



# APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS ENTRE ORIENTAÇÕES CURRICULARES E PLANEJAMENTOS DE PROFESSORES RELATIVOS AO ENSINO DE PARALELOGRAMOS E SUA ÁREA

*Convergences and Divergences Between Curriculum Guidance and Teacher  
Planning Regarding the Teaching of Parallelograms and Their Area*

**Jailson Cavalcante de Araújo**

Doutor em Educação Matemática e Tecnológica  
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil  
[jailson.cavalcante@ufpe.br](mailto:jailson.cavalcante@ufpe.br)  
<https://orcid.org/0000-0002-5936-7072>

**Lúcia de Fátima Durão Ferreira**

Doutora em Educação Matemática e Tecnológica  
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil  
[email.luciadurao@gmail.com](mailto:email.luciadurao@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0003-0174-3650>

**Paula Moreira Baltar Bellemain**

Doutora em Didática das Disciplinas Científicas  
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil  
[paula.bellemain@ufpe.br](mailto:paula.bellemain@ufpe.br)  
<https://orcid.org/0000-0002-2864-8883>

## Resumo

Este artigo tem por objetivo analisar aproximações e distanciamentos entre documentos de orientação curricular e planejamentos de professores relativos ao ensino de paralelogramos e sua área. A fundamentação teórica é composta pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e pela abordagem de área como uma grandeza autônoma, proposta por Douady e Perrin-Glorian. A metodologia de pesquisa é a Engenharia Didática na perspectiva de Artigue e Brousseau. Neste recorte, foram analisados documentos de orientação curricular nacional e estadual, bem como planejamentos de sete professores de Matemática, com ênfase em habilidades dos campos da Geometria e das Grandezas e Medidas. Observaram-se aproximações como não incluir nos

planejamentos habilidade considerada complementar no Documento de Reorganização, e distanciamentos, pois nem sempre incluíram em seus planejamentos habilidades consideradas prioritárias nesses documentos. Esse movimento de distanciamentos e aproximações, por um lado, sinaliza que tipos de situações importantes para o ensino dos paralelogramos e sua área não são contemplados. Por outro, mostra uma certa autonomia dos profissionais, necessária diante da dinâmica escolar. Diante disso, defende-se a importância da formação dos professores para que possam decidir conscientemente o que priorizar, apoiando-se na conexão entre seu conhecimento das condições de sua sala de aula e a produção acadêmica da Educação Matemática.

**Palavras-Chave:** grandezas e medidas; Geometria; BNCC; currículo municipal; área de paralelogramos.

### Abstract

This article aims to analyze similarities and divergences between curriculum guidance documents and teachers' plans regarding the teaching of parallelograms and their area. The theoretical basis is composed of Vergnaud's Theory of Conceptual Fields and the approach to area as an autonomous quantity, proposed by Douady and Perrin-Glorian. The research methodology is Didactic Engineering from the perspective of Artigue and Brousseau. In this section, national and state curriculum guidance documents were analyzed, as well as the plans of seven Mathematics teachers, with an emphasis on skills in the fields of Geometry and Quantities and Measurements. Similarities were observed, such as not including in the plans a skill considered complementary in the Reorganization Document, and divergences, as they did not always include in their plans skills considered priority in these documents. This movement of divergences and convergences, on the one hand, indicates that types of situations important for the teaching of parallelograms and their area are not contemplated. On the other hand, it shows a certain autonomy of the professionals, necessary in view of the school dynamics. In view of this, the importance of teacher training is defended so that they can consciously decide what to prioritize, based on the connection between their knowledge of the conditions in their classroom and the academic production of Mathematics Education.

**Keywords:** magnitudes and measurements; Geometry; BNCC; municipal curriculum; area of parallelograms.

## INTRODUÇÃO

Este artigo, recorte de uma pesquisa de doutorado (Araújo, 2023), tem como objetivo analisar aproximações e distanciamentos entre documentos de orientação curricular nacional e estadual e planejamentos de professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental de uma escola pública municipal do município de Ferreiros/PE, relativos ao ensino de paralelogramos e sua área.

No estudo da área de paralelogramos, devemos considerar tanto os aspectos relativos aos paralelogramos, campo da Geometria, quanto ao conceito de área, no campo das Grandezas e Medidas, pois dificuldades apresentadas por estudantes como confusões

entre as variações da área e do perímetro, utilização inadequada das unidades de medida, seja durante os cálculos ou ao final deles, extensão das expressões de áreas (fórmulas) para casos em que não são válidas, entre outras, podem decorrer ou serem intensificadas pela incompreensão de propriedades geométricas das figuras em estudo, como considerar o paralelogramo como um retângulo deformado, não os reconhecer em outra posição ou inclinação, não conseguir classificá-los nem apontar algumas de suas propriedades, considerar o losango não quadrado como um quadrado inclinado etc., conforme relatadas nas pesquisas de Araújo (2018), Baltar (1996), Douady e Perrin-Glorian (1989), Fujita (2012), Pereira da Costa (2016), Rosa dos Santos (2005), entre outras.

Os aspectos descritos acima conduziram à necessidade de observar as imbricações entre os campos da Geometria e das Grandezas e Medidas ao lidar com a área de paralelogramos. Para isso, algumas análises prévias foram realizadas e, dentre elas, a de documentos de orientação curricular e planejamentos de professores relativos ao ensino de paralelogramos e sua área, objetivando observar aproximações e distanciamentos, que compõem este artigo. Imbricação é um termo utilizado por Teles (2007) para “caracterizar um tipo de relação em que os campos conceituais se sobrepõem mutuamente, se articulam e a partir dessa “interconexão dinâmica” são gerados novos significados para os conteúdos matemáticos em foco” (p. 18).

Para realizar a pesquisa mais ampla, apoiamos-nos na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (1996, 2013, 2020) e seus colaboradores, no modelo de área como uma grandeza autônoma proposto de Douady e Perrin-Glorian (1989) e na engenharia didática clássica ou de primeira geração, a partir da perspectiva de Brousseau (2013) e Artigue (2020), as quais serão discutidas nas seções seguintes.

## **CAMPOS CONCEITUAIS E SITUAÇÕES PRESENTES NO ENSINO DE PARALELOGRAMOS E SUA ÁREA**

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (1996, 2013, 2019) e seus colaboradores discute o comportamento cognitivo do sujeito ao lidar com uma diversidade de situações. Por meio dela é possível analisar o desenvolvimento e o sentido atribuído aos conceitos por esse sujeito na ação.

Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cuja aprendizagem requer um longo período de tempo. Segundo esse pesquisador:

**Um campo conceitual é uma terna de três conjuntos:**

- 1 O conjunto de situações, cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, esquemas e representações simbólicas em estreita conexão
- 2 O conjunto dos conceitos que contribuem para o domínio dessas situações
- 3 O conjunto de formas linguísticas e simbólicas que permitem expressar os objetos de pensamento e as conceituações implícitas ou explícitas nessas situações (Vergnaud, 2019, p. 12).

Embora esse pesquisador tenha se interessado, especialmente, pelos campos conceituais das Estruturas Aditivas e das Estruturas Multiplicativas, existem outras construções teóricas de campos conceituais, como o da Geometria, o das Grandezas e Medidas, o da Eletricidade, o da Álgebra, o da Moralidade, entre outros.

Entre os elementos que constituem o tripé de um conceito (situações, invariantes operatórios e representações simbólicas), vamos dar destaque neste artigo apenas ao primeiro deles, as situações, visto que não temos o sujeito na ação quando estamos analisando documentos. Sobre esse elemento, Vergnaud (1996, p. 167) aponta que:

O conceito de situação não tem, aqui, o sentido de situação didática, mas antes o sentido de tarefa; a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades das diferentes subtarefas, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global.

Esse pesquisador acrescenta ainda que o conjunto dos conceitos e teoremas permite analisar as situações como tarefas matemáticas.

Neste artigo, vamos considerar dois conjuntos de situações: um que dá sentido ao conceito de área e outro que dá sentido ao conceito de quadrilátero notável<sup>1</sup>. No primeiro conjunto, pertencente ao campo das Grandezas e Medidas, temos as situações comparação de área, medição de área, produção de superfícies e conversão de unidades, propostas por Baltar (1996) e ampliadas por Ferreira (2018). No segundo conjunto, pertencente ao campo da Geometria, estão as situações de classificação, inclusão e construção, propostas por Pereira da Costa (2019). Apesar de terem sido desenvolvidas para serem aplicadas aos quadriláteros notáveis, as usamos apenas para os paralelogramos

<sup>1</sup> A definição de quadriláteros notáveis adotada está apoiada em Hadamard (1898, *apud* Bongiovanni, 2004): são todos os trapézios e paralelogramos (com a inclusão do quadrado, retângulo e losango).

(quadrados, retângulos não quadrados, losangos não quadrados e paralelogramos não retângulos e não losangos). Além dessas, destacamos ainda a situação de identificação que, conforme Araújo (2018), diferencia-se da classificação, pois essa última está relacionada a agrupar em classes e a identificação volta-se para o reconhecimento das figuras.

Ao lidar com as áreas de paralelogramos (quadriláteros notáveis que possuem lados e ângulos opostos congruentes e exatamente dois pares de lados opostos paralelos entre si), podemos considerar todas as situações descritas acima devido às fortes imbricações existentes entre os campos da Geometria e das Grandezas e Medidas. Por exemplo, como consideramos que o quadrado é um paralelogramo que possui os quatro lados de mesmo comprimento e os quatro ângulos retos, estamos afirmando que ele tanto é um losango (paralelogramo que possui os quatro lados de mesmo comprimento) quanto um retângulo (paralelogramo que possui os quatro ângulos retos). Assim, podemos calcular a área de um quadrado utilizando as mesmas expressões de área do retângulo e do losango. Em termos de situações, a inclusão de classes, identificação e classificação estão presentes na de medição de áreas, no caso desse exemplo, mas também poderiam ser exigidas ao comparar ou produzir figuras.

Além das situações e seus respectivos campos conceituais apresentadas anteriormente, apoiamos-nos teoricamente no modelo de área como uma grandeza autônoma proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989), o qual traz como exigência a diferenciação nítida dos conceitos de área e superfície, da mesma maneira que entre área e número. Essa abordagem objetiva a superação das concepções geométricas (ocorre quando o sujeito confunde área e superfície) e numéricas (ocorre quando o sujeito confunde área e número) por meio da distinção e articulação entre os quadros<sup>2</sup> geométrico, numérico e das grandezas. A esse respeito, considerando a proposta teórica de Douady e Perrin-Glorian (1989), autores como Bellemain e Lima (2002) apontam que:

o Quadro Geométrico é constituído por superfícies planas, como triângulos, quadriláteros ou figuras de contornos irregulares, entre outras.

---

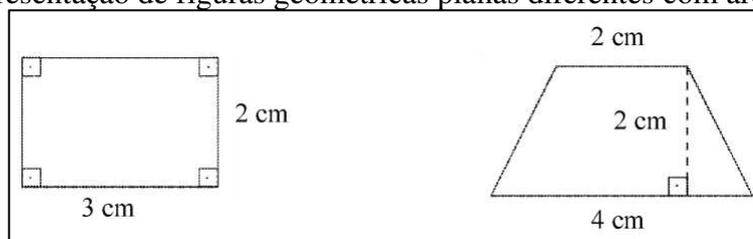
<sup>2</sup> Para Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 389) um quadro é constituído por “objetos de um ramo da Matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas, e das imagens mentais que o sujeito associa a um momento dado a esses objetos e essas relações”.

o Quadro Numérico é composto pelos números reais não negativos (naturais, racionais positivos ou irracionais positivos) que são as medidas das áreas das superfícies

o Quadro das grandezas é contexto próprio da noção de área, a qual é entendida como classe de equivalência de superfícies de mesma área. Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida como  $2 \text{ m}^2$ ,  $1,45 \text{ ha}$  ou  $\sqrt{5} \text{ cm}^2$  são maneiras de representar uma área.

O exemplo a seguir pode ajudar na compreensão:

Figura 1 – Representação de figuras geométricas planas diferentes com áreas iguais



Fonte: Araújo, Silva e Bellemain (2020, p. 802)

Podemos observar as representações de um retângulo não quadrado e de um trapézio, que possuem a mesma área ( $6 \text{ cm}^2$ ). Segundo esses autores:

A medida de área, isto é, o número (6) mudaria se quiséssemos expressar a área em metros quadrados –  $0,0006 \text{ m}^2$  – ou qualquer outra unidade de área, mas a área das figuras permaneceria invariante. Ou seja, poderíamos ter diferentes pares ( $n^\circ$ , unidade de medida), porém equivalentes, que designariam a mesma área (Araújo; Silva; Bellemain, 2020, p. 802).

Como vimos, o fato de figuras de formas diferentes poderem ter mesma área a torna autônoma em relação à superfície. Da mesma maneira, ela não é o número (medida), pois a adoção de diferentes unidades conduz à variação dos números, mas a área permanece invariante. Por isso a importância de tratá-la como uma grandeza. Vergnaud (2013, p. 141) aponta que “a distinção entre uma grandeza e sua medição é essencial” (tradução livre dos autores).

## A ENGENHARIA DIDÁTICA ENQUANTO METODOLOGIA DE PESQUISA

Adotamos o arcabouço teórico-metodológico da engenharia didática (ED) como metodologia de pesquisa. A ED vem sendo utilizada em diversos trabalhos, nos quais o foco de investigação é voltado às relações entre ensino e aprendizagem de objetos matemáticos, inclusive, no campo das Grandezas e Medidas (Baltar, 1996; Douady; Perrin-Glorian, 1989, entre outras).

Em relação ao seu interesse, Brousseau (2013, p. 4) aponta que:

A engenharia didática preocupa-se com a criação de modelos consistentes e relevantes e a realização de dispositivos pedagógicos para um conhecimento específico, destinados a descrever ou prever, e explicar os acontecimentos observáveis de um dado episódio de ensino [...] (Tradução livre dos autores).

O pesquisador supracitado ressalta ainda que “o estudo da consistência e relevância desses modelos requer um exame crítico de todos os conceitos relacionados com o ensino, a aprendizagem e a própria constituição da matéria ensinada” (*Ibid.*, p. 4, tradução livre dos autores).

Artigue (2020) aponta duas características essenciais da ED clássica: a primeira é que ela “baseia-se em realizações didáticas na sala de aula, ou seja, na concepção, implementação, observação e análise de sequências de ensino” (p. 32, tradução livre dos autores) e, a segunda, consiste no fato de que:

a sua validação é interna, baseada no confronto entre a análise a priori e a posteriori, e a sua estruturação em quatro fases: a das análises prévias, a da concepção e análise a priori da engenharia, a da experimentação e coleta de dados, e finalmente a da análise a posteriori e validação (*Ibid.*, p. 32, tradução livre dos autores).

Cabe ressaltar que, embora essas fases estejam ordenadas, não significa que não se possa voltar a uma etapa anterior mesmo estando em uma posterior. Essas retomadas dependerão das necessidades que forem surgindo ao longo da execução da pesquisa.

Neste artigo, vamos focar apenas na vertente didática<sup>3</sup> das análises prévias, sobre as características do funcionamento do ensino de área e paralelogramos. Nela, analisamos habilidades relativas aos quadriláteros e ao conceito de área na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – (Brasil, 2018) e no Currículo de Pernambuco (CPE) – (Pernambuco, 2019). Observamos também o Organizador Curricular por Bimestre de Matemática de Pernambuco (OCBMPE) – (Pernambuco, 2020a) e o Documento de Reorganização Curricular de Pernambuco (DRCPE) – (Pernambuco, 2020b). Este último foi criado em virtude da pandemia de Covid-19 e estabelece uma organização de habilidades selecionadas por bimestres indicando quais eram consideradas prioritárias ou complementares durante o período pandêmico. Além desses, fizemos a análise dos planejamentos elaborados pelos professores de Matemática da escola onde foi realizado o estudo mais amplo, estabelecendo aproximações e distanciamentos entre os instrumentos analisados, com relação às situações dos campos da Geometria e das

---

<sup>3</sup> As vertentes epistemológica e cognitiva que também compõem as análises prévias podem ser encontradas em Araújo (2023).

Grandezas e Medidas destacadas na parte introdutória deste artigo (identificação, classificação, inclusão, construção, comparação, medição, produção e conversão de unidades), como apresentado na seção seguinte.

## **O ENSINO DE ÁREA E DE PARALELOGRAMOS PROPOSTO NA BNCC**

A BNCC é um documento de caráter normativo, no qual se define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica (Brasil, 2018). Na área de conhecimento e também componente curricular – Matemática – temos cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, as quais orientam a formulação de habilidades para serem desenvolvidas durante o ensino fundamental. Nelas, estão organizados os conteúdos, conceitos e processos, tratados como objetos de conhecimento. Levando em consideração que nossa investigação se volta para os campos da Geometria e das Grandezas e Medidas, tratados como unidades temáticas na BNCC, nossa discussão será direcionada apenas para eles a partir deste momento, ressaltando que todos são igualmente importantes, no entanto, recortes precisam ser feitos para melhor aprofundamento.

Com relação ao campo da Geometria, o documento aponta que:

[...] nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (Brasil, 2018, p. 271).

Nos anos iniciais do ensino fundamental, espera-se que os estudantes nomeiem e comparem polígonos a partir de propriedades relacionadas aos lados, vértices e ângulos. Já nos anos finais, o ensino situa-se na consolidação e aprofundamento das aprendizagens realizadas na etapa anterior.

O quadro a seguir contempla algumas habilidades do campo da Geometria, a partir das quais é possível perceber que desde o primeiro ano do ensino fundamental já é esperado o desenvolvimento de habilidades relativas à identificação de figuras geométricas.

Quadro 1 – Habilidades voltadas ao reconhecimento de figuras geométricas planas no campo da Geometria para os anos iniciais do ensino fundamental na BNCC

<b><u>Algumas habilidades relativas às figuras geométricas planas nos anos iniciais</u></b>	
<b>Anos</b>	<b>Habilidades</b>
1º	(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.
2º	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
3º	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
4º	(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
5º	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 105), com base na BNCC (Brasil, 2018)

De acordo com o quadro acima, observamos que os estudantes devem ter contato inicialmente com situações de identificação e classificação em que os paralelogramos em jogo são o quadrado e o retângulo não quadrado, inclusive em diferentes representações. Já o paralelogramo não retângulo e não losango aparece no 3º ano. No 4º ano, além do reconhecimento, os estudantes têm a tarefa de representar figuras congruentes. O fato de o losango não quadrado não ser citado entre as outras figuras descritas nas habilidades acima, não impede que o professor, de acordo com as especificidades de sua turma, utilize situações que o contemplem por meio de jogos ou atividades práticas, pois como é apontado no próprio documento: “[...] não se pode frear a curiosidade e o entusiasmo pela aprendizagem, tão comum nessa etapa da escolaridade, e muito menos os conhecimentos prévios dos alunos” (Brasil, 2018, p. 276).

Em relação aos anos finais, o quadro a seguir contempla algumas habilidades para o campo da Geometria.

Quadro 2 – Habilidades voltadas às figuras geométricas planas no campo da Geometria para os anos finais do ensino fundamental na BNCC

<b><u>Algumas habilidades relativas às figuras geométricas planas no campo da Geometria nos anos finais</u></b>	
<b>Anos</b>	<b>Habilidades</b>

6º	(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
7º	(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
8º	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
9º	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 106), com base na BNCC (Brasil, 2018)

A partir das habilidades acima, percebemos que novas situações podem ser exploradas, como a de inclusão de classes entre os quadriláteros e também a construção e demonstração de propriedades. Observamos ainda que no 9º ano aparece a utilização de conhecimentos da Geometria como a determinação de pontos médios e distância entre dois pontos para calcular grandezas, no caso, perímetros e áreas.

De modo geral, entre as habilidades apresentadas no quadro acima, damos destaque às previstas para o 6º ano do ensino fundamental, pois são importantes para que o estudante possa lidar mais adiante com o conceito de área no campo das Grandezas e Medidas. Elas contemplam situações de identificação, classificação, construção e inclusão, além da ampliação e redução de figuras planas com o uso da malha quadriculada. Representar retas paralelas e perpendiculares também ajuda na compreensão de propriedades dos quadriláteros e na escolha de uma altura relativa a determinada base, em situações de medição e produção envolvendo os paralelogramos.

Em relação ao campo das Grandezas e Medidas:

[...] a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e

ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico” (Brasil, 2018, p. 273).

Nos anos iniciais do ensino fundamental, espera-se que os estudantes sejam capazes de resolver situações provenientes do cotidiano que envolvam, por exemplo, a área de triângulos e de retângulos sem o uso de expressões de área. Para os anos finais, é esperado que

os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros [...]” (Brasil, 2018, p. 273).

Notamos o destaque dado às grandezas geométricas (comprimento, área, volume e abertura de ângulo) tanto com relação a outros componentes curriculares quanto a aspectos da própria Matemática.

Destacamos algumas habilidades do campo das Grandezas e Medidas para os anos iniciais do ensino fundamental no quadro seguinte, mais especificamente aquelas voltadas ao conceito de área.

Quadro 3 – Habilidades voltadas ao conceito de área de figuras geométricas planas no campo das Grandezas e Medidas para os anos iniciais do ensino fundamental na BNCC

<b><u>Algumas habilidades relativas ao conceito de área de figuras geométricas planas no campo das Grandezas e Medidas nos anos iniciais</u></b>	
<b>Anos</b>	<b>Habilidades</b>
1º	Não observada
2º	Não observada
3º	(EF03MA17) Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada.
	(EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.
4º	(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.
	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

5°	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
----	--

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 108), com base na BNCC (Brasil, 2018)

A partir do quadro acima, podemos observar que as habilidades relativas ao conceito de área devem começar a ser trabalhadas a partir do 3° ano do ensino fundamental. Além disso, já nos anos iniciais são tratados três pontos de grande importância ao lidar com esse conceito: o primeiro é a relevância dada às unidades de medida nos processos de medição, possibilitando que os números variem a partir das unidades adotadas, porém mantendo invariante a grandeza; o segundo é o de que figuras diferentes podem ter mesma área que, junto à anterior, a caracteriza como uma grandeza autônoma; o terceiro e último busca desestabilizar uma dificuldade persistente nos alunos, ou seja, o erro que consiste em considerar que área e perímetro variam necessariamente no mesmo sentido. Também percebemos que o estudo desse conceito é iniciado pela situação de comparação de áreas, depois medição e algumas conversões de unidades, nas quais priorizam-se procedimentos visuais, de superposição, contagem de quadradinhos. O uso das expressões de área não é indicado para esse momento.

Quanto aos anos finais do ensino fundamental, o quadro abaixo contém algumas habilidades.

Quadro 4 – Habilidades voltadas ao conceito de área de figuras geométricas planas no campo das Grandezas e Medidas para os anos finais do ensino fundamental na BNCC

<b><u>Algumas habilidades relativas ao conceito de área de figuras geométricas planas no campo das Grandezas e Medidas nos anos finais</u></b>	
<b>Anos</b>	<b>Habilidades</b>
6°	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
7°	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
	(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

8º	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
9º	Não observada

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 109), com base na BNCC (Brasil, 2018)

No 9º ano não foram encontradas habilidades desse campo associadas ao nosso objeto de pesquisa visto que, a partir desse ano escolar e no ensino médio, o conceito de área faz parte do campo da Geometria, como vimos na última habilidade para esse ano escolar descrita no quadro 2. No entanto, é apontado no documento que: “A leitura dos objetos de conhecimento e das habilidades essenciais de cada ano nas cinco unidades temáticas permite uma visão das possíveis articulações entre as habilidades indicadas para as diferentes temáticas” (Brasil, 2018, p. 298).

Uma vez tida essa visão do que é preconizado no documento a nível nacional, passamos a analisar os documentos estaduais, iniciando pelo Currículo de Pernambuco e depois o Organizador Curricular por Bimestre e o Documento de Reorganização Curricular de Matemática, ambos do referido estado.

## **O ENSINO DE ÁREA E DE PARALELOGRAMOS PROPOSTO EM DOCUMENTOS DO ESTADO DE PERNAMBUCO**

### **Currículo de Pernambuco**

O Currículo de Pernambuco (CPE) é um documento orientador para a rede estadual e as municipais, e também para as escolas privadas. Seu objetivo é “nortear as propostas pedagógicas dos municípios, os projetos políticos pedagógicos das escolas e as práticas pedagógicas vivenciadas em sala de aula” (Pernambuco, 2019, p. 42).

Assim como na BNCC, no CPE também há a divisão em cinco unidades temáticas – Geometria, Estatística e Probabilidade, Álgebra, Grandezas e Medidas, e Números, cujas caracterizações e orientações iniciais se assemelham ao que é proposto no primeiro documento.

Em relação ao trabalho com Geometria nos anos iniciais, é apontado no CPE que o estudante deve ser levado a perceber propriedades comuns e diferenças entre várias figuras, sem tanta preocupação com as denominações, cujo aprofundamento deve ser dado nos anos finais do ensino fundamental.

Nessa segunda etapa, os estudantes devem passar a analisar as figuras a partir de suas propriedades e não mais pelo aspecto global. O documento ressalta o cuidado com a ênfase dada à memorização das propriedades e nomenclaturas das figuras e que as “atividades de composição e decomposição de figuras complexas, a partir de figuras geométricas simples, podem auxiliar tanto na articulação dessas propriedades como na compreensão dos conceitos relativos às grandezas geométricas” (Pernambuco, 2019, p. 379-380).

Em relação às habilidades do campo da Geometria previstas para os anos iniciais do ensino fundamental, envolvendo aspectos relacionados aos quadriláteros que interessam a nossa pesquisa, em sua maioria são comuns às encontradas na BNCC, apresentadas no quadro 1. Além dessas, o CPE inclui para o 3º ano a habilidade de “(EF03MAXPE) Compor e decompor figuras, a partir das figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo)” (Pernambuco, 2019, p. 396). Para os anos finais, não verificamos habilidades desse campo no CPE além das apresentadas no quadro 2, extraídas da BNCC.

Quanto ao campo das Grandezas e Medidas, é destacado que:

Além do papel articulador dessa unidade temática, é fundamental que os estudantes compreendam a noção de grandeza enquanto atributo de um objeto; identifiquem diferentes grandezas associadas a um mesmo objeto; percebam a diferença entre uma figura, as grandezas a ela associadas e o número associado à medição dessa grandeza; saibam utilizar instrumentos de medição e compreendam a diferença entre a medição prática e a teórica e entre precisão, erro e estimativa de medidas (Pernambuco, 2019, p. 361).

A citação acima contempla pontos importantes para a compreensão de aspectos relacionados às grandezas que, no caso da área, destaca a distinção entre três elementos (figura, grandeza e medida), contribuindo para a sua compreensão como uma grandeza autônoma em relação ao número e à superfície, como já destacado em nossa fundamentação teórica.

É apontado no documento que, em relação ao trabalho com Grandezas e Medidas nos anos iniciais, há privilégio pela apresentação de unidades de medidas padronizadas, inclusive para a área, e é dada importância em excesso à conversão das unidades de medida. Além disso, a apresentação das expressões de área seguidas de uma lista enorme de problemas para aplicação tem se mostrado ineficaz, podendo gerar obstáculos futuros como, por exemplo, a confusão entre área e perímetro (Pernambuco, 2019). É destacada ainda a importância de comparar sem precisar fazer medições e que o uso das expressões

de área deve ser deixado para os anos finais do ensino fundamental, como também observamos na BNCC.

Nos anos finais do ensino fundamental, aponta-se que

Iniciar atividades que relacionem a área de algumas figuras planas com a área do retângulo permite o estabelecimento de expressões algébricas que possibilitam generalizar procedimentos de medidas de áreas a outras figuras, levando, assim, à sistematização de algumas fórmulas (áreas de quadrados, paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos e comprimento da circunferência). É preciso ressaltar, porém, a necessidade de uma forte articulação com a geometria, buscando-se utilizar as propriedades das figuras planas para generalizar expressões (Pernambuco, 2019, p. 383).

Em relação às habilidades do campo das Grandezas e Medidas previstas para os anos iniciais do ensino fundamental, que envolvam aspectos relacionados à área de figuras geométricas planas, a maioria é comum às encontradas na BNCC, apresentadas no quadro 3. Além dessas, o CPE inclui para o 5º ano a habilidade de “(EF05MAXPE) Compreender o significado de um metro quadrado e de um centímetro quadrado para comparar áreas e as relações entre centímetro cúbico, decímetro cúbico e metro cúbico com o litro” (Pernambuco, 2019, p. 405). Para os anos finais do ensino fundamental, não verificamos habilidades para esse campo além das observadas na BNCC, distribuídas no quadro 4.

Cabe ressaltar que, assim como na BNCC, as habilidades relativas ao conceito de área iniciam-se nesse campo a partir do 3º ano do ensino fundamental e ocorre sua sistematização no 8º ano. A partir do 9º ano do ensino fundamental em diante, o conceito de área passa a ser abordado no campo da Geometria.

Em resumo, fazendo uma breve comparação entre os achados na BNCC e no CPE, podemos notar avanços nesse último, pois percebemos que para os anos iniciais do ensino fundamental há o acréscimo de duas habilidades no CPE que não aparecem na BNCC, uma no campo da Geometria para o 3º ano, relativa à decomposição e recomposição de figuras, procedimentos geométricos importantes ao lidar com o conceito de área, como sinalizado em Araújo (2018), Baltar (1996), Douady e Perrin-Glorian (1989) etc., e outra no campo das Grandezas e Medidas para o 5º ano, relacionada à compreensão do significado de um metro quadrado e de um centímetro quadrado para comparar áreas e algumas relações entre unidades de medida de volume com o litro. Essa última, começa a preparar o estudante para o trabalho com a situação de conversão de unidades (Ferreira, 2018). Há ainda uma terceira habilidade a mais no CPE, também para o 5º ano, porém é

sobre o reconhecimento de ângulos de um quarto de volta, meia volta e uma volta que não é primordial em nosso estudo. Já com relação aos anos finais do ensino fundamental, não verificamos diferenças entre as habilidades apresentadas nos dois documentos – BNCC e CPE.

### Organizador Curricular por Bimestre de Matemática de Pernambuco

No Organizador Curricular por Bimestre de Matemática de Pernambuco, além das habilidades e dos objetos de conhecimento de cada unidade temática previstos no CPE para seus respectivos anos escolares, há o apontamento dos conteúdos e dos bimestres em que devem ser trabalhados. A partir deste momento, nosso foco de análise volta-se apenas para os anos finais do ensino fundamental, pois foi a etapa em que se encontravam os participantes do estudo mais amplo que desenvolvemos (Araújo, 2023).

No quadro a seguir, destacamos as habilidades para o 6º ano tanto do campo da Geometria quanto do campo das Grandezas e Medidas, já apresentadas na análise da BNCC e, como vimos, comuns ao CPE, os conteúdos, priorizando os mais voltados à área e aos quadriláteros, e os bimestres sugeridos para serem trabalhadas:

Quadro 5 – Seleção das habilidades e dos conteúdos para o 6º ano nos campos da Geometria e das Grandezas e Medidas, organizadas por bimestres

<b>6º ano – Grandezas e Medidas (área)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
(EF06MA24PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.	- Resolução e elaboração de problemas do cotidiano usando unidades de medida (comprimento, tempo, massa, temperatura, área e do volume); - Reconhecimento das grandezas; - Seleção do tipo adequado de unidade de medida; - Identificação do instrumento adequado para medida de uma grandeza.	1º
(EF06MA29PE) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado representados em malhas quadriculadas ou em outros meios (inclusive softwares) ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.	- Relação entre o perímetro e a área de um quadrado quando da redução ou ampliação de seus lados; - Proporcionalidade entre o lado e o perímetro de um quadrado.	4º
<b>6º ano – Geometria (quadriláteros)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
(EF06MA20PE) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.	- Análise dos tipos de quadriláteros, identificando suas características; - Classificação dos quadriláteros em relação a lados e a ângulos; - Reconhecimento da inclusão e a intersecção de classes entre os quadriláteros.	2º

(EF06MA21PE) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano e/ou tecnologias digitais.	- Análise das condições necessárias e suficientes para se obter figuras semelhantes; - Ampliação e redução de figuras planas, utilizando malha quadriculada, plano cartesiano e/ou tecnologias digitais.	3º
(EF06MA22PE) Utilizar instrumentos, como réguas, esquadros ou softwares, para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.	- Conceito de retas paralelas e perpendiculares; - Construção e análise de quadriláteros no software de geometria dinâmica, usando técnicas de construção com régua e compasso.	4º

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 114), com base no Organizador Curricular (Pernambuco, 2020a)

A partir do quadro acima, podemos notar que as primeiras situações sugeridas aos estudantes do 6º ano do ensino fundamental são do campo das Grandezas e Medidas, uma vez que no 1º bimestre devem resolver e elaborar problemas com a área de triângulos e retângulos. As habilidades sobre o conceito de área voltam a ser discutidas no 4º bimestre. Nesse intervalo, são trabalhadas as do campo da Geometria, com as situações de identificação, classificação e inclusão no 2º bimestre, e construção no 4º. Podemos notar também que a ampliação e redução de figuras é trabalhada no 3º bimestre no campo da Geometria e são retomadas no bimestre seguinte no campo das Grandezas e Medidas ao trabalhar a relação entre os conceitos de área e perímetro com a figura do quadrado, considerando a ampliação e redução dos comprimentos de seus lados.

Vejamos agora as habilidades, conteúdos e bimestres organizadas para o 7º ano do ensino fundamental.

Quadro 6 – Seleção das habilidades e dos conteúdos para o 7º ano nos campos da Geometria e das Grandezas e Medidas, organizadas por bimestres

<b>7º ano – Grandezas e Medidas (área)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
(EF07MA31PE) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros, explorando os diversos tipos de contextos.	- Cálculo de área de figuras planas por decomposição; - Cálculo de área de triângulo e paralelogramo por composição em retângulos;	3º
(EF07MA32PE) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas, inclusive com suporte em materiais manipuláveis e/ou tecnologias digitais.	- Cálculo de área de polígonos por decomposição em triângulos, quadrados, retângulos; - Resolução e elaboração de problemas que envolvem cálculo de medida de área de figuras planas.	
<b>7º ano – Geometria (quadriláteros)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
(EF07MA28PE) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.	Descrição de um algoritmo para a construção de polígonos regulares.	4º

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 115), com base no Organizador Curricular (Pernambuco, 2020a)

Como podemos observar, as habilidades relativas ao conceito de área e aos quadriláteros são contempladas no segundo semestre do ano letivo, sendo as do campo das Grandezas e Medidas no 3º bimestre, com situações de medição e envolvendo procedimentos geométricos de decomposição e recomposição de figuras. Já a habilidade do campo da Geometria está no 4º bimestre, tratando da descrição de um algoritmo para situações de construção de quadrados e triângulos equiláteros.

Vamos ao quadro com as informações destinadas ao 8º ano:

Quadro 7 – Seleção das habilidades e dos conteúdos para o 8º ano nos campos da Geometria e das Grandezas e Medidas, organizadas por bimestres

<b>8º ano – Grandezas e Medidas (área)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
(EF08MA19PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos) em situações como determinar medida de terrenos.	- Determinação de área pela composição ou decomposição de figuras planas; - Resolução e elaboração de problemas que envolvem cálculo de área de figuras geométricas (quadriláteros, triângulos e círculos); - Reconhecimento das medidas agrárias de superfícies e suas relações com o metro quadrado.	1º
<b>8º ano – Geometria (quadriláteros)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
(EF08MA14PE) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.	Demonstração das propriedades dos quadriláteros a partir da congruência de triângulos.	1º

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 116), com base no Organizador Curricular (Pernambuco, 2020a)

Os conteúdos desses campos estudados ao final do 7º ano são retomados no início do 8º ano, mais precisamente, no 1º bimestre. Percebemos também que os procedimentos de decomposição e recomposição voltam a ser utilizados em situações de medição de áreas que podem estar relacionadas a contextos sociais. Quanto ao campo da Geometria, há um aprofundamento em relação aos bimestres dos anos anteriores voltado às demonstrações.

Por fim, apresentamos o que é contemplado nesse documento para o 9º ano nos campos das Grandezas e Medidas e da Geometria, e seus respectivos objetos.

Quadro 8 – Seleção das habilidades e dos conteúdos para o 9º ano nos campos da Geometria e das Grandezas e Medidas, organizadas por bimestres

<b>9º ano – Grandezas e Medidas (área)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
Não observada	-	-
<b>9º ano – Geometria (quadriláteros)</b>		
<b>Habilidades</b>	<b>Alguns conteúdos</b>	<b>Bimestres</b>
(EF09MA15PE) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a		

construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua, compasso e também softwares.	Descrição de algoritmo para a construção de qualquer polígono regular dada a medida do seu lado.	4º
(EF09MA16PE) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.	Cálculo do perímetro e da área de figuras planas dadas as coordenadas de seus vértices.	

Fonte: elaborado por Araújo (2023, p. 116), com base no Organizador Curricular (Pernambuco, 2020a)

Como esse documento é baseado no CPE, não contempla habilidades relativas ao conceito de área no campo das Grandezas e Medidas para o 9º ano do ensino fundamental, como também vimos na análise da BNCC e do CPE, uma vez que esse conceito passa a ser abordado no campo da Geometria, no 4º bimestre. Quanto à descrição do algoritmo, percebemos um avanço em relação ao 7º ano, pois passou da construção de quadrado e triângulo equilátero para qualquer polígono regular. Em resumo, o Organizador Curricular se aproxima da BNCC e do CPE tanto na abordagem do conceito de área no campo das Grandezas e Medidas (6º ao 8º ano) e no campo da Geometria (9º ano), quanto na habilidade de descrição de algoritmo para situações de construção de polígonos.

### **Documento de Reorganização Curricular de Pernambuco**

O Documento de Reorganização Curricular de Pernambuco (DRCPE) foi criado pelo referido estado no período da pandemia de Covid-19. Como estávamos no início do curso de doutorado naquele momento, o incorporamos às nossas análises prévias.

O DRCPE “[...] vem a contribuir como uma referência para orientar o professor a reorganizar o planejamento de suas aulas em 2020, tanto as propostas de atividades não presenciais para esse momento, como também após o retorno às aulas presenciais” (Pernambuco, 2020b, p. 2). É alertado no documento que é necessária a reorganização do planejamento anual por parte dos professores de modo que priorizem a revisão do que foi estudado de maneira presencial antes da pandemia, ou remota durante o período pandêmico, buscando com essa proposta “garantir os direitos e objetivos de aprendizagem dos estudantes sobre o que está posto no currículo, dentro de um planejamento alinhado com a realidade da pandemia e dos desafios que ela impõe à Educação” (*Ibid.*, p. 3).

Esse documento, que possui como referência o CPE, contempla em cada componente curricular, ano e bimestre dos anos finais do ensino fundamental, as unidades temáticas, os objetos de conhecimento, as habilidades e os conteúdos, priorizando os mais relevantes para aquele ano escolar do estudante. Também são apontadas quais habilidades

são consideradas prioritárias e quais são complementares e, há ainda, a indicação de quais conteúdos relativos às habilidades foram mais detalhados e discutidos em videoaulas no Portal Educa PE<sup>4</sup>.

Como se trata de uma reorganização do que estava estabelecido pelo organizador curricular, realizamos uma análise comparativa entre esses dois documentos, observando especificamente entre as habilidades que acabamos de discutir anteriormente, se alguma delas passou a ser considerada complementar e, por esse motivo, poderia não ter sido explorada pelos professores de Matemática em sala de aula.

A partir da realização da análise descrita no parágrafo anterior, percebemos que apenas uma das habilidades que discutimos nos quadros elaborados com base no Organizador Curricular foi considerada como complementar. Mais precisamente, a habilidade “(EF09MA15PE) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua, compasso e também softwares” (Pernambuco, 2020b, p. 276). Cabe ressaltar também que todas mantiveram-se em seus respectivos bimestres, como indicado no OCBMPE, inclusive essa última considerada complementar.

A análise acima fez-se necessária para, como já dito, observar entre as habilidades que os professores vinham trabalhando em um contexto tido como “normal” de sala de aula, previstas no currículo e no organizador curricular, quais deveriam ser consideradas como prioritárias e quais poderiam ser deixadas em segundo plano, como complementar. Além disso, ela serviu de suporte para a análise dos planejamentos semestrais para o ano letivo de 2021 elaborados pelos professores<sup>5</sup> de Matemática da escola local de pesquisa do estudo mais amplo. Nela, observamos quais habilidades voltadas ao conceito de área e aos quadriláteros foram contempladas e em que meses do ano foram trabalhadas.

## **O ENSINO DE ÁREA E DE PARALELOGRAMOS PROPOSTO NOS PLANEJAMENTOS DE PROFESSORES DE FERREIROS/PE**

---

<sup>4</sup> <https://educape.educacao.pe.gov.br/>

<sup>5</sup> No início de cada semestre letivo, havia um momento em que os professores das escolas municipais de Ferreiros/PE se reuniam por área de conhecimento para confecção dos planejamentos. Com isso, as ideias tratadas aqui representam as escolhas de sete professores que ensinavam Matemática nos anos finais do ensino fundamental, no momento da nossa pesquisa de doutorado.

O documento que esses professores são orientados a preencher semestralmente em seus planejamentos contém um quadro com os meses, eixos temáticos (unidades temáticas), conteúdos, habilidades e procedimentos de avaliação. Assim, para cada uma das quatro turmas do ensino fundamental – anos finais, eles elaboram dois planejamentos durante o ano letivo, um para cada semestre, apoiados nos documentos de orientação curricular de Pernambuco que acabamos de apresentar. Vamos discutir sobre esses planejamentos nos parágrafos seguintes, estabelecendo uma relação com as habilidades que selecionamos na BNCC e CPE, e com o proposto no Organizador e no Documento de Reorganização Curricular em relação aos bimestres, chamados de unidades didáticas na rede de ensino em que fazem parte.

Optamos por analisar todos os planejamentos voltados aos anos finais do ensino fundamental para conhecermos que habilidades foram selecionadas e possivelmente exploradas em sala de aula.

Nos planejamentos para o 6º ano do ensino fundamental, apesar de todas as cinco habilidades que havíamos selecionado no quadro 5 relativas ao conceito de área e aos quadriláteros serem consideradas prioritárias no Documento de Reorganização Curricular, verificamos apenas três delas: a “(EF06MA21PE) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano e/ou tecnologias digitais” e a “(EF06MA22PE) Utilizar instrumentos, como régua, esquadros ou softwares, para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros”, ambas do campo da Geometria e previstas para serem trabalhadas nos meses de setembro e novembro, respectivamente. A outra habilidade é do campo das Grandezas e Medidas: “(EF06MA29PE) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado representados em malhas quadriculadas ou em outros meios (inclusive softwares) ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área”, prevista para o mês de dezembro.

Em todas as habilidades anteriores, percebemos coerência com o Organizador e o Documento de Reorganização Curricular no que se refere à indicação dos bimestres. As duas habilidades não consideradas eram relativas, entre outros aspectos, à resolução e elaboração de problemas envolvendo a área de triângulos e retângulos, prevista para o 1º

bimestre no campo das Grandezas e Medidas, e à identificação das características dos quadriláteros para realizar inclusão e intersecção de classes entre eles, essa última considerada muito importante para o estudo que desenvolvemos e que deveria ter sido estudada no 2º bimestre no campo da Geometria, conforme orientações já discutidas. Não trabalhar essas habilidades pode trazer prejuízos para essa turma nos anos seguintes relativos às situações de medição e de inclusão.

Nos planejamentos voltados ao 7º ano do ensino fundamental, percebemos distanciamentos em relação ao Documento de Reorganização Curricular, visto que não verificamos nenhuma das três habilidades selecionadas no quadro 6 e consideradas prioritárias no referido documento, a saber: duas do campo das Grandezas e Medidas, relacionadas a situações de medição de área envolvendo procedimentos de decomposição e recomposição de figuras, previstas para o 3º bimestre; e uma do campo da Geometria, ligada à descrição de um algoritmo para situações de construção de quadrados e triângulos equiláteros, no 4º bimestre.

A partir da análise desses planejamentos, observamos que no primeiro semestre, no campo da Geometria, as habilidades contempladas eram sobre o estudo de simetria e da circunferência. Já no campo das Grandezas e Medidas, estavam relacionadas ao estudo do volume de blocos retangulares e suas unidades de medida. No 2º semestre, momento em que deveriam ter sido trabalhadas as habilidades acima, como apontado no Organizador e no Documento de Reorganização Curricular, não foram incluídas habilidades do campo da Geometria e as do campo das Grandezas e Medidas eram voltadas ao objeto matemático ângulo e à grandeza associada a ele, a abertura de ângulo. Diante disso, possivelmente, os conteúdos sobre área e quadriláteros não foram vivenciados nesse ano escolar pelos estudantes. Talvez, a opção por parte dos professores de não trabalhar com área nesse momento se deva ao fato de os documentos, como BNCC e CPE, apontarem sua sistematização no 8º ano e, com isso, decidirem fazer tudo nele, desconsiderando o tempo de aprendizagem de cada estudante, a construção gradativa das competências e o domínio progressivo dos conceitos, como apontado na Teoria dos Campos Conceituais.

Quanto aos planejamentos para o 8º ano do ensino fundamental, verificamos aproximações e distanciamentos relativos à seleção das habilidades que trouxemos no quadro 7 e também ao que é apontado no Organizador e no Documento de Reorganização

Curricular. Sobre as aproximações, há a presença da habilidade no campo das Grandezas e Medidas: “(EF08MA19PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos) em situações como determinar medida de terrenos”, considerada como prioritária no Documento de Reorganização Curricular e que também a selecionamos por ser relativa ao conceito de área. No entanto, nesse documento e no Organizador Curricular, ela está prevista para o 1º bimestre e, nos planejamentos, para o mês de maio, compreendido no 2º bimestre. Outro ponto em que se distancia é a ausência da habilidade do campo da Geometria voltada às demonstrações das propriedades de quadriláteros com utilização da congruência de triângulos. Essa ausência se justifica, talvez, pelo fato de ela ser um aprofundamento em relação às habilidades que foram trabalhadas nos anos anteriores sobre as propriedades dessas figuras e, como vimos, não foram incluídas nos planejamentos. Também não descartamos a possibilidade de os professores não se sentirem seguros em ensinar os conteúdos previstos pela habilidade.

Em relação ao 9º ano, como vimos na BNCC e no CPE, não há habilidades relativas ao conceito de área no campo das Grandezas e Medidas e isso é refletido nos planejamentos dos professores. Das duas habilidades que selecionamos no quadro 8 relativas ao campo da Geometria, uma foi considerada prioritária no Documento de Reorganização Curricular e estava presente nos planejamentos para o 9º ano do ensino fundamental: “(EF09MA16PE) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano”. Como podemos ver, se trata da habilidade que contempla o conceito de área no campo da Geometria. A outra que selecionamos, mas não estava presente nos planejamentos e foi considerada complementar no Documento de Reorganização Curricular envolvia a descrição de um algoritmo para construção de um polígono regular qualquer.

Em resumo, a análise desses documentos possibilitou conhecer quais habilidades foram selecionadas pelos professores em seus planejamentos que, em alguns momentos, se distanciaram daquelas consideradas prioritárias pelo Documento de Reorganização Curricular. Também percebemos que eles não seguem à risca o Organizador Curricular no que se refere aos bimestres em que cada uma delas deve ser trabalhada. Outro ponto

de destaque é que habilidades importantes, como as relativas à classificação e inclusão entre os quadriláteros não foram contempladas, assim como as que envolviam situações de medição de áreas utilizando procedimentos de decomposição e recomposição, o que pode comprometer o desenvolvimento do repertório de esquemas desses estudantes, tornando-o limitado para lidar com determinadas classes de situações. A não inclusão de algumas habilidades consideradas prioritárias pode estar relacionada à realidade dos alunos conhecida pelos professores e também ao momento pandêmico em que se encontravam.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de analisar aproximações e distanciamentos entre documentos de orientação curricular e planejamentos de professores relativos ao ensino de paralelogramos e sua área, apoiamos-nos na TCC, em particular nas situações e na ED, com foco na vertente didática das análises prévias. Como campos principais o da Geometria e o das Grandezas e Medidas, com ênfase nas situações que dão sentido ao paralelogramo e à área: identificação, classificação, inclusão, construção, comparação, medição, produção e conversão de unidades, com base nas ideias de Araújo (2018), Baltar (1996), Ferreira (2018) e Pereira da Costa (2019).

No que se refere à análise da BNCC e o CPE, percebemos que habilidades do campo da Geometria voltadas a identificar e nomear quadrados e retângulos não quadrados são propostas desde o 1º ano do ensino fundamental. Já em relação ao conceito de área, elas iniciam a partir do 3º ano por meio de situações de comparação e devem ser sistematizadas no 8º ano, no campo das Grandezas e Medidas. Para os anos iniciais do ensino fundamental há o acréscimo de duas habilidades no CPE que não apareceram na BNCC, uma no campo da Geometria voltada ao 3º ano relativa à decomposição e recomposição de figuras, e outra no campo das Grandezas e Medidas para o 5º ano relacionada à compreensão do significado de um metro quadrado e de um centímetro quadrado para comparar áreas e algumas relações entre unidades de medida de volume com o litro. Houve ainda uma terceira habilidade a mais no CPE, também do 5º ano, porém voltada ao reconhecimento do objeto geométrico ângulo que, apesar de importante, não foi primordial em nosso estudo. Já com relação aos anos finais do ensino

fundamental, não verificamos distanciamentos entre as habilidades apresentadas nos dois documentos – BNCC e CPE.

A análise do Organizador Curricular e o Documento de Reorganização Curricular, ambos de Pernambuco, permitiu verificar que apenas uma das habilidades que discutimos nos quadros elaborados com base no primeiro documento foi considerada como complementar no período pandêmico, a qual era voltada à descrição, por escrito e a partir de um fluxograma, de um algoritmo para a construção de polígono regular em que o comprimento do lado é conhecido, com a utilização de alguns materiais como régua, compasso ou *softwares* (Pernambuco, 2020b). Mesmo com a criação do Documento de Reorganização, todas as habilidades permaneceram em seus respectivos bimestres, conforme havia sido indicado no Organizador Curricular, inclusive a citada acima considerada complementar.

Ao analisar os planejamentos elaborados pelos professores de Matemática da escola campo de pesquisa, percebemos alguns distanciamentos entre as habilidades selecionadas e as consideradas prioritárias no Documento de Reorganização Curricular, bem como quanto aos bimestres em que cada uma deve ser trabalhada, indicados no Organizador Curricular. Outro ponto de destaque é que habilidades importantes, como as voltadas à classificação e inclusão entre os quadriláteros não foram contempladas, assim como as que envolviam situações de medição de áreas utilizando procedimentos de decomposição e recomposição. Entretanto, possivelmente, a não inclusão de algumas habilidades consideradas prioritárias pode estar relacionada à realidade dos alunos conhecida pelos professores e também ao momento pandêmico em que se encontravam naquele momento, como dito anteriormente.

Portanto, foi possível perceber que os professores não seguiram fielmente o que era proposto nos documentos de orientação curricular, pois nem sempre incluíam habilidades em seus planejamentos consideradas prioritárias nos documentos. Também nem sempre seguiam os bimestres indicados no Organizador Curricular e no Documento de Reorganização. Esse dado aponta que não havia uma relação direta entre o que era proposto pelos documentos e as propostas dos professores. Como ponto positivo, mostrou uma certa autonomia desses profissionais em relação ao que é indicado nesses instrumentos e, como negativo, algumas situações consideradas importantes nas pesquisas sobre a aprendizagem e o ensino da geometria e das grandezas e medidas não

foram incluídas no planejamento dos professores e possivelmente deixaram de ser vivenciadas pelos estudantes. Como sugestão de continuidade, sugerimos que outros estudos analisem também a prática diária do professor para estabelecer relações entre os documentos, planejamentos e o que efetivamente é realizado em sala de aula.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. C. **Como os alunos de 8º ano lidam com situações relativas à área de paralelogramos?:** um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2019. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

ARAÚJO, J. C. **Imbricações entre os campos conceituais da geometria e das grandezas e medidas no ensino e na aprendizagem da área de paralelogramos.** 2023. 464 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023.

ARAÚJO, J. C.; SILVA, A. D. P. R.; BELLEMAIN, P. M. B. Situações que envolvem paralelogramos e suas áreas: um estudo com licenciandos em matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, Brasil, v. 09, n. 19, p.796-820, jul.-out. 2020.  
[http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/2415/pdf\\_423](http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/2415/pdf_423)

ARTIGUE, M. Méthodologies de recherche en didactique des mathématiques: Où en sommes-nous? **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 3, p. 25-64, 2020.

BALTAR, P. M. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane:** une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. (Tese Doutorado) Grenoble, França: Universidade Joseph Fourier, 1996.

BONGIOVANNI, V. **As diferentes definições dos quadriláteros notáveis.** Matemática. Assunto: Geometria - Projeto Apoema. Editora do Brasil. Texto cedido pela Sociedade Brasileira de Matemática, publicado originalmente na Revista do Professor de Matemática (<http://www.rpm.org.br>). São Paulo: IME-USP, n. 55, p. 29-32, 2004.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental** / Paula Moreira Baltar Bellemain, Paulo Figueiredo Lima. Natal: SBHMata, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BROUSSEAU, G. **Introduction à l'ingénierie didactiques.** 2013. Disponível em: <<http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2013/12/Introduction-%C3%A0-ling%C3%A9nierie-didactique3.pdf>>. Acesso em: 15 jun. 2021.

- DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. vol. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.
- FERREIRA, L. F. D. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental**: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. 2019. 386 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.
- FUJITA, T. Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. **Journal of Mathematical Behavior**, 31, 2012, p. 60-72.
- PEREIRA DA COSTA, A. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental**: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.
- PEREIRA DA COSTA, A. **A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico**: o caso dos quadriláteros notáveis. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.
- PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco**. Secretaria Estadual de Educação - SEE, Recife, 2019.
- PERNAMBUCO. **Organizador Curricular de Matemática**. Secretaria Estadual de Educação - SEE, Recife, 2020a.
- PERNAMBUCO. **Reorganização Curricular**. Secretaria Estadual de Educação - SEE, Recife, 2020b.
- ROSA DOS SANTOS, M. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo**: um estudo sob a ótica das variáveis didáticas e do contrato didático. 2005. 178 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – UFRPE, Recife-PE, 2005.
- TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar**: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. Tese (Doutorado em Educação) – UFPE, Recife-PE, 2007.
- VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. (Ed.). **Didáticas das Matemáticas**. V. 62. Horizontes Pedagógicos, Lisboa, 1996. p. 155-191<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Tradução do texto de Vergnaud: La théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n° 2.3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Pourquoi la théorie des champs conceptuels? **Infancia y Aprendizaje**, 2013, 36:2, 131-161. Disponível em <<https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1174/021037013806196283>> Acesso em: 07 out. 2021.

VERGNAUD, G. Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019.

*Submetido em 24/11/2023.*

*Aprovado em 12/06/2024.*