FERREIRA, Cleonilson dos Reis	Conceito de Proporcionalidade: uma proposta para o processo ensino-aprendizagem do 7º ano do ensino fundamental	7º Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional em Matemática - Universidade Federal do Maranhão/MA

Dissertação	2015	PORTO, Edna Rodrigues Santos	Raciocínio proporcional: a resolução de problemas por estudantes da EJA	8° e 9° Ano da EJA Ensino Fundamental	Mestrado em Psicologia Cognitiva - Universidade Federal de Pernambuco/PE
Dissertação	2016	LEÃO, Hugo Silva	O uso do Geogebra na aprendizagem de proporcionalidade	2° Ano do Ensino Médio/Técnico	Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Federal de Alagoas/AL
Dissertação	2016	DIAS, Ana Carla Amâncio Machado	Avaliação de um objeto de aprendizagem para a compreensão do conceito de proporcionalidade por estudantes do 6°. Ano do ensino fundamental	6° Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional – Universidade Estadual do Ceará/CE
Dissertação	2016	DUTRA, Márcio Jacinto Vasconcellos	O ensino de razão e proporção no ensino fundamental usando experimentos de movimento retilíneo uniforme	7° Ano Ensino Fundamental	Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física -Universidade Federal Fluminense/RJ
Dissertação	2016	MIRANDA, Juliene Azevedo	Desenvolvimento do raciocínio proporcional: uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental	6° Ano Ensino Fundamental	Mestrado profissional) - Universidade Federal de Uberlândia/MG
Dissertação	2016	LEITE, Anna Barbara Barros	Resolução de problemas de proporção dupla e múltipla: um olhar para as situações que envolvem grandezas diretamente proporcionais	7°. 8° e 9° Ano Ensino Fundamental	Mestrado em Psicologia Cognitiva - Universidade Federal de Pernambuco/PE
Dissertação	2017	AGUIAR, Mariana Braun	Introduzindo a noção de proporcionalidade via resolução de problemas: uma análise acerca de esquemas mobilizados por estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental	7° Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional - Universidade Federal do Rio Grande do Sul/RS
Dissertação	2017	FERREIRA, Márcio José	O potencial dos grupos interativos para o ensino de proporcionalidade: um estudo de caso com alunos do 8° ano do Ensino Fundamental	8° Ano Ensino Fundamental	Mestrado em Ensino de Ciências Exatas - Universidade Federal de São Carlos/SP
Dissertação	2017	JACONIANO, Emanuel Arcaño	Resolução de problemas de proporcionalidade através da redução à unidade	1° Ano Ensino Médio	Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro/RJ

Dissertação	2017	BITENCOURT, Rosely Rodrigues Rego	Aplicações do conceito de proporcionalidade a partir da engenharia didática	2º Ano Ensino Médio	Mestrado Profissional em Matemática - Universidade Federal do Amapá/AP
Dissertação	2018	JÚNIOR, José Maria dos Santos Lobato	O ensino de razão e proporção por meio de atividades	7º Ano Ensino Fundamental	Mestrado em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará/PA
Dissertação	2018	TOBIAS, Petrina Rubria Nogueira Avelar	Sala de aula invertida na educação matemática: uma experiência com alunos do 9º ano no ensino de proporcionalidade	9º Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Minas Gerais/MG
Dissertação	2018	BATISTA, Jakelline de Aquino	O ensino de razão e proporção por meio de atividades	7º Ano Ensino Fundamental	Mestrado em Educação – Universidade do Estado do Pará/PA
Dissertação	2019	MATULLE, Luciano	O raciocínio de proporcionalidade sob a luz da resolução de problemas com estudantes do 7º ano do ensino fundamental	7º Ano Ensino Fundamental	Mestrado de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Estadual do Centro-Oeste/PR
Dissertação	2020	VARGAS, Cássio Lima	A resolução de problemas como metodologia de ensino de razão e proporção	7º Ano Ensino Fundamental	Mestrado em Matemática - Universidade Estadual do Rio de Janeiro/RJ
Tese	2021	RIBEIRO, Mariana da Silva Nogueira	Percurso de estudo e pesquisa: uma proposta para aprender proporcionalidade no ensino fundamental	7º Ano Ensino Fundamental	Doutorado em Educação Matemática - Universidade Anhanguera de São Paulo/SP
Dissertação	2022	REIS, Camila dos	Matemática e Educação Ambiental no Ensino Fundamental: a construção de cisternas e as relações de proporcionalidade	9º Ano Ensino Fundamental	Dissertação -Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) Universidade Federal de Santa Maria/RS
Dissertação	2022	SILVA, Matheus Feliciano da	Razão, proporção e resolução de problemas: uma proposta para o ensino fundamental	7º Ano Ensino Fundamental	Mestrado Profissional em Matemática - Universidade Estadual de Londrina/PR

Fonte: Dados organizados pelos autores (2023), conforme o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES.

O quadro 1 proporciona um panorama detalhado dos estudos acadêmicos em nível de Mestrado e Doutorado relacionados ao ensino e aprendizagem de razão e proporção no período de 2012 a 2022. A seguir apresentamos uma breve descrição de cada um desses estudos com intuito de conhecer o que já foi produzido ao longo desses dez anos.

A seguir, apresentamos uma breve descrição de cada um desses estudos e exploramos as semelhanças e diferenças existentes entre eles acerca do que tem sido produzido no ensino e aprendizagem de razão e proporção no período pesquisado.

### **Apresentaremos uma discussão com base nas pesquisas mapeadas**

O estudo realizado por Paula (2012) investigou o conhecimento de alunos do 9º ano sobre razão, como taxa e suas operações, visando desenvolver o raciocínio proporcional. A pesquisa qualitativa, feita em uma escola de Resende/RJ, consistiu em criar e aplicar tarefas que envolviam situações do cotidiano sobre o tema a dois alunos. Os resultados do estudo apontaram que os alunos tiveram dificuldades na compreensão do termo "razão" e enfrentaram desafios ao lidar com problemas envolvendo frações, razões e proporções. Isto mostrou falta de significados nas produções realizadas por eles, bem como a ausência do pensamento proporcional em suas falas. No entanto, a partir da perspectiva do modelo dos campos semânticos (MCS) adotada pelo professor em sala, os alunos passaram a se sentir legitimados ao dialogar com o professor sobre suas produções de significado, dessa forma, gerou compartilhamento e aprendizagem das ideias do conteúdo de proporção entre alunos.

Macedo (2012) realizou uma pesquisa experimental com alunos do 3º ano do EJA em uma escola pública de São Paulo/SP, dividida em duas etapas: diagnóstico e intervenção. O objetivo foi ensinar proporção simples usando uma sequência de ensino adaptada ao conhecimento prévio dos alunos. No diagnóstico, aplicou-se um pré-teste com 12 questões sobre proporção simples, além de entrevistas para entender as estratégias e dificuldades dos alunos. Durante a intervenção, o grupo experimental recebeu uma sequência de ensino diferenciada, composta por seis tarefas práticas que exploravam conceitos de razão e proporção, baseadas em situações do cotidiano dos alunos, enquanto o grupo controle seguiu em um ensino tradicional de proporção. Embora ambos os grupos tenham enfrentado dificuldades no pré-teste, o grupo experimental demonstrou melhor desempenho durante a intervenção. Por fim, no pós-teste, concluiu-se que a sequência de ensino de proporção simples, demonstrou potencialidade com base nos conhecimentos prévios dos estudantes do 3º ano do EJA.

Poggio (2012) fez uma pesquisa exploratória com 40 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo/SP, com objetivo de investigar o conhecimento deles sobre proporcionalidade direta e inversa. Ele usou um questionário baseado na teoria dos Três Mundos da Matemática, de Tall (2004), que classifica três formas de pensar matematicamente: o mundo corporificado, o mundo simbólico e o mundo visual. Ele analisou as definições, as imagens e as estratégias dos alunos para resolver questões que envolviam esses conceitos. A pesquisa mostrou que eles não tinham o pensamento proporcional, pois se limitavam ao mundo corporificado e se confundiam com a proporcionalidade inversa. Com a intervenção, os alunos conseguiram compreender as relações proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas.

Souza (2013) realizou um estudo qualitativo e exploratório com 40 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Belo Horizonte/MG, com objetivo de investigar o impacto da razão áurea e suas aplicações no aprendizado de proporção. Os alunos participaram de 24 horas/aula de atividades, nas quais o autor aplicou um teste inicial, observou e gravou as atividades dos alunos sobre a razão áurea, coletou os relatórios escritos dos alunos, aplicou um teste final e um relatório final dos alunos. O estudo mostrou que os estudantes aprenderam e usaram a razão áurea corretamente, resolvendo problemas de proporção com sucesso.

Silva (2013) conduziu um estudo em uma escola pública em Santo André/SP, com objetivo de avaliar o conhecimento de alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental sobre proporcionalidade. Utilizando uma abordagem qualitativa de estudo de caso, dois alunos foram selecionados: um do 6º ano, sem conhecimento prévio sobre razão e proporção, e outro do 7º ano, que já havia estudado o tema. Ao longo de dez sessões de trabalho, resolveram 10 atividades relacionadas à proporcionalidade. Os resultados indicaram que os alunos tinham habilidades em organização, análise e resumo de informações, além de competências em linguagem e numeração. No entanto, enfrentaram desafios ao aplicar conceitos matemáticos, especialmente em questões relacionadas à divisão e grandezas. Embora tenham conseguido resolver a maioria dos problemas de proporcionalidade usando as operações básicas, encontraram dificuldades em aspectos mais avançados da Matemática.

Ferreira (2013) realizou uma pesquisa sobre o ensino de grandezas proporcionais e não proporcionais com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública em

Imperatriz, MA. O autor pretendia fazer a pesquisa com alunos do 7º e 8º ano do Ensino Fundamental, mas não teve tempo suficiente. Ele defende que esse conteúdo pode ser ensinado desde o 7º ano até o 3º ano do Ensino Médio. A pesquisa usou métodos exploratórios e uma avaliação prévia com dez questões contextualizadas sobre o tema. A sequência didática, com seis atividades, usou o *software* Geogebra para trabalhar o conceito de proporcionalidade. O resultado da pesquisa mostrou que os alunos tinham um baixo conhecimento sobre o conteúdo antes da sequência didática, mas melhoraram significativamente depois dela.

Porto (2015) conduziu uma pesquisa com o objetivo de investigar o raciocínio proporcional dos estudantes da Educação da EJA em uma escola pública em Petrolina/PE. A autora aplicou 18 questões, fundamentadas nos sete tipos de situações propostas por Lesh, Post e Behr (1988). As questões abordaram diversas situações proporcionais. Os alunos foram avaliados em sua capacidade de resolver questões de comparação e transformação, particularmente relacionadas à relação preço-quantidade de um produto. O estudo evidenciou que os alunos apresentaram sucesso na resolução dessas questões específicas. Entretanto, enfrentaram dificuldades nas questões que envolviam o uso de unidades de medida, números e conversões entre diferentes formas de representar proporções, como fração, decimal e porcentagem. As estratégias utilizadas pelos alunos, como o valor unitário, foram analisadas, e o estudo destacou a necessidade de aprimorar o ensino da proporcionalidade na EJA, oferecendo suporte adicional e estratégias diversificadas para melhorar o desempenho dos alunos nessa área específica da matemática.

O estudo de Leão (2016) teve como objetivo investigar o impacto do *software* Geogebra no aprendizado de proporcionalidade de alunos do 2º ano do Ensino Médio/Técnico em uma escola de Maceió/AL. Utilizando abordagem qualitativa, o estudo incluiu questionários, pré-teste, aulas expositivas, uma oficina com Geogebra e pós-teste. Os resultados revelaram que os alunos tendiam a utilizar apenas a “regra de três”, encontrando dificuldades em problemas de proporcionalidade inversa. O Geogebra auxiliou na superação dessas dificuldades, permitindo a visualização e manipulação das grandezas envolvidas, tornando as aulas mais dinâmicas e significativas, o que favoreceu um maior aprendizado na solução e interpretação de problemas de proporcionalidade.

O estudo de Dias (2016) teve como objetivo investigar o efeito do *software* “Equilibrando Proporções” no ensino de proporcionalidade para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em Fortaleza/CE. O autor usou a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) como referencial teórico. A pesquisa consistiu em uma avaliação diagnóstica, uma intervenção com o *software* e uma avaliação pós-intervenção. Os resultados apontaram uma evolução na compreensão dos alunos sobre proporcionalidade, bem como um aumento do interesse e da motivação na resolução de problemas de proporção. O estudo também mostrou que o *software* auxiliou os alunos a superarem as dificuldades iniciais e a aprimorarem o domínio e o aprendizado dos conceitos de proporcionalidade.

O estudo realizado por Dutra (2016) teve como objetivo aprofundar a compreensão dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação aos conceitos de razão e proporção, aplicados especificamente na área da Física, com foco no conceito de velocidade. A pesquisa foi conduzida por meio de uma abordagem de pesquisa-ação em uma escola localizada no Rio de Janeiro/RJ. Os resultados demonstraram que os alunos conseguiram compreender e aplicar os conceitos de razão e proporção em questões de movimento uniforme, o que indica a eficácia da abordagem utilizada.

O estudo de Miranda (2016) propôs uma sequência didática com o objetivo de desenvolver o raciocínio proporcional nos alunos do 6º ano, usando a Engenharia Didática e a Teoria dos Campos Conceituais. A pesquisa foi feita em uma escola em Ituiutaba/MG e envolveu seis etapas de atividades com problemas de comparação e valor omissos. Os resultados indicaram que os alunos evoluíram de estratégias aditivas para multiplicativas, reconhecendo grandezas proporcionais e usando a covariação para explicar suas soluções.

O estudo realizado por Leite (2016) teve como objetivo analisar o desempenho e as estratégias de estudantes do Ensino Fundamental II em problemas de proporção, tanto em situações computacionais quanto não computacionais, em uma escola pública em Recife/PE. Realizado com dois experimentos, que envolviam problemas computacionais e outro não. O resultado da pesquisa mostrou um aumento nas estratégias utilizadas pelos alunos, porém dificuldades na explicação verbal dos raciocínios sem registros escritos. O desempenho não variou entre os anos escolares, indicando compreensão baseada em

cálculos e algoritmos escritos, atribuído pela autora aos métodos de ensino que priorizam memorização em detrimento do entendimento conceitual.

O estudo de Aguiar (2017) em uma escola municipal de Canoas/RS, teve como objetivo investigar como estudantes do sétimo ano resolvem problemas de razão e proporção antes de estudarem formalmente o tema. Durante quatro encontros, os alunos resolveram problemas em grupos, utilizando estratégias que não envolviam explicitamente frações. Tanto os raciocínios aditivos quanto os multiplicativos mostraram-se eficazes na resolução dos problemas, indicando que o conhecimento prévio de números fracionários não é imprescindível. O estudo destaca a importância de explorar os conhecimentos prévios dos alunos antes de introduzir formalmente a proporcionalidade, incentivando o uso de diversas estratégias, além da tradicional regra de três.

O estudo de Ferreira (2017) teve como objetivo investigar o uso de Grupos Interativos para ensinar proporcionalidade a uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em Cajamar/SP. Após um teste diagnóstico, os alunos participaram de atividades em grupos interativos, seguindo a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da resolução de problemas propostos por Allevato e Onuchic (2014). Os resultados mostraram que os grupos interativos foram eficazes na aprendizagem da proporcionalidade, mas muitos alunos tiveram dificuldades em aplicar o raciocínio matemático apropriado, preferindo o aditivo ao multiplicativo. Embora os alunos tivessem uma noção intuitiva de proporcionalidade, careciam de uma compreensão mais profunda e sistemática do conceito, destacando a importância de desenvolver gradualmente essa competência.

O estudo de Jaconiano (2017) visou abordar a proporcionalidade através da resolução de problemas matemáticos, utilizando o método de redução à unidade baseado nas teorias de Polya (2006). A pesquisa foi conduzida em uma turma do 1º ano do ensino médio no Rio de Janeiro/RJ, na qual o autor analisou livros didáticos e aplicou questões do ENEM para avaliar a compreensão dos alunos. Os resultados revelaram um baixo desempenho dos alunos na resolução de problemas de proporcionalidade e uma abordagem inadequada do tema em alguns livros didáticos. Como sugestão, o autor propôs o uso do método de redução à unidade para aprimorar o ensino da proporcionalidade e estimular uma reflexão sobre o processo de aprendizagem.

Bitencourt (2017) conduziu uma pesquisa com estudantes do 2º ano do Ensino Médio em Macapá/AP, utilizando uma abordagem educacional baseada na Engenharia Didática com objetivo de abordar o conceito de proporcionalidade. O autor começou aplicando um teste inicial para entender as dificuldades e o nível de compreensão dos alunos sobre proporcionalidade. Em seguida, foram realizadas cinco atividades práticas que estimulavam o pensamento proporcional. Os resultados revelaram que os alunos foram capazes de construir e assimilar o conhecimento sobre proporcionalidade, criando suas próprias estratégias e superando as deficiências no processo de aprendizagem.

Júnior (2018) realizou uma pesquisa com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Barcarena/PA, usando a Engenharia Didática com objetivo de ensinar razão e proporção. Durante o processo de pesquisa, foram realizados doze encontros em sala de aula, nos quais o autor aplicou questionários, testes e uma oficina de nivelamento antes e depois da sequência didática, que continha 22 questões sobre o tema. Os resultados mostraram que a sequência didática melhorou a aprendizagem dos alunos, que entenderam a proporcionalidade e relacionaram grandezas proporcionais.

Tobias (2018) realizou uma pesquisa com alunos do 9º ano em Belo Horizonte/MG, usando a Sala de Aula Invertida, com objetivo de ensinar proporcionalidade. A autora usou uma abordagem qualitativa e dividiu o processo em dois momentos: videoaulas e exercícios. Os resultados mostraram que os alunos reconheceram estruturas multiplicativas e usaram várias estratégias de resolução, como redução à unidade, covariância e invariância. Alguns alunos também mostraram influência do princípio aditivo. A autora concluiu que a experiência da Sala de Aula Invertida foi positiva, uma vez que os alunos se concentraram e se envolveram com o conteúdo, demonstrando compreensão do conceito de proporcionalidade e utilizando diversas estratégias, além das abordagens tradicionais baseadas em algoritmos.

Batista (2018) conduziu uma pesquisa com estudantes do 7º ano em Belém/PA, com objetivo de utilizar uma sequência didática baseado em atividades para abordar os conceitos de razão e proporção. A pesquisadora empregou a Engenharia Didática e apresentou aos alunos 13 questões de situações-problema. O pré-teste revelou que os alunos não possuíam conhecimento prévio sobre razão e proporção. No entanto, após a implementação da sequência didática, os alunos foram submetidos a um pós-teste que demonstrou uma melhora significativa no aprendizado. Eles conseguiram compreender

os conceitos e aplicá-los em diferentes situações proporcionais. Como resultado, a autora concluiu que a sequência didática foi eficaz em auxiliar os alunos na aprendizagem desse conteúdo.

A pesquisa realizada por Matulle (2019) teve como objetivo investigar como a resolução de problemas pode ajudar os alunos do 7º ano a desenvolverem o raciocínio proporcional em matemática. O estudo foi realizado em uma escola pública em Pinhão/PR, usando a pesquisa-ação como metodologia. Os alunos participaram de sete encontros, os quais resolveram problemas de proporcionalidade com diferentes estratégias, baseadas na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação proposta por Allevato e Onuchic (2014). O estudo mostrou que a resolução de problemas contribuiu para o raciocínio proporcional dos alunos, superando dificuldades, estimulando a colaboração, diversificando as estratégias e compreendendo os processos cognitivos. Nessa seara, o trabalho destacou a relevância da resolução de problemas para o ensino de matemática no Ensino Fundamental.

O estudo realizado por Vargas (2020) teve como objetivo investigar o impacto da metodologia de ensino baseada na resolução de problemas no aprendizado de razão e proporção em alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública em Alegre/ES. A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa exploratória. Durante o experimento de ensino, o conteúdo foi apresentado utilizando a metodologia de resolução de problemas proposta por Allevato e Onuchic (2014), seguindo as fases definidas por Polya (2006). Os resultados mostraram que o experimento foi bem-sucedido, envolvendo e motivando os alunos no aprendizado de razão e proporção. Embora alguns alunos tenham enfrentado dificuldades com operações matemáticas, a abordagem metodológica contribuiu para melhorar o raciocínio proporcional e a compreensão dos conceitos. No geral, os alunos responderam positivamente às aulas ministradas durante o experimento de ensino.

O estudo realizado por Ribeiro (2021) teve como objetivo investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, por meio de atividades elaboradas e propostas em um Percorso de Estudo e Pesquisa. Realizado em uma escola privada em Londrina/PR, utilizando uma abordagem qualitativa exploratória, o autor desenvolveu atividades distribuídas em dez encontros, abordando a resolução de problemas de proporção relacionados ao cotidiano

dos alunos. Os resultados indicaram que os alunos que participaram do percurso de estudo e pesquisa demonstraram evolução em seus conhecimentos, integrando prática e teoria ao responder os questionamentos gerados pelas atividades. Assim, confirmou-se que o percurso de estudo e pesquisa contribuiu positivamente para a aprendizagem dos alunos sobre o tema da proporcionalidade.

O estudo realizado por Reis (2022) teve como objetivo avaliar as contribuições no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de proporcionalidade para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola em Porto Alegre/RS. Utilizando uma abordagem qualitativa exploratória, a pesquisa constatou um aumento significativo no uso das propriedades de grandezas proporcionais pelos alunos após a intervenção proposta. Embora ainda enfrentem dificuldades em descrever corretamente a relação entre as grandezas, os resultados destacam a importância de estratégias de ensino adequadas para desenvolver o raciocínio proporcional dos alunos e promover a compreensão da proporcionalidade.

O estudo realizado por Silva (2022) propôs uma metodologia ativa de ensino de proporção, baseada na coleção de problemas de razão e proporção de grandezas elaborada por Allevato e Onuchic (2014). O objetivo foi avaliar como essa metodologia estimulou o aprendizado ativo de alunos do 7º ano. Os problemas envolviam situações do cotidiano dos alunos. Os resultados mostraram que a resolução de problemas favoreceu a construção e a aplicação de conhecimentos matemáticos, o interesse, a colaboração e as habilidades dos alunos. Porém, houve dificuldades no entendimento das relações proporcionais, com alguns alunos recorrendo à regra de três sem uma justificativa clara e cometendo erros de cálculo. O estudo destacou o papel do professor e a interação entre os alunos. A pesquisa sugeriu ainda que essa metodologia pode ser eficaz para o ensino de matemática, considerando os aspectos cognitivos, afetivos e sociais dos alunos.

Os estudos mencionados anteriormente indicaram que a maioria foi realizada com alunos do 7º ano do ensino fundamental. Isso pode ser porque a proporcionalidade é introduzida nesse ano, conforme a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018). Alguns estudos foram realizados com alunos do 9º ano, possivelmente com o objetivo de avaliar o entendimento desses alunos, que estão no último ano do ensino fundamental, sobre o conceito de proporção e sua habilidade para resolver problemas proporcionais em diversos contextos.

Dos dois estudos conduzidos na Educação de Jovens e Adultos (EJA), um foi realizado com uma turma do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental e o outro com uma turma do 3º ano do Ensino Médio. Quanto aos cinco estudos conduzidos no Ensino Médio regular, um foi com uma turma do 1º ano, dois com turmas do 2º ano e dois com turmas do 3º ano. Em ambos os contextos, EJA e Ensino Médio regular, os objetivos dos pesquisadores eram avaliar a habilidade dos alunos em entender e aplicar os conceitos de razão e proporção, observando suas estratégias de resolução de problemas para detectar a presença de raciocínio proporcional.

## ANÁLISES DOS RESULTADOS

Os estudos analisados sobre o tema da proporcionalidade em matemática revelaram diversas abordagens metodológicas adotadas para aprimorar a compreensão dos alunos. Entre as estratégias mais destacadas, encontra-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da resolução de problemas, enfatizando a importância de resolver problemas como forma de desenvolver o raciocínio proporcional, conforme evidenciado pelos estudos de Ferreira (2017), Matulle (2019), Vargas (2020), Silva (2022) e Jaconiano (2017). Além disso, a Sequência Didática foi amplamente explorada nas pesquisas conduzidas por Macedo (2012), Silva (2013), Ferreira (2013), Miranda (2016) e Batista (2018), demonstrando resultados positivos na promoção de uma aprendizagem significativa da proporcionalidade, especialmente ao considerar os conhecimentos prévios dos alunos.

De forma geral, os estudos indicaram que as metodologias que enfatizaram a resolução de problemas e a reflexão conceitual foram mais eficazes na promoção de um aprendizado com significado do conteúdo de proporcionalidade. Alunos que participaram de sequências de ensino baseadas em seus conhecimentos prévios, conforme observado por Macedo (2012), mostraram uma melhor compreensão dos conceitos de razão e proporção.

Outro aspecto relevante revelado pelas pesquisas foi a importância do uso do *software* Geogebra como recurso de apoio no ensino da proporcionalidade. Ferreira (2013) e Leão (2016) demonstraram que a incorporação de ferramentas tecnológicas nas atividades matemáticas promoveu maior motivação dos alunos e diversificação de estratégias para resolver problemas proporcionais. A abordagem da sala de aula invertida,

como destacado por Tobias (2018), também se mostrou eficaz nesse sentido, proporcionando um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e interativo.

Apesar dos avanços obtidos pelas metodologias analisadas, os estudos apontaram alguns desafios enfrentados pelos alunos na compreensão do conteúdo de proporcionalidade. Dificuldades em estabelecer relações entre grandezas proporcionais e a preferência pelo raciocínio aditivo em detrimento do multiplicativo foram algumas das questões identificadas por Ferreira (2017). A falta de uma base conceitual rica e diversificada da proporcionalidade direta e inversa também foi apontada por Poggio (2012) como um fator que dificulta o desenvolvimento do pensamento proporcional dos estudantes.

No geral, os resultados das investigações evidenciaram uma notável melhoria na aprendizagem dos alunos após a aplicação dos experimentos de ensino. A maioria demonstrou domínio dos conceitos de razão e proporção, identificou situações de proporção direta e inversa e utilizou operações multiplicativas em suas resoluções. Esses resultados sugerem que as metodologias experimentais de ensino utilizadas foram eficazes em promover avanços significativos na compreensão da proporcionalidade por parte dos alunos em sala de aula. Além disso, observou-se que os próprios alunos adotaram uma postura reflexiva ao explorar os conceitos de razão e proporção em situações proporcionais, sendo capazes de fazer inferências e previsões, conforme destacado por Lesh, Post e Behr (1988). Essa capacidade reflexiva reflete um desenvolvimento substancial do raciocínio proporcional, uma vez que os alunos não se limitaram a aplicar fórmulas ou procedimentos padronizados, mas buscaram compreender e resolver os problemas de forma abrangente.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho teve a intenção de responder à questão de pesquisa: Quais metodologias de ensino são utilizadas para abordar o conteúdo de razão e proporção, visando promover a aprendizagem e o desenvolvimento do raciocínio proporcional em estudantes do ensino fundamental anos finais e médio? Desse modo, de acordo com os estudos revisados entre o período de 2012 a 2022, várias estratégias metodológicas de ensino já foram utilizadas na Educação Básica de forma experimental como enfrentamento dos desafios de ensinar razão e proporção, tais como: metodologia de

ensino-aprendizagem-avaliação por meio da resolução de problemas, sequência didática, uso do *software* Geogebra e sala de aula invertida.

As estratégias metodológicas de ensino apresentadas nas pesquisas foram desenvolvidas com o propósito de superar os desafios encontrados no ensino-aprendizagem do conteúdo de proporcionalidade. Os desafios de ensinar razão e proporção abrangem desde a falta de compreensão de conceitos essenciais para a construção da ideia de razão e proporção até dificuldades na leitura e interpretação dos enunciados dos problemas, além de questões operatórias no campo multiplicativo durante a resolução de problemas matemáticos.

As estratégias metodológicas de ensino que se destacaram com resultado satisfatório foram a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas e a sequência didática. As pesquisas que utilizaram a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas demonstraram que essa abordagem estimulou o pensamento proporcional dos alunos, permitindo que compreendessem e aplicassem os conceitos em situações do cotidiano. Já a sequência didática, ao ser baseada nos conhecimentos prévios dos estudantes, promoveu uma aprendizagem com significado da proporcionalidade, fornecendo uma base sólida para o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Essas estratégias metodológicas no ensino da matemática se mostraram eficazes ao proporcionar uma aprendizagem com compreensão dos conceitos de proporcionalidade, incentivando a reflexão conceitual e permitindo que os alunos desenvolvessem habilidades sólidas que favorecem o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Logo, os resultados das investigações sobre o ensino de proporcionalidade na Educação Básica contribuíram positivamente para a nossa formação, pois nos forneceram uma visão ampla das estratégias metodológicas utilizadas para enfrentar os desafios desse tema no contexto educacional. Por intermédio dessas pesquisas, compreendemos a importância da resolução de problemas e da reflexão conceitual como estratégias bem-sucedidas para promover uma aprendizagem com significado e profundada da proporcionalidade.

Espera-se que essa revisão sirva para desencadear novas pesquisas sobre o tema de proporcionalidade, visto que verificamos nos estudos revisados que ainda existem lacunas que precisam ser investigadas. Desse modo, apontamos caminhos para novas

pesquisas, como, por exemplo, aprofundar sobre as dificuldades dos alunos em estabelecer relações proporcionais e a preferência pelo raciocínio aditivo em vez do multiplicativo; bem como sugerir novas pesquisas sobre o estágio em que os alunos adquirem a capacidade de fazer inferências e previsões por meio da resolução de problemas de proporção, no intuito de investigar a respeito dos estágios de domínio que caracterizam o raciocínio proporcional na prática dos alunos quando se faz uso. Essas pesquisas futuras contribuirão para uma educação matemática mais eficaz e para o aprimoramento das práticas de ensino, visando o sucesso dos estudantes.

## REFERÊNCIAS

AGUIAR, M. B. **Introduzindo a noção de proporcionalidade via resolução de problemas**: uma análise acerca de esquemas mobilizados por estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, 2017.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R. *et al.* (Orgs). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí-SP: Paco Editorial. 2014. p. 37-57.

BATISTA, J. D. A. **O ensino de razão e proporção por meio de atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém-PA, 2018.

BITENCOURT, R. R. R. **Aplicações do conceito de proporcionalidade a partir da engenharia didática**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade Federal do Amapá, Macapá-AP, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, Brasília, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>>. Acesso em: 25 jun. 2022.

DIAS, A. C. A. M. **Avaliação de um objeto de aprendizagem para a compreensão do conceito de proporcionalidade por estudantes do 6º. Ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza-CE, 2016.

DUTRA, M. J. V. **O ensino de razão e proporção no ensino fundamental usando experimentos de movimento retilíneo uniforme**. Dissertação (Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física) -Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda-RJ, 2016.

COSTA, M. D. S.; ALLEVATO, N. S. G. Proporcionalidade: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **EM TEIA-Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 1, p. 1-26, 2015.

FERREIRA, C. D. R. **Conceito de proporcionalidade**: uma proposta para o processo ensino-aprendizagem do 7º ano do ensino fundamental. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade Federal do Maranhão, Imperatriz-MA, 2013.

FERREIRA, M. J. **O potencial dos grupos interativos para o ensino de proporcionalidade**: um estudo de caso com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba-SP, 2017.

MORA, M. L. F.; AYMEMÍ, J. M. F. **Proporcionalidad directa: la forma y el número**. Madrid: Editorial Síntesis, 1990.

JACONIANO, E. A. **Resolução de problemas de proporcionalidade através da redução à unidade**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ, 2017.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3. ed. New York: Routledge, 2012.

LANGRALL, C. W.; SWAFFORD, J. Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. **Mathematics teaching in the middle school**, v. 6, n. 4, p. 254-261, 2000.

LEÃO, H. S. **O uso do geogebra na aprendizagem de proporcionalidade**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió-AL, 2016.

LEITE, A. B. B. **Resolução de problemas de proporção dupla e múltipla**: um olhar para as situações que envolvem grandezas diretamente proporcionais. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, 2016.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. *In*: HIEBERT, J.; BEHR, M. (Org.). **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston, A: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988. p. 93–118.

JÚNIOR, J. M. D. S. L. **O ensino de razão e proporção por meio de atividades**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém-PA, 2018.

MACEDO, E. L. D. **Proporcionalidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais:** uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo-SP, 2012.

MARANHÃO, C.; MACHADO, S. D. Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional. **Educar em Revista**, Curitiba, n. Especial 1/2011, p. 141-156, 2011.

MATULLE, L. **O raciocínio de proporcionalidade sob a luz da resolução de problemas com estudantes do 7º ano do ensino fundamental.** Dissertação (mestrado de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava-PR, 2019.

MIRANDA, J. A. **Desenvolvimento do raciocínio proporcional:** uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG, 2016.

PAULA, M. R. D. **Razão como taxa:** Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, 2012.

POGGIO, A. M. P. P. **Um diagnóstico sobre o conceito de proporcionalidade de alunos do ensino médio na perspectiva dos três mundos da matemática.** Dissertação – (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo-SP, 2012.

POLYA, G. **A arte de resolver Problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro-RJ: Interciência, 2006.

PORTO, E. R. S. **Raciocínio proporcional:** a resolução de problemas por estudantes da EJA. Dissertação (mestrado em Psicologia Cognitiva) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PB, 2015.

REIS, C. D. **Matemática e Educação Ambiental no Ensino Fundamental:** a construção de cisternas e as relações de proporcionalidade. Dissertação -Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria-RS, 2022.

RIBEIRO, M. D. S. N. **Percurso de estudo e pesquisa:** uma proposta para aprender proporcionalidade no ensino fundamental. Tese (Doutorado) – Universidade Anhanguera de São Paulo; Programa de Doutorado em Educação Matemática, São Paulo-SP, 2021.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do Trabalho Científico.** 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, M. F. D. **Razão, proporção e resolução de problemas:** uma proposta para o ensino fundamental. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina-PR, 2022.

SILVA, R. L. D. **Conhecimentos prévios revelados por estudantes de sexto e sétimo anos do ensino fundamental relativos à proporcionalidade.** Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo-SP, 2013.

SOUZA, A. R. **Razão áurea e aplicações:** contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto-MG, 2013.

TOBIAS, P. R. N. A. **Sala de aula invertida na educação matemática:** uma experiência com alunos do 9º ano no ensino de proporcionalidade. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte-MG, 2018.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VARGAS, C. L. **A resolução de problemas como metodologia de ensino de razão e proporção.** Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes-RJ, 2020.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. **Recherches em Didactique de Mathématiques.** Pensée Sauvage: Grenoble, França, v. 10, 1990. 133-170 p.

*Submetido em 18/09/2023.*

*Aprovado em 22/04/2024.*