ISSN 2177 - 9309 https://doi.org/10.51359/2177-9309.2024.260546

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana

Universidade Federal de Pernambuco

ISSN 2177-9309
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS E EXPRESSÕES NUMÉRICAS: CONVERSÃO E TRATAMENTO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICAS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Resolution of problem situations and numerical expressions: conversion and treatment of semiotic representation records by students in the 6th grade of elementary school

Juliana Azevedo Montenegro
Doutora em Educação Matemática e Tecnológica
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil
https://orcid.org/0000-0003-3570-9581
juliana.azevedo2@ufpe.br

Danielle Avanço Vega
Mestre em Educação Matemática e Tecnológica
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil
danielle.vega@ufpe.br
https://orcid.org/0009-0005-2490-296X

Resumo

O presente artigo tem como objetivo investigar o desempenho dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental em uma situação-problema mista, com base na Teoria dos Campos Conceituais e na Teoria do Registro da Representação Semiótica. Para isso, analisou-se a conversão entre representações de partida (enunciado em língua natural) para representações intermediárias (operações matemáticas) e, desta, para representações de chegada (expressão numérica). Também foram verificadas as transformações de tratamento realizadas na representação intermediária e na representação de chegada. Os resultados apontaram que 41,3% dos estudantes demonstraram conhecimento sobre expressões numéricas como representação para a resolução de uma situação mista, sendo verificado que, para 31,3% dos alunos, a situação mista favoreceu a criação de estratégias na utilização de representações auxiliares para sua resolução. Diante do exposto, foi possível perceber que os estudantes do 6º ano analisados neste estudo apresentaram desempenho satisfatório ao resolver situações mistas, demonstrando um razoável conhecimento sobre expressões numéricas, ainda com alguma dificuldade, especialmente em relação aos sinais de

associação necessários para que as regras de conformidade desse registro sejam respeitadas. Acredita-se, ainda, que o registro auxiliar solicitado favoreceu a notação da expressão numérica como registro de chegada.

Palavras-chave: Situações mistas; expressões numéricas; representação auxiliar; conversão; tratamento.

Abstract

The present article aims to investigate the performance of 6th-grade elementary students in a mixed problem situation, based on the Theory of Conceptual Fields and the Theory of Semiotic Representation Registers. For this purpose, we analyzed the conversion from initial representations (natural language statements) to intermediate representations (mathematical operations) and, from these, to final representations (numerical expressions). We also examined the treatment transformations performed in the intermediate and final representations. The results showed that 41.3% of the students demonstrated knowledge of numerical expressions as a representation for solving a mixed situation. It was observed that, for 31.3% of the students, the mixed situation favored the creation of strategies in the use of auxiliary representations for its resolution. Given these findings, it was possible to perceive that the 6th-grade students analyzed in this study presented satisfactory performance in solving mixed situations, demonstrating a reasonable knowledge of numerical expressions, although with some difficulties, especially regarding the association signs necessary for the conformity rules of this register to be respected. Furthermore, it is believed that the requested auxiliary representation favored the notation of the numerical expression as the final register.

Keywords: Mixed situations; numeric expressions; auxiliary representation; conversion; treatment.

INTRODUÇÃO

A expressão numérica tem se constituído como uma ferramenta crucial na Educação Matemática, visto que ajuda o estudante a modelar as situações-problema, tornando-as mais simples de serem resolvidas e compreendidas. Um exemplo é a utilização da calculadora, de modo que os estudantes precisam saber a ordem das operações que devem realizar para alcançarem o resultado corretamente. Isso porque, ao resolverem a expressão numérica 2 + 3 x 4, se o estudante digitar da maneira como apresentada, em algumas calculadoras poderá obter como resultado o número 20, porém a resposta correta seria 14 (2 + 4 + 4 + 4).

Assim, no tratamento das expressões numéricas, é necessário que os sujeitos compreendam uma série de regras que precisam ser obedecidas. Como exemplo, temos os elementos da expressão: parênteses ( ), colchetes [ ], chaves { }, números e símbolos de operação. No tratamento, é necessário que os sujeitos resolvam primeiro as operações matemáticas nos parênteses, depois nos colchetes e, por fim, nas chaves. Durante o

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

processo de resolução, é necessário também respeitar a ordem das operações matemáticas, resolvendo primeiro os produtos e quocientes, para em seguida operar com as adições e subtrações conforme aparecem na expressão.

O ensino das expressões numéricas está presente nos livros didáticos e é ensinado pelos professores nas aulas de Matemática, porém, desde a reforma curricular de 1986, o ensino de expressões numéricas não é proposto nem sequer recomendado. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) ou na Base Nacional Comum Curricular (2018), não se encontra nem mesmo o termo "expressões numéricas".

Neste trabalho, adotaremos como base teórica a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1986) e a Teoria do Registro da Representação Semiótica (TRRS), proposta por Raymond Duval (1993).

Na primeira teoria, o autor especifica que os conceitos estão inseridos em campos conceituais e que, em todo campo conceitual, há diversos conceitos que se articulam, e cada um desses conceitos mobiliza situações, invariantes e representações simbólicas. Vergnaud exemplifica as situações aditivas e multiplicativas, seus respectivos invariantes, bem como as representações utilizadas na resolução dessas situações. O autor também elabora a ideia de situações mistas, que mobilizam tanto situações aditivas quanto multiplicativas, especificando a complexidade dessas situações.

Na segunda teoria, o teórico destaca que os objetos representados em outras áreas do conhecimento científico, como Biologia, Física e Química, vão além da imaginação, visto que são palpáveis, visíveis e "reais". Por meio do manuseio de inúmeros instrumentos específicos (microscópio, multímetro, entre outros), é possível visualizá-los. No entanto, para termos acesso aos objetos matemáticos, é necessário utilizarmos suas representações, sendo preciso utilizar pelo menos um registro de sua representação, podendo ser uma linguagem matemática, como o registro do sistema de números em forma de equações ou gráficos.

Assim, o autor estabelece que a linguagem, com seus diferentes sistemas semióticos, tem uma função mediadora no desenvolvimento humano. As representações semióticas em Matemática podem constituir elementos de mediação pedagógica no processo de ensino e aprendizagem, à medida que fornecem dados ao professor para promover o desenvolvimento conceitual de seus alunos. No entanto, pouco tem sido

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

pesquisado sobre as expressões numéricas, especialmente seu caráter de representação semiótica para a resolução de situações mistas.

É preciso refletir sobre o ensino das expressões numéricas em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, visto que, ao aplicar um teste de sondagem com estudantes recém-saídos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, podemos refletir sobre estratégias que podem ser utilizadas em sala de aula para tornar o aprendizado matemático mais satisfatório para os estudantes da educação básica. Diante disso, faz-se necessário questionar: como os estudantes resolvem situações mistas? Eles demonstram conhecimento sobre expressões numéricas como representação para a resolução de uma situação mista? As situações mistas favorecem a criação de estratégias entre os estudantes na utilização de representações auxiliares para sua resolução? Os estudantes realizam as transformações de conversão e tratamento nas situações mistas?

Nessa perspectiva, toma-se como objetivo geral deste trabalho analisar o desempenho dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental em situações mistas, especialmente no uso da expressão numérica como representação de chegada. Buscamos mais especificamente: (1) Analisar a conversão entre a representação de partida (enunciado em língua natural) para uma representação intermediária (operações matemáticas) e, desta, para a representação de chegada (expressão numérica); (2) Investigar as transformações de tratamento realizadas na representação intermediária e na representação de chegada; (3) Analisar como representações semióticas intermediárias auxiliam os estudantes na resolução de situações mistas envolvendo expressões numéricas.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E EXPRESSÃO NUMÉRICA

O trabalho com resolução de problemas é enfatizado por diferentes autores e caracterizado por várias dimensões do seu uso, tais como: “meta; processo ou habilidade básica” (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 87). Smole e Diniz (2001) destacam a resolução de problemas como uma metodologia de ensino. Essa dimensão

> [...] pode ser vista através de indicações de natureza puramente metodológicas, como usar um problema detonador ou desafio que possam desencadear o ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos, trabalhar com problemas abertos, usar a problematização ou a formulação de problemas em projetos, etc. Também está presente

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

> em orientações mais amplas para o ensino de matemática, que correspondem a linhas de pesquisa e de atuação da Educação Matemática, como é o caso da modelagem e do ensino por projetos. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 88)

A Base Nacional Comum Curricular também destaca a importância do trabalho por meio da resolução de problemas no Ensino Fundamental, enfatizando que este deve estar comprometido com o letramento matemático, que é definido como

> [...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p.266)

Vergnaud (1993) estabelece o campo conceitual aditivo e o multiplicativo. Este autor destaca que o campo conceitual aditivo é formado por situações que envolvem adição ou subtração, ou ainda a combinação de ambas as operações. Para esse campo conceitual, o autor classifica as situações em Composição, Transformação e Comparação. Já o campo conceitual multiplicativo é formado por situações que envolvem multiplicação e divisão ou a combinação dessas. Para o campo conceitual multiplicativo, as classes de problemas elencadas por Vergnaud são: *comparação multiplicativa, proporção simples, produto cartesiano, função bilinear e proporção múltipla.* Vergnaud (2009) também caracteriza os problemas mistos, que contemplam situações com relações envolvendo tanto o campo conceitual aditivo quanto o multiplicativo.

A presente pesquisa tem como objetivo trabalhar com as situações mistas, a conversão dessas situações para operações matemáticas e expressões numéricas, bem como o tratamento realizado nas representações de resolução. Desse modo, foi realizada uma busca de trabalhos sobre problemas mistos e expressões numéricas.

Rodrigues e Rezende (2021) analisaram livros didáticos do 1º ao 5º ano de uma coleção e identificaram a presença de 46 problemas mistos, classificados em sete categorias distintas com base em Vergnaud (2009) e Miranda (2019), sendo elas: proporção simples e composição de medidas; proporção simples e transformação de medidas; proporção simples, composição e transformação de medidas; proporção simples, composição e comparação aditiva; comparação multiplicativa e transformação de medidas; comparação multiplicativa e composição de medidas; e produto de medidas e composição de medidas. A primeira categoria (proporção simples e composição de

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

medidas) foi a mais presente (19 ocorrências), enquanto a última (produto de medidas e composição de medidas) foi a menos frequente (2 ocorrências) nos livros didáticos analisados. As autoras destacam que, por serem situações complexas, é importante que sejam trabalhadas desde os anos iniciais e que os professores conheçam essa classificação de problemas, de modo a proporcionar uma maior diversidade de desafios para os estudantes.

Rodrigues e Rezende (2019) aplicaram quatro situações mistas extraídas de livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental a 22 estudantes do 5º ano. As autoras destacam os tipos de erros mais frequentes, tais como: erro na interpretação do enunciado, escolha inadequada dos algoritmos para a resolução, erro no cálculo das operações (como subtração e divisão) e a resolução de apenas uma parte do problema. Apesar disso, concluíram que os estudantes possuem repertório de conhecimentos matemáticos que possibilitam a resolução das situações mistas apresentadas, mas precisam de intervenções específicas para se adaptarem a esse tipo de problema.

Ao buscar trabalhos sobre expressões numéricas, encontram-se principalmente estudos com o 6º ano do Ensino Fundamental. Destaca-se a pesquisa de Freitas (2014), que, tomando como base a Teoria Antropológica do Didático (TAD), analisou como o conteúdo de expressões numéricas é abordado em duas coleções de livros do 6º ano. Após realizar a análise documental, o pesquisador afirma que as coleções se diferenciavam na forma como o trabalho com as expressões numéricas era proposto. Em uma das coleções, havia uma preocupação excessiva com a sistematização do conteúdo e das operações abordadas. No entanto, ambas as coleções promoviam um modelo de organização didática para a apresentação do conteúdo e valorizavam a escolha pessoal do aluno na resolução dos exercícios propostos.

Paim (2018), em sua dissertação de mestrado, tomando como base a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), construiu uma ferramenta tecnológica na forma de um Objeto de Aprendizagem (OA) para ser trabalhado em turmas da Educação de Jovens e Adultos. Com a utilização do OA, o pesquisador defendeu que é possível construir e resolver expressões numéricas através da simulação da venda de produtos em comércios informais. Dentre os resultados, o pesquisador aponta que grande parte dos erros no tratamento de registros cometidos pelos estudantes estava relacionada ao vício de não seguir a ordem correta das operações, além do desconhecimento ou esquecimento da

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

escrita matemática. Ele concluiu que, quando o conceito matemático é contextualizado com a história ou o meio de vida dos estudantes, isso traz mais significado para a aprendizagem, favorecendo a construção do conhecimento.

Para melhor compreender o trabalho com expressões numéricas na atualidade, destaca-se o artigo de Silva e Montenegro (2022). Utilizando como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), analisaram como estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental desenvolveram a conversão de seis situações-problema, com enunciados em linguagem natural, para algoritmos e expressões numéricas, bem como o tratamento realizado nas representações utilizadas. Com a análise dos dados coletados, as autoras concluíram que a maioria dos estudantes não conseguiu alcançar os resultados esperados. A principal dificuldade dos estudantes se concentrava mais em realizar o tratamento dos cálculos nas expressões numéricas do que na conversão dos enunciados das situações-problema para a linguagem matemática.

Este artigo será fundamentado nas duas teorias mencionadas por Silva e Montenegro (2022) e apresentadas a seguir.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A presente pesquisa se baseia em duas teorias que fundamentam a importância do trabalho com a resolução de problemas, bem como o uso de representações, especialmente a linguagem matemática utilizada nas expressões numéricas. A primeira, a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud (1986, p. 76), destaca que "o saber forma-se a partir de problemas a resolver, ou seja, de situações a dominar". Vergnaud enfatiza ainda que o problema pode ser definido como "qualquer situação em que é necessário descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, formulação de hipóteses e verificação para produzir uma solução: esse procedimento não é necessariamente o mais geral ou o mais econômico [...]". Isso ocorre porque este autor defende que são as situações-problema que conferem significado e função a um conceito, sendo as situações a primeira importante dimensão dessa teoria.

Além das situações, Vergnaud também indica outras duas dimensões essenciais que constituem o tripé para a definição de um conceito: invariantes e representações

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

simbólicas. O conjunto de invariantes consiste nas diferentes propriedades do conceito. Assim, invariantes prescritos e operatórios estão relacionados com as propriedades lógico-operatórias de uma dada situação. Sobre as representações simbólicas, Vergnaud indica a importância da diversificação de símbolos utilizados para representar o conceito.

Outro aspecto importante da Teoria dos Campos Conceituais abordado por Vergnaud (1991) é a distinção entre cálculo relacional e cálculo numérico. Para este autor, o primeiro refere-se às operações de pensamento necessárias para analisar as situações e definir a melhor estratégia ou algoritmo para sua resolução. O segundo refere-se ao procedimento do cálculo matemático realizado. Segundo Magina et al. (2014, p. 43-44), "Vergnaud propõe a utilização de diagramas para auxiliar o cálculo relacional [...]. A organização dos dados auxilia o aluno a chegar ao cálculo numérico". A presente pesquisa entende os diagramas como representações simbólicas que podem auxiliar na compreensão das relações presentes nas situações-problema, bem como na identificação e realização do cálculo numérico.

Para aprofundar a discussão em torno das representações, esta pesquisa se fundamenta na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval (1995). Este autor destaca que só é possível ter acesso a um objeto matemático por meio de sua representação. A representação é, portanto, imprescindível quando se aprende Matemática. Apesar disso, Duval enfatiza que não se deve confundir a representação com o objeto matemático que ela representa, já que o mesmo objeto pode ser representado por diferentes sistemas semióticos. Nesse contexto, Duval (2012) destaca que, para que um sistema semiótico seja considerado um registro de representação, ele deve permitir três atividades cognitivas fundamentais: a formação de uma representação identificável, a transformação de tratamento e a transformação de conversão.

Para Duval (2012, p. 271), a formação de uma representação identificável está relacionada com a "[...] enunciação de uma frase (compreensível em uma língua natural dada), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc.". O autor enfatiza que a formação de uma representação identificável implica a seleção dos dados do objeto matemático a ser representado, de acordo com as regras de conformidade próprias do registro realizado. Assim, Duval caracteriza que "[...] a formação de uma representação poderia ser comparada à realização de uma tarefa de descrição." Sobre as regras de conformidade,

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

Duval explica que elas têm a função de “assegurar, em primeiro lugar, as condições de identificação e reconhecimento da representação e, em segundo lugar, a possibilidade de sua utilização para tratamentos”. O tratamento de uma representação é, portanto, uma transformação dentro do próprio registro em que ela foi formada.

A última atividade cognitiva caracterizada por Duval é a conversão de representações. Isso significa que uma dada representação formada pode ser convertida em outra, de modo que seja mantida a “[...] totalidade ou parte do conteúdo da representação inicial.” (DUVAL, 2012, p. 272). Isso implica que a conversão de uma representação em outra pode gerar diferenças na compreensão do conhecimento matemático em questão, em função do nível de congruência entre os registros. Esse nível de congruência é estabelecido pela adequação aos três critérios elencados pelo autor: 1) correspondência semântica dos elementos significantes; 2) univocidade semântica terminal; 3) ordenação das unidades significantes. Nesse sentido, uma representação é congruente com outra quando cumpre os três critérios, e o nível de congruência diminui na medida em que os critérios não são atendidos. Um exemplo de representações congruentes é estabelecido por Damm (2003) e Passoni e Campos (2003) por meio das situações aditivas caracterizadas por Vergnaud (1986). A partir desses autores, pode-se destacar que a representação em língua natural: “Pedro tem 6 bolinhas de gude, joga uma partida e perde 4 bolinhas. Quantas bolinhas tem depois da partida?” é estritamente congruente com a expressão: “6 - 4 = ?”, uma vez que há correspondência semântica entre as unidades significantes, univocidade semântica (pois não há presença de verbos antônimos) e não há inversão da ordem em que a informação é convertida.

Outro conceito importante discutido por Duval (2011) é o registro intermediário (ou registro auxiliar). Esse tipo de registro é utilizado, principalmente, em situações não congruentes, caracterizando-se como um registro mais congruente entre o registro de partida e o de chegada. O autor destaca que a representação auxiliar “deve permitir separar nos enunciados os dois tipos de informações relativas à situação descrita: aquelas relativas às fases sucessivas e aquelas relativas aos valores numéricos. [...] Esse tipo de representação auxiliar é evidentemente de transição.” (DUVAL, 2011, p. 128-130). Isso ocorre porque a representação auxiliar ajuda a compreender um registro menos congruente, mas mais eficiente do ponto de vista prático, podendo ser generalizado para

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

mais situações. Assim, os estudantes eventualmente abandonam a representação auxiliar, uma vez que é uma representação mais lenta e trabalhosa.

Nesta pesquisa, são utilizados os campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, as diferentes situações e seus invariantes, além do trabalho sobre situações mistas desenvolvido por Vergnaud (2009). Com base na importância do trabalho com as situações mistas, propõe-se a análise das conversões e tratamentos realizados para diferentes registros de representação: as quatro operações matemáticas enquanto registro auxiliar, especialmente em suas funções de interpretação Heurística - Tratamento Transitório e Organização – Seleção de Informações Pertinentes (MORETTI; BAERLE, 2022), e as expressões numéricas enquanto registro de chegada.

MÉTODO

O presente estudo foi desenvolvido com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de analisar o desempenho desses estudantes em situações mistas que envolvem a conversão de enunciados (representação de partida) para algoritmos matemáticos e/ou representações simbólicas próprias, como representação auxiliar transitória, e a expressão numérica enquanto representação de chegada. Cada uma dessas representações possui regras de funcionamento específicas, sendo importante destacar que, em alguns casos, para a resolução de uma expressão numérica, os estudantes também podem utilizar o algoritmo das quatro operações. Para isso, foi aplicado um teste com 150 estudantes de uma escola particular da cidade do Recife. A escola em questão é referência em ensino e possui uma comunidade escolar de classe média alta.

O teste era composto por seis situações mistas, de modo que havia situações envolvendo três ou quatro operações. Para este artigo, será analisada a segunda questão do referido teste, que envolve uma situação mista com as quatro operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão). Além disso, a expressão numérica requer o uso de sinais de associação (parênteses e colchetes), como é possível observar na Figura 1 a seguir.

Figura 1- Situação mista envolvendo as quatro operações matemáticas.

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

2. Danielle ganhou de seu pai 24 lápis de cor. De sua mãe, recebeu o triplo da quantidade que ganhou do pai. Desse total, ela decidiu ficar com 20 e separou grupos de 8 lápis para doar. Quantos grupos de lápis ela conseguiu formar para doação?

   a) Resolva da maneira que achar mais fácil.

   24 x 3 = 72 72 + 24 = 96 96 - 20 = 76 76 ÷ 8 = 9 (resto 4)

   b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

   [(24 + 24 x 3) - 20] ÷ 8 .

Fonte: autoras da presente pesquisa.

Esperava-se que os estudantes realizassem a conversão da representação em linguagem natural (enunciado), enquanto representação de partida, inicialmente, na letra a), para as quatro operações, seguindo a ordem estabelecida na resolução. Durante a resolução das operações, também se esperava analisar a transformação de tratamento interna a esse registro. Em seguida, esperava-se que os estudantes, para responder à letra b), realizassem uma nova conversão, que poderia ser baseada nas operações realizadas na letra a) ou diretamente no enunciado em linguagem natural, indicando, assim, a expressão numérica que resolveria a situação. Nesse momento, o tratamento da expressão numérica poderia ser realizado ou não. A seguir, discutem-se os resultados encontrados.

RESULTADOS

Considerando o teste aplicado com 150 alunos, foram analisados dois tipos principais de operações semiocognitivas que fundamentam a teoria de aprendizagem matemática de Duval: o tratamento, que é uma operação intrarregistro, e a conversão, que é realizada entre registros, ambos presentes nas letras 'a' e 'b' do problema proposto. Essas duas operações constituem a base de um método cognitivo de aprendizagem matemática e de análise da produção dos alunos, conforme pode ser observado no Quadro 1. Ressalta-se que o mesmo estudante pode estar enquadrado em mais de um critério da tabela a seguir.

Quadro 1 - Análise das operações semiocognitivas.

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

QUANTIDADE DE ALUNOS	DESCRIÇÃO DO REGISTRO	EXEMPLIFICAÇÃO
14	Realizou apenas a primeira conversão (enunciado para registro intermediário)	apenas letra ‘a’
47	Realizou as duas conversões (enunciado para registro intermediário e para expressão numérica)	letra ‘a’ e letra ‘b’
1	Realizou apenas a segunda conversão (direto para a expressão numérica)	apenas letra ‘b’
19	Realizou tratamento da expressão numérica	resolução da expressão (letra b)
10	Não usou todas as regras de conformidade	erra na utilização dos sinais de associação
87	Não realizou corretamente a operação semiocognitiva de conversão / cálculo relacional	esqueceu de somar 24 ou de subtrair 20 ou não dividiu por 8.
4	Realizou corretamente a operação semiocognitiva de conversão / erro de tratamento ou cálculo numérico	errou a tabuada
1	Em branco	

Fonte: autoras da presente pesquisa.

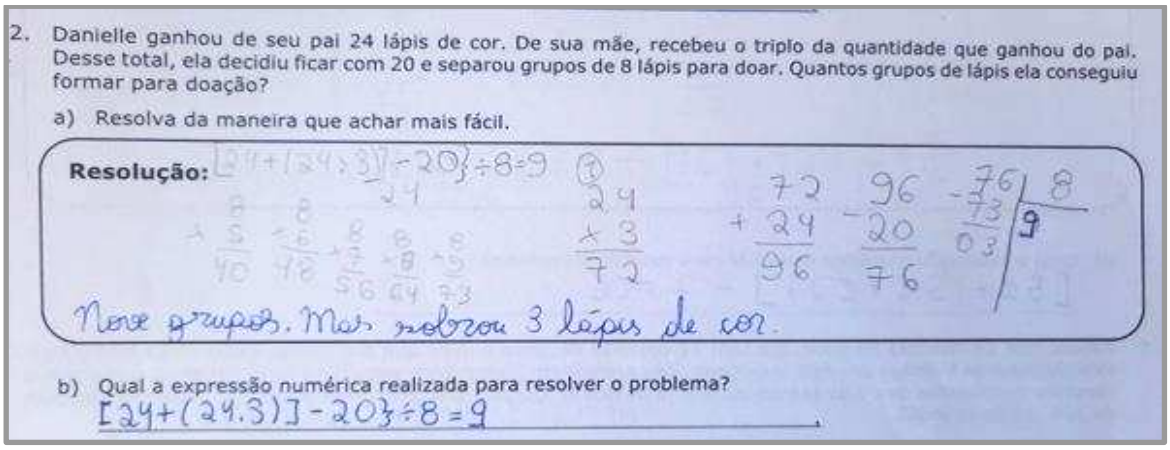
Verificou-se que 87 estudantes não realizaram corretamente a operação semiocognitiva de conversão, sendo considerado ainda um erro de cálculo relacional. Por outro lado, 62 alunos conseguiram realizar corretamente a operação semiocognitiva de conversão, sendo que 14 deles realizaram apenas a primeira conversão – do enunciado para o registro intermediário, conforme proposto na letra ‘a’; outros 47 realizaram as duas conversões – do enunciado para o registro intermediário e para a expressão numérica, de acordo com as letras ‘a’ e ‘b’; e ainda um aluno realizou apenas a segunda conversão – diretamente para a expressão numérica, apenas na letra ‘b’. Um aluno deixou a resposta em branco.

Além da teoria de aprendizagem matemática de Duval, também se analisou, à luz da teoria de Vergnaud, o cálculo relacional e o cálculo numérico. Foram encontrados 4 alunos que apresentaram um registro de conversão correto, contudo, exibiram erro de cálculo numérico ou de tratamento do algoritmo, conforme pode ser observado na Figura

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

1. Desses 4 alunos, dois realizaram apenas a primeira conversão (letra ‘a’), enquanto os outros dois realizaram ambas as conversões (letras ‘a’ e ‘b’).

Figura 2 - Resolução com erro de cálculo numérico / tratamento da operação matemática realizada.



Fonte: autoras da presente pesquisa.

Na Figura 2, em relação ao registro de uma conversão, observa-se uma distinção das unidades significantes de uma representação e verifica-se, no campo das variações possíveis, dois registros de representação. Contudo, o aluno erra apenas o cálculo numérico da operação de divisão, ou seja, a tabuada do 8, indicando, assim, o resto incorreto na operação de divisão. Destaca-se, apesar disso, que o estudante demonstra a atividade cognitiva de conversão, mobilizando diferentes registros de representação: a expressão numérica, bem como os algoritmos das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. No entanto, o estudante apresenta dificuldade no tratamento da operação de divisão, embora não tenha dificuldade na hierarquia das operações, apesar de utilizar sinais de associação desnecessários, como as chaves, por exemplo.

Dos 150 estudantes pesquisados, 62 (41,3%) realizaram a operação semiocognitiva de conversão. De acordo com Duval (2012), essa conversão pode ser do enunciado para os algoritmos (14 alunos), do enunciado para os algoritmos e para a expressão numérica (47 alunos), ou diretamente do enunciado para a expressão numérica (1 aluno). Para realizar as conversões, é necessário conhecer os sistemas em que se opera, permitindo a coordenação entre as representações. Foi possível verificar que esses alunos

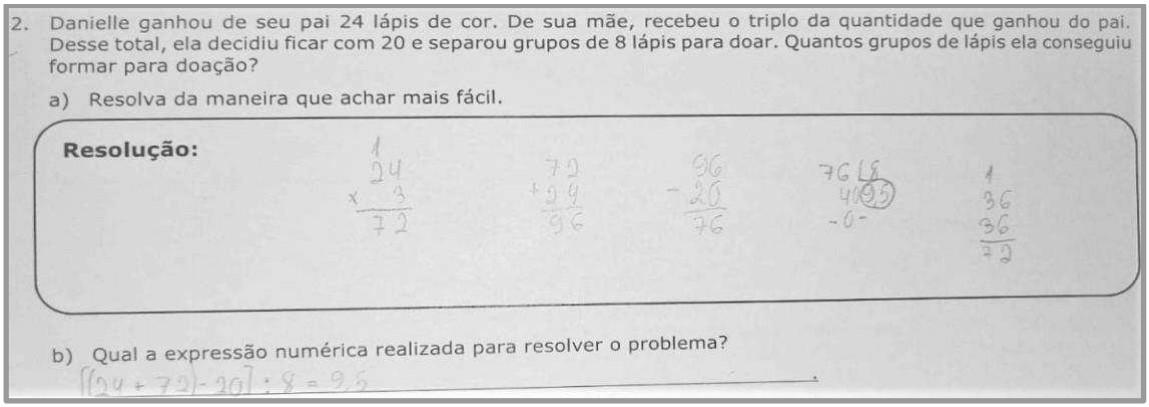
Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

implementaram operações de tratamento, evidenciando, em cada registro, os elementos significantes pertinentes.

Partindo dessa perspectiva semiocognitiva de aprendizagem matemática, percebeu-se que os alunos realizaram a conversão para o registro intermediário, como verificado na letra ‘a’ do problema, e também para a expressão numérica, observada na letra ‘b’. Destacam-se as unidades significantes que permitem relacionar ambos os sistemas semióticos utilizados, tanto na escolha das operações quanto na notação da expressão numérica. Dessa forma, verificou-se uma conversão coordenada, embora a ordenação das operações seja diferente da apresentada no enunciado, sendo necessário o uso de sinais de associação na expressão numérica, o que caracteriza um menor grau de congruência entre as representações.

Na Figura 3, a seguir, é possível visualizar uma das 47 (31,3%) resoluções em que os estudantes realizaram a conversão da representação em linguagem natural, como representação de partida (letra ‘a’), para as quatro operações solicitadas, conforme a prescrição da resolução. Verificou-se também uma nova conversão (letra ‘b’) que envolveu o tratamento interno desse registro, designando qual seria a expressão numérica que replicaria a situação descrita.

Figura 3 - Resolução com registro intermediário de conversão e explicitação da operação de conversão.



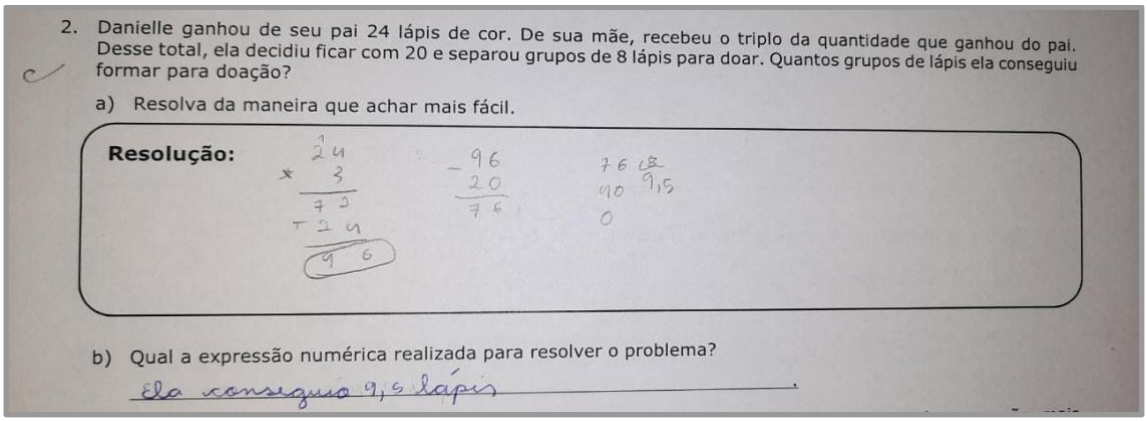
Fonte: autoras da presente pesquisa.

Observou-se também que 14 (9,3%) estudantes realizam a primeira conversão por meio de registros intermediários, ou seja, apresentam os algoritmos de multiplicação, subtração, adição e divisão para a resolução (letra ‘a’) de forma correta, porém, não

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

realizam a segunda conversão, não apresentando, assim, o uso das expressões numéricas, como solicitado na letra ‘b’, conforme Figura 4, a seguir. Esse resultado pode emergir a discussão sobre a menor congruência do enunciado com a expressão numérica, uma vez que ainda é necessário o uso de sinais de associação.

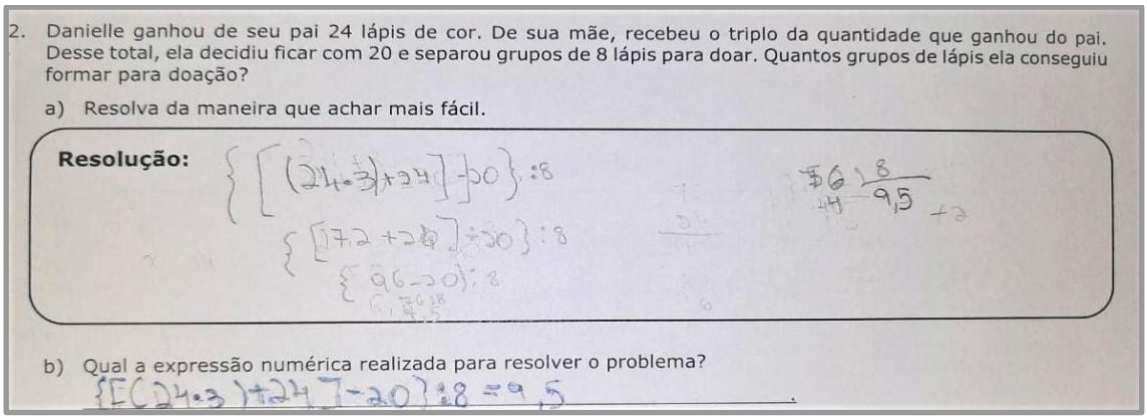
Figura 4 - Resolução sem registro de tratamento de conversão.



Fonte: autoras da presente pesquisa.

Entre os 62 alunos que apresentaram um raciocínio adequado para responder à letra b), observou-se que 19 deles realizaram uma nova conversão, indicando não apenas a expressão numérica que resolvia a situação, mas também executando o tratamento da expressão numérica. Isso evidencia não apenas uma melhor compreensão do algoritmo de resolução e das regras de conformidade, mas também aponta caminhos para a resolução de problemas, conforme destacado nas Figuras 5, 6 e 7 a seguir.

Figura 5 - Resolução com registro de tratamento de conversão.

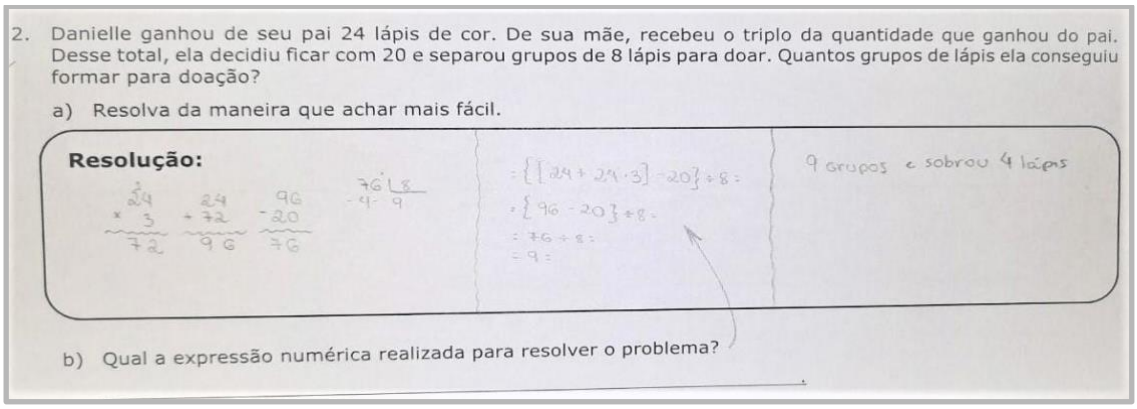


Fonte: autoras da presente pesquisa.

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

Tanto a resolução apresentada na Figura 5 quanto a da Figura 6 expõem outro registro de conversão, ou seja, desenvolvem um tratamento para a conversão proposta, em que os alunos exemplificam a sentença em cada linha escrita. No entanto, a Figura 6 apresenta todas as unidades significantes presentes nessas estruturas e representa de forma suficiente os elementos pertinentes do enunciado, contribuindo para a resolução. O estudante da Figura 5 também indica corretamente a resposta da questão, destacando o resto de 4 lápis.

Figura 6 - Resolução com registro de tratamento de conversão.

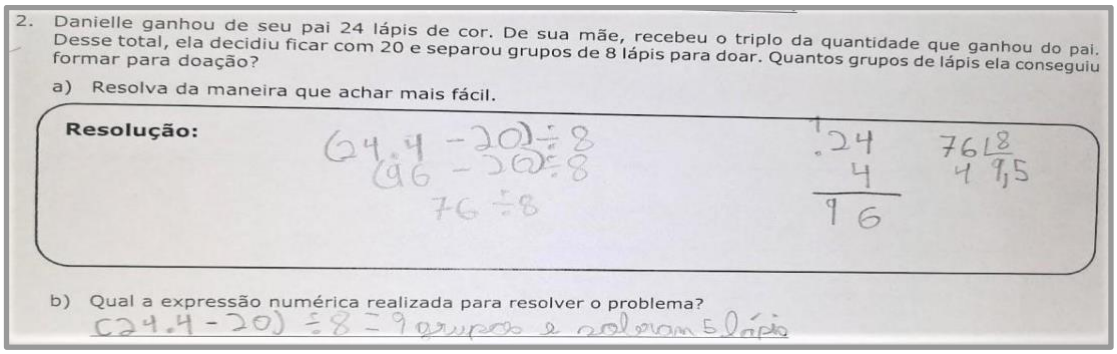


Fonte: autoras da presente pesquisa.

O ponto relevante na Figura 7 é a elucidação do registro de conversão, mas não em sua forma direta. Em vez disso, ela apresenta um raciocínio lógico no processo de conversão matemática, indo além de uma leitura mecânica e concreta, que é a abordagem mais comum observada na maioria dos estudantes dessa faixa etária. De acordo com o enunciado do problema, Danielle ganhou 24 e, em seguida, recebeu o triplo, resultando no registro de 24 vezes três seguido de uma adição de 24. No entanto, três alunos perceberam que multiplicar 24 por três e depois somar mais 24 é o mesmo que simplesmente multiplicar 24 por quatro. Assim, efetuaram a conversão dessa maneira.

Figura 7 - Resolução com registro de tratamento de conversão.

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

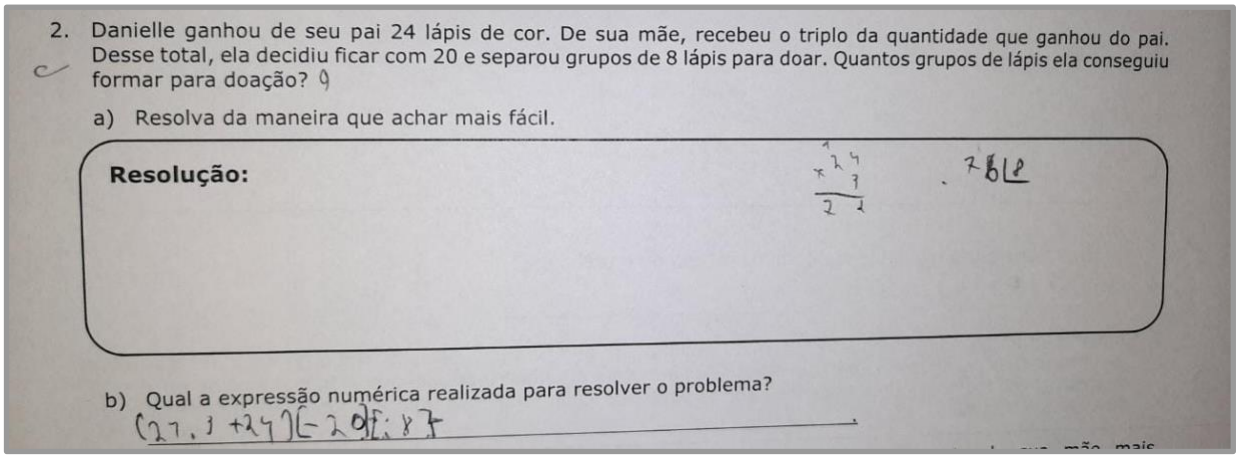


Fonte: autoras da presente pesquisa.

Destaca-se ainda que o estudante realiza todas as operações corretamente; no entanto, indica em sua resposta que sobram 5 lápis. O resto da divisão é 4, o que indica que o estudante considerou a casa decimal como a quantidade de lápis que sobraram. Nesse sentido, a casa decimal indica que poderiam ser formados nove grupos e meio, e não a quantidade de lápis que sobrou.

No que diz respeito à significância, quando é possível visualizar em uma resolução a discriminação das unidades significantes de uma representação, percebe-se uma perspectiva de apreensão do que ela exprime. Assim, na Figura 8, nota-se a operação de conversão (letra a), com poucos registros intermediários dessa conversão, ou seja, poucos algoritmos de resolução. Destaca-se, contudo, que o estudante indica os 9 grupos como resposta, mas não menciona o resto da divisão, podendo ser considerada uma resposta incompleta.

Figura 8 - Resolução com poucos registros intermediários de conversão.

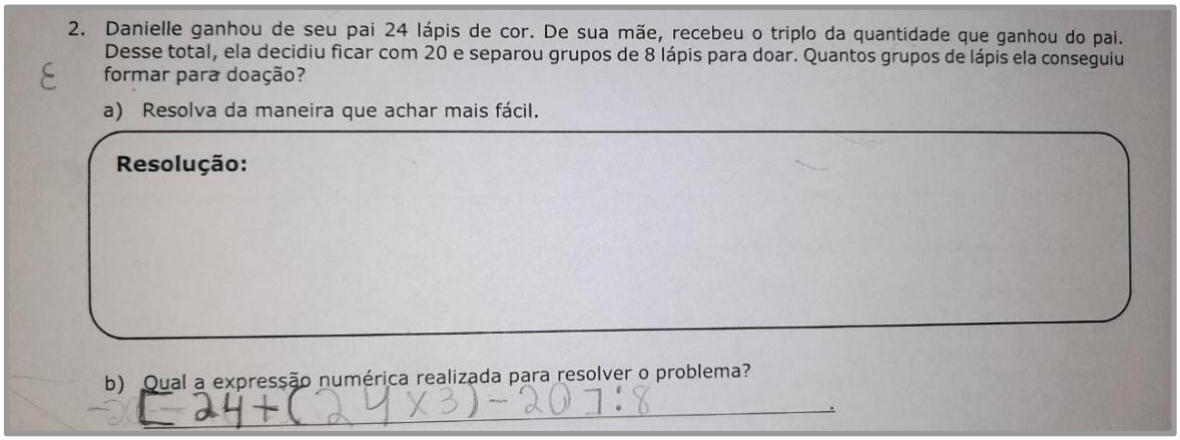


Fonte: autoras da presente pesquisa.

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

Por outro lado, na Figura 9, a letra ‘a’ está em branco e há apenas uma operação de conversão registrada na letra ‘b’, sem seu tratamento matemático. Observou-se que não há explicitação de nenhum registro intermediário de conversão; no entanto, a operação semiocognitiva de conversão ocorre, pois cada elemento significante da expressão — cada conversão — tem os seus sinais e símbolos de associação organizados matematicamente, operando para que haja uma possibilidade de coordenação.

Figura 9 - Resolução sem registros intermediários de conversão.



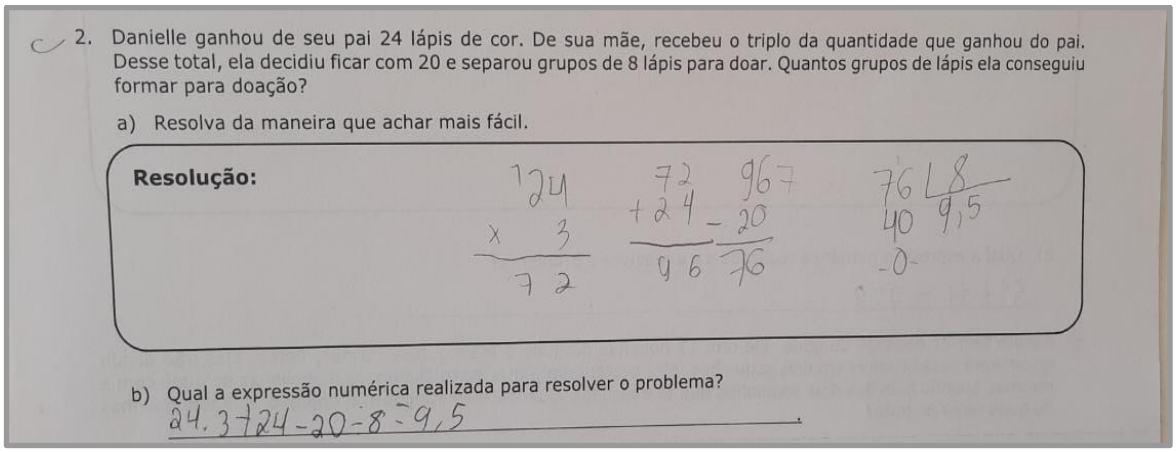
Fonte: autoras da presente pesquisa.

A discriminação das unidades significantes exerce uma forte influência na operação de tratamento, em que cada sistema semiótico tem suas regras próprias de formação e de procedimento, permitindo que essa discriminação seja anunciada e que, logo após, também seja fundamentada para a operação coordenada de conversão entre registros.

É considerável, portanto, que a formação de representações semióticas respeite as regras próprias do sistema aplicado. Sendo assim, quando a resolução não utiliza os sinais de associação corretamente, conforme a Figura 10, há uma falha não somente por motivos de comunicação, mas também por não tornar plausível a utilização dos meios de tratamento que o sistema semiótico empregado oferece. Assim, pode-se afirmar que não foram utilizadas regras de conformidade (Duval, 1995).

Figura 10 - Resolução sem uso das regras de conformidade.

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional



Fonte: autoras da presente pesquisa.

Conceber que as regras de conformidade são parte integrante e importante na aprendizagem do sistema semiótico em uso possibilita um adiantamento da matemática, como mostra variada de sistemas semióticos criados. Contudo, mesmo a resolução apresentada na Figura 10, que exibe essa falha, verificou-se que houve um registro correto de conversão para a linguagem matemática. Destaca-se, com isso, que a conversão do enunciado para a expressão numérica, passando por um registro auxiliar, pode auxiliar na conversão, bem como na compreensão das regras de funcionamento do registro de chegada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste texto, teve-se como objetivo analisar o desempenho dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental em situações mistas, especialmente a conversão do enunciado em língua natural para algoritmos aditivos e multiplicativos, enquanto representação auxiliar, e a conversão para o uso da expressão numérica enquanto representação de chegada. Também buscou-se investigar o tratamento realizado pelos estudantes nos diferentes registros matemáticos utilizados.

Nesse sentido, foi aplicado um teste de sondagem contendo seis situações mistas com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. A análise discutida neste texto foi da segunda questão do teste, pois envolve uma situação com as quatro operações matemáticas, bem como símbolos de associação na expressão numérica correspondente. Diante dos resultados encontrados, é possível destacar que os estudantes do 6º ano que responderam à situação mista proposta no teste apresentaram um desempenho razoável,

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

uma vez que 41,3% deles responderam à situação por meio de um raciocínio correto. Os 58,7% que não apresentaram resposta correta erraram, em sua maioria, especificamente em alguma etapa da situação, esquecendo de realizar alguma operação, por exemplo.

Apenas 14 estudantes, ou seja, 9,3% dos que responderam ao teste, não realizaram a conversão para uma expressão numérica, realizando apenas a primeira conversão solicitada (do enunciado para algoritmos aditivos e multiplicativos). Esses estudantes provavelmente ainda não estão familiarizados com a representação de chegada solicitada.

Destaca-se que 47 estudantes (31,3%) realizaram as duas conversões solicitadas na situação, explicitando as operações matemáticas realizadas, bem como a expressão numérica correspondente. Além disso, houve estudantes que não precisaram responder à situação por meio da representação auxiliar (algoritmos aditivos e multiplicativos), partindo direto para a expressão numérica, caracterizada neste estudo como representação de chegada. Para esses estudantes, o registro transitório já não era mais necessário, de modo que a expressão numérica se configurou como o registro único, em função de ser mais rápido e prático.

Dos erros apresentados, percebe-se também a dificuldade com o tratamento dos algoritmos, da tabuada ou ainda com os sinais de associação que deveriam ser utilizados na expressão numérica. Os dois primeiros erros citados fazem com que os estudantes cheguem a um resultado incorreto. Porém, os erros com os sinais de associação nem sempre levam ao resultado incorreto, pois os estudantes realizam as operações na ordem correta, apenas esquecem de usar os parênteses e colchetes para indicar essa ordem.

Diante disso, foi possível concluir que os estudantes do 6º ano pesquisados possuem desempenho satisfatório ao resolver situações mistas, demonstrando um razoável conhecimento sobre expressões numéricas, ainda com alguma dificuldade, especialmente com os sinais de associação necessários para que as regras de conformidade desse registro sejam respeitadas. Neste estudo, acredita-se que a situação mista analisada favoreceu o desempenho dos estudantes na apresentação da representação de chegada (expressão numérica), especialmente por meio da solicitação de resolução com representações auxiliares (algoritmos), uma vez que esse processo pode ajudar os estudantes no entendimento da notação da expressão numérica, bem como na compreensão dos sinais de associação necessários para essa representação.

REFERÊNCIAS

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília, DF,1998.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.

DAMM, Regina. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática:** Registros de Representação semiótica. Campinas, SP: Papirus. 2003

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 5, p. 35-65, 1993.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**. Berna: Peter Lang. 1995.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). (FascículoI)/ Raymond Duval. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira - São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar Matemática de outra forma** – Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis, v. 07, n.2, p. 266 - 297, 2012.

FREITAS, Handus Silva. **Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental**. (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação - PPGE, UFMT. Cuiabá. 2014

MIRANDA, C. A. Situações-problemas que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais. 2019. 158f. **Dissertação** (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel.

MORETTI, Méricles; BAERLE, Lucilene. O uso de Representações Auxiliares na Aprendizagem Matemática: Um Olhar Semiocognitivo segundo Raymond Duval. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.24, n.1, p.582 - 610, 2022

PAIM, Marcio Antônio de Souza. **Um Objeto de Aprendizagem Como Proposta Didática Para a Aprendizagem das Expressões Numéricas com Decimais**. (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós Graduação Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação – GESTEC, UNEB. Salvador. 2018

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional

PASSONI, João Carlos; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça: Revisitando problemas aditivos de Vergnaud de 1976. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.): **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação semiótica. Campinas, SP: Papirus. 2003

RODRIGUES, Carla; REZENDE, Veridiana. Problemas mistos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática** – EPREM 2019

RODRIGUES, Carla; REZENDE, Veridiana. Problemas mistos em livros didáticos: uma classificação com base na teoria dos campos conceituais. **Revista de Educação em Ciências e Matemática**. v.17, n. 39, p. 271-287, 2021

SILVA, Mariana do Nascimento; MONTENEGRO, Juliana Azevedo. Conversão e tratamento de registros de representações semióticas: resoluções de situações-problema com conversão de expressões numéricas. **Anais do VIII Encontro de Pesquisa Educacional em Pernambuco** – EPEPE. Campina Grande: Realize Editora, 2022.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, 1. p. 75-90. 1986.

VERGNAUD, Gérard. **El niño, las matemáticas y la realidad** - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Mexico: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. **A Criança, a matemática e a Realidade**. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

Submetido *em 04/12/2023.*

Aprovado *em 31/10/2024.*

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons Atribuição (CC BY) 4.0 Internacional