

O ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS: UM OLHAR SOBRE A ABORDAGEM NOS LIVROS DIDÁTICOS

Michaelle Renata Moraes de Santana

Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil
mikarmoraes@hotmail.com

Rute Elizabete Souza de Rosa Borba

PhD
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil
resrborba@gmail.com

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar a abordagem do tópico probabilidade em livros didáticos de Matemática de anos iniciais do Ensino Fundamental. Foram analisados 11 livros do 5º ano, do Guia do Plano Nacional do Livro Didático de 2006. Evidenciou-se que as maneiras mais utilizadas para a introdução da probabilidade são associadas às ideias de *porcentagem*, de *fração* ou de *Combinatória*. Observou-se, ainda, que cinco noções foram explicitamente abordadas: *chance*, *probabilidade*, *experimento aleatório*, *previsão* e *tentativa*, sendo a de chance a mais frequente, mas nenhuma coleção abordou todas essas noções. Quanto aos tipos de atividades, as mais frequentes foram as do tipo situações-problema, sendo 50% dos problemas apresentados apenas com o enunciado e sem nenhum tipo de representação simbólica auxiliar, além da escrita. Conclui-se que, em geral, os livros didáticos não exploram amplamente a probabilidade, pois o fazem de forma fragmentada, sem motivar o aluno para a aprendizagem deste conceito.

Palavras-Chave: Probabilidade. Anos Iniciais. Ensino Fundamental. Livros Didáticos. Atividades Propostas.

TEACHING PROBABILITY IN EARLY SCHOOL YEARS: A LOOK AT THE APPROACH IN TEXTBOOKS

Abstract

This article aims to analyze the approach to probability in Mathematics textbooks of the early years of Elementary School. 11 books of the 5th year of the National Textbook Plan Guide of 2006 were analyzed, It was observed that the ways commonly used for the introduction of probability are associated with the ideas of *percentages*, *fractions* or *Combinatorics*. There were also five notions that were explicitly addressed: *chance*, *probability*, *random experiment*, *prediction* and *trial*, with chance being the most frequent, but no collection addressed all of these notions. As for the types of activities, the most frequent were problem

situations, with 50% of the problems presented only with the statement and without any auxiliary symbolic representation, in addition to writing. We conclude that, in general, textbooks do not explore probability widely, because it is presented in a fragmented way, without motivating the student to learn this concept.

Keywords: Probability. Early Years. Elementary School. Textbooks. Activities Proposed.

A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE PROBABILIDADE

A formação básica em *probabilidade* torna-se indispensável ao educando nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações cotidianas. O entendimento da probabilidade requer um pensamento mais elaborado, permitindo a análise de situações, o levantamento de possibilidades e o julgamento do que seja provável, improvável e impossível. Nesse sentido, o ensino da probabilidade pode promover o desenvolvimento da capacidade crítica e da autonomia, assim como o entendimento de outros conteúdos matemáticos trabalhados na escola, tais como a classificação sistemática e a Combinatória.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) propõem um eixo de aprendizado denominado Tratamento da Informação que inclui a Estatística, a Probabilidade e a Combinatória como conteúdos matemáticos de muita importância. Os PCN recomendam o trabalho com o Tratamento da Informação com a finalidade de que o estudante construa procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e outras representações, e que seja capaz de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos. Para a interpretação do cotidiano se fazem necessários, portanto, conhecimentos estatísticos, combinatórios e probabilísticos.

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2014), no Caderno que trata da Educação Estatística, aponta para a importância do estudo de probabilidades, uma vez que, em nosso cotidiano, os Direitos de Aprendizagem para os anos iniciais indicam a necessidade de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos e que o trabalho com as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, deve ocorrer em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos.

Nessa perspectiva, no Ensino Fundamental, os professores devem promover uma formação na qual os estudantes pensem a respeito de diferentes questões e estabeleçam adequadamente estratégias e técnicas para solucionar problemas que permeiam sua vida – a

qual inclui situações prováveis, improváveis e impossíveis, com as quais é preciso aprender a lidar. Conhecimentos de probabilidade, assim, são essenciais e cabe à escola auxiliar os alunos no desenvolvimento de seus raciocínios probabilísticos.

Por isso, ensinar conceitos probabilísticos na escola é de extrema importância para o cidadão hoje, cuja relação com o mundo supera a sua própria capacidade de lidar com as certezas, ultrapassando, assim, ao âmbito das incertezas, contribuindo para o exercício pleno da cidadania com responsabilidade social na tomada de decisões. Sem esta compreensão, os estudantes não são capazes de julgar de forma adequada o meio que os cerca e podem se deixar levar por informações distorcidas da realidade.

Dessa forma, faz-se necessário que a escola estimule, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, a formação de conceitos de natureza probabilística, proporcionando aos estudantes uma aquisição de conhecimentos menos compartimentalizados, ou seja, explorando os conceitos probabilísticos, envolvendo outros diferentes conceitos. Para isso, é fundamental que os professores, em suas práticas, desenvolvam conceitos mais amplos através de experiências que permitam aos educandos fazerem observações e tirem conclusões, desenvolvendo, assim, o pensamento científico, fundamental para suas formações.

Oliveira e Cazorla (2008) e Lopes (2005) afirmam que é papel da escola proporcionar a formação de conceitos estatísticos e probabilísticos que auxiliarão no exercício da cidadania, pois há necessidade de o indivíduo compreender as informações veiculadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam na sua vida pessoal e na de sua comunidade. Argumenta-se que para isso é preciso que o ensino das noções probabilísticas utilize uma metodologia pela qual se incentive o educando a descobrir as distintas interpretações dos fatos, estimulando-o à descoberta, à invenção, por meio de propostas de problemas concretos e da realização de experimentos reais e/ou simulados.

Baseando-se nessas ideias, nosso estudo buscou refletir sobre o ensino proposto desta temática, sobretudo porque acredita-se que no mundo das informações, no qual estamos inseridos, torna-se cada vez mais cedo o acesso dos indivíduos a questões sociais e econômicas em que a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória, possibilitando a identificação de resultados possíveis desses acontecimentos.

É através de afirmações como estas – que defendem o ensino da probabilidade desde cedo e que apresentam argumentos em favor da abordagem deste conteúdo nos anos iniciais de escolarização – que desenvolvemos o presente estudo.

Assim, o objetivo da nossa pesquisa foi:

- Identificar como livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental abordam o conceito de *probabilidade*, observando se há uma preocupação dos autores em trabalhar esse conceito, considerando dimensões apontadas pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1986), ou seja, as situações que atribuem significado ao conceito, as propriedades e relações do conceito e as representações simbólicas que podem ser utilizadas para representar e operar com o conceito. Esta análise é importante, visto que os livros didáticos muitas vezes são os principais, senão os únicos, instrumentos de apoio do professor, sendo necessário verificar a amplitude da abordagem da probabilidade proposta nos anos iniciais de escolarização.

A INFLUÊNCIA DO LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Entre os vários materiais definidos para o trabalho do professor no cotidiano da sala de aula, os livros didáticos hoje se fazem bem presentes. Belfort e Mandarino (2004) afirmam que diversas pesquisas recentes parecem indicar que o livro texto é mais do que uma ferramenta de sala de aula para os professores de Matemática. Ele é também material de estudo e, muitas vezes, o único recurso com o qual o professor pode contar para lidar com as consequências de uma formação inicial que não oferece abordagens para o ensino de todos os conteúdos curriculares de Matemática.

O livro didático tem um papel destacado na sala de aula, pois orienta o professor sobre conteúdos a serem ensinados em cada nível e ano escolar e também indica como abordar cada conceito em particular. Como afirmam Carvalho e Lima (2010, p. 15), “o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado, no nosso caso, a Matemática; os métodos adotados para que os alunos consigam aprendê-lo mais eficazmente; e a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade”.

Apesar da importância do livro didático no trabalho em sala de aula, o Guia de Livros Didáticos do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2006 ressalta que o mesmo tem papel fundamental no processo de ensino e de aprendizagem, mas que ele não deve ocupar o papel central desse processo, assim como “não deve ser o único suporte do trabalho

pedagógico do professor. É sempre desejável buscar complementá-lo, seja para ampliar suas informações e as atividades nele propostas ou contornar suas deficiências, seja para adequá-lo ao grupo de alunos que o utilizam” (BRASIL, 2006, p. 9-10).

Torna-se relevante, então, analisar como livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental abordam o conceito de *probabilidade*, identificando quais noções são trabalhadas pelos autores e se são propostas atividades que tenham a resolução de problemas como eixo central, numa visão ampla em torno de situações e noções trabalhadas, bem como de representações simbólicas utilizadas.

O ENSINO DE PROBABILIDADE: NOÇÕES BÁSICAS

Diversas pesquisas apresentam reflexões relacionadas às noções básicas de probabilidade. Morgado, Pitombeira, Carvalho e Fernandez (2004), em estudo sobre a Teoria da Probabilidade, discutem conceitos básicos da mesma. Segundo esses autores, *fenômenos aleatórios* acontecem constantemente em nossa vida diária e o que os diferencia de um *experimento determinístico* é que os primeiros são experimentos que, repetidos sob as mesmas condições, produzem resultados geralmente diferentes, já o segundo é um experimento que, quando repetido em condições semelhantes, conduz a resultados essencialmente idênticos.

Morgado et al. (2004) apresentam a probabilidade como um quociente do número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis. Para compreender a probabilidade a partir dessa definição, os autores dão destaque para dois conceitos – o de *espaço amostral* e o de *evento*. Segundo esses autores, o *espaço amostral* é um conjunto de possíveis resultados de um experimento e os elementos do espaço amostral são chamados *eventos* elementares.

Coutinho (1994), ao discutir a respeito das noções necessárias para a compreensão da probabilidade, apresenta a noção de *espaço amostral* e *evento* como necessários para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Coutinho teve como objetivo identificar como se dá a aquisição dos primeiros conceitos de *probabilidade* utilizando a visão frequentista proposta por Bernoulli, que coloca em evidência a dualidade do enfoque deste conceito: razão entre número de casos favoráveis e o número total de casos ou estimativa de seu valor obtida pela observação da frequência experimental.

No que se refere às noções básicas de probabilidade, ao analisarmos a pesquisa realizada por Coutinho (1994), identificamos que a autora apresenta algumas noções

necessárias como ponto de partida para o ensino do cálculo de probabilidade como: conceito de *acaso e probabilidade*, noções de *experiência aleatória, espaço amostral e frequência de um evento simples*.

Segundo Azcárate, Cardeñoso e Pórlan (1998), o núcleo do conhecimento probabilístico é a noção de *aleatoriedade*, que, por ser considerada habitualmente como um conceito óbvio, seu significado nem sempre é analisado com profundidade. Para esses autores, a compreensão do sucesso aleatório tem sido um elemento chave na compreensão e no desenvolvimento histórico do conhecimento probabilístico e uma clara compreensão do conceito de aleatoriedade é de crucial importância para dominar certos conceitos probabilísticos e estatísticos.

Seguindo a linha de pensamento proposta por Azcárate, Cardeñoso e Pórlan (1998), em relação à noção de aleatoriedade, Viali e Oliveira (2010) defendem que o *experimento aleatório* é um conteúdo base e serve como ponto de partida para a caracterização dos demais conceitos probabilísticos. A partir dele é caracterizado o *espaço amostral* e, a partir desse, os *eventos*.

No estudo realizado por Novaes e Coutinho (2009), as autoras discutem sobre as primeiras noções de probabilidade. Afirmam que em nosso cotidiano estamos cercados de fenômenos que são devidos ao acaso, nos levando a tomar decisões. Sendo assim, as autoras defendem que a Teoria das Probabilidades estuda os fenômenos que envolvem a *aleatoriedade*, ou seja, a ação do acaso.

De acordo com o estudo de Novaes e Coutinho (2009), não podemos calcular o resultado de um experimento aleatório com precisão, no entanto, podemos determinar o grau de incerteza na sua ocorrência, ou seja, a *probabilidade*. A partir dessa definição de probabilidade, as autoras explicam que o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório é denominado de *espaço amostral* e que cada um desses resultados recebe o nome de *evento*.

Bryant e Nunes (2012) realizaram levantamento de estudos sobre como as crianças compreendem a probabilidade. Os autores apontam que são exigidas das crianças quatro demandas cognitivas para a compreensão da probabilidade: *entendimento da aleatoriedade, saber identificar o espaço amostral, comparar e quantificar probabilidades e estabelecer correlação ou relação entre eventos*.

Segundo Novaes e Coutinho (2009), ao se introduzir o conteúdo de probabilidade, se faz necessário explorar alguns conceitos indispensáveis para o entendimento do mesmo, quais

sejam: *aleatoriedade*, *experimento aleatório*, *espaço amostral*, *evento* e distinção entre os diferenciados enfoques na determinação da probabilidade, as quais os professores de anos iniciais precisam conhecer e entender e, também, terem consciência de formas como podem trabalhar essas noções – não necessariamente usando os termos formais, mas em atividades apropriadas às crianças em início de escolarização. Essas atividades podem ser as sugeridas em livros didáticos de anos iniciais e podem ser, também, buscadas em outras fontes.

O conjunto de estudos relatados aponta que as diversas noções básicas – tais como aleatoriedade, acaso, chance, determinismo, possibilidade, previsão, tentativa, espaço amostral, evento, equiprobabilidade, frequência, condicionalidade – não têm sido, de modo geral, adequadamente abordados nos currículos de formação de professores e de alunos, e nos recursos disponíveis – tais como os livros didáticos. Dessa forma, o ensino da Probabilidade fica limitado e, em consequência, a formação dos alunos nesse conteúdo é prejudicada.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para o desenvolvimento do estudo foram realizados os seguintes procedimentos:

- Seleção, de forma aleatória, de 11 coleções¹, que tivemos acesso, dentre as aprovadas pelo PNLD 2007, denominadas de A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e L. Foram selecionados para análise apenas livros de 5º ano, pois as estruturas multiplicativas são, em geral, enfatizadas a partir do 4º ano de escolarização e espera-se que no 5º ano a *probabilidade* seja abordada de forma um pouco mais aprofundada.
- Verificação, tanto no livro do aluno quanto no manual do professor, de como é introduzido o conceito de *probabilidade*, que noções são abordadas acerca desse conceito, que tipos de atividades são propostas e quais representações simbólicas são utilizadas.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

COMO É INTRODUIDO O CONCEITO DE PROBABILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS DE ANOS INICIAIS

Dos 11 livros do 5º ano analisados, observamos que apenas na Coleção I não foi apresentada nenhuma abordagem referente ao conceito de probabilidade. Nas demais

¹ Bueno e Leite, 2004; Giovanni e Giovanni Junior, 2005; Isolani, Bôas, Anzzolin e Melão, 2005; Longen, 2001; Marsico, Cunha, Antunes e Neto, 2004; Padovan, Guerra e Milan, 2001; Passos e Passos, 2005; Sanches, Liberman e Wey, 2004; Soares, 1998; Starepravo, 2004; Tosatto, Tosatto, Peracchi e Estephan, 2004.

coleções, mesmo que de maneira fragmentada ou não aprofundada, encontramos algumas poucas atividades que abordam o conceito de probabilidade.

Na Coleção J ao tratar da porcentagem, no final do respectivo capítulo, associa-se o conceito de probabilidade a experimentos aleatórios, exemplificando esse conceito com o lançamento de moeda em início de jogos de futebol para sortear o time a iniciar a partida, não apresentando após essa definição nenhuma atividade para o aluno. A abordagem desta coleção é apresentada na Figura 1.

Na coleção J, apresentou-se no volume do 5º ano o conceito de porcentagem vinculado ao raciocínio probabilístico. Podemos observar a busca da associação entre a porcentagem com a probabilidade, uma vez que fica implícito o que pode ser trabalhado pelo professor, a porcentagem de sair cara (50%) ou coroa (50%) no lançamento de uma moeda. Salientamos que o conceito de porcentagem é uma ferramenta matemática necessária à construção do conceito de probabilidade e às experiências aleatórias, pois probabilidades são muitas vezes expressas em forma de porcentagens.

Figura 1: Exemplo da introdução, na Coleção J, do conceito de probabilidade associado a experimento aleatório


Probabilidade

Probabilidade é uma maneira de medir as possibilidades de ocorrer cada um dos resultados possíveis de um experimento aleatório.

Veja o exemplo:

Nos jogos de futebol, os juízes lançam uma moeda no ar para que as equipes possam fazer a escolha do lado do campo em que irão jogar e saber qual delas dará início à partida.

A escolha com o resultado do lançamento da moeda é justa, já que só há possibilidade de sair dois resultados: “cara” ou “coroa”. Logo, as duas equipes têm as mesmas chances.



Nas Coleções C e F, ao se abordar o estudo de frações e sua representação (as partes de uma quantidade inteira), propõe-se, no volume correspondente ao 5º ano, apenas uma atividade (lançamento de moeda) na qual é apresentado o conceito de chance. Pode-se observar, na Figura 2, uma destas atividades. À semelhança da associação da probabilidade


com a porcentagem, associar com a representação fracionária também pode auxiliar no desenvolvimento da compreensão do conceito de probabilidade, uma vez que é também uma forma válida de representar o conceito.

Figura 2: Exemplo da introdução, na Coleção F, do conceito de probabilidade associado à ideia de chance e à representação fracionária

4 Você vai lançar uma moeda para cima!
Responda em seu caderno:

a) Qual é a fração que representa a chance de ocorrer cara?
A fração é $\frac{1}{2}$, ou seja, 1 chance em 2 resultados possíveis.

b) Qual é a fração que representa a chance de ocorrer coroa?
A resposta é a mesma do item a.




Calcular as chances significa verificar a probabilidade de um fato acontecer.

Nas Coleções A e B, utiliza-se, no estudo de Combinatória, a noção de *possibilidades* para apresentar exemplos de situações do cotidiano que não apresentam um resultado previsível, levando o aluno a reconhecer que existem situações em que não podemos prever, com exatidão, o resultado, definindo esses eventos de *aleatórios*. Apresentam-se, assim, termos utilizados para falar sobre a chance de algo acontecer: *impossível*, *provável*, *pouco provável*, *certo* e *possibilidades*. Exemplos desta abordagem são apresentados na Figura 3.

Figura 3: Exemplos de introdução, na Coleção B, do conceito de probabilidade associado a possibilidades


Daniela está esperando um bebê.



Daniela tem duas possibilidades: ter um menino ou ter uma menina, mas, até este momento, ela ainda não sabe o que vai acontecer.

O eixo Tratamento da Informação é explorado ao longo de toda esta coleção na apresentação de dados para a solução de problemas, na coleta de informações e registro dos dados coletados ou na produção de textos a partir das informações que constam de gráficos e tabelas. Expandindo esse tema, retomamos o estudo das possibilidades e introduzimos o estudo das probabilidades dando ao aluno novas habilidades para entender e interpretar as informações que vê todos os dias nos diferentes meios de comunicação.

O juiz está sorteando quem deve começar o jogo.




O juiz sabe que no sorteio sairá cara ou coroa.

Nas Coleções D, G e H, inicia-se o estudo da probabilidade propondo um jogo (jogo do seixo, jogo da moeda, jogo da senha, respectivamente), com a intenção de levar o aluno a refletir sobre as possibilidades de ganhar/perder o jogo, sobre a incerteza do que pode acontecer no jogo, as previsões que podem ser realizadas acerca do jogo e a realização de experimentações para testar o que pode resultar no jogo. Viali e Oliveira (2010) afirmam que os autores dos livros didáticos permanecem introduzindo o conceito de probabilidade a partir da ideia original desse conceito, ou seja, os jogos de azar. Desta maneira, os livros não estariam seguindo a orientação proposta pelos PCN que seria fazer o aluno vivenciar situações próximas à sua realidade, permitindo o reconhecimento da diversidade que o cerca e com a capacidade de ler e atuar nessa realidade. Na Figura 4, na Figura 5 e na Figura 6 são apresentados os jogos que seguem esta abordagem.

Figura 4: Exemplo da introdução, na Coleção D, do conceito de probabilidade por meio de experimentações no Jogo dos Seixos

Observe:



As chances de se tirar um seixo preto, em cada uma das caixas, não é a mesma.
Vamos testar?

8. Coloque 7 pedaços de papel amassado, 4 brancos e 3 pretos, dentro de uma caixa.
Sem olhar, retire um dos pedaços de papel de dentro da caixa, anote a sua cor e recolque-o na caixa, balançando-a para que os papéis se misturem.
Faça isso 50 vezes e, em todas elas, anote em seu caderno a cor do papel retirado.
Em seguida, faça a mesma coisa, colocando na caixa 4 pedaços de papel, 1 preto e 3 brancos, e retirando 1 pedaço 50 vezes. Registre os resultados.
Em qual das situações (na 1ª ou na 2ª) você tirou mais vezes um papel preto de dentro da caixa? Seus colegas obtiveram o mesmo resultado que você?

Figura 5: Exemplo da introdução, na Coleção G, do conceito de probabilidade por meio de experimentações no Jogo das Moedas

Nestas atividades, você terá de pensar na possibilidade de algo acontecer e, em seguida, fazer uma experiência para testá-la.

Jogando moedas



1. Se você jogar uma moeda para o alto, que faces poderão cair viradas para cima? Escreva em seu caderno. *Coroa ou cara.*
2. Se você jogasse 10 vezes a moeda, quantas vezes acha que cada face sairia? Explique o porquê em seu caderno.
3. Pegue uma moeda e jogue-a 10 vezes para o alto, marcando em seu caderno cada resultado obtido. O que aconteceu? *Resposta pessoal.*
4. Junte-se a mais 4 colegas e somem o total de jogadas e de caras e coroas obtidas por vocês no exercício 3. Anote em seu caderno. *Resposta pessoal.*

Figura 6: Exemplo da introdução, na Coleção H, do conceito de probabilidade por meio de experimentações no Jogo da Senha

Jogo de Senha

Este jogo envolve um segredo, uma senha que deve ser descoberta. É uma senha numérica. Leia os quadrinhos e o texto para entender como se joga.

- Veja a folha de anotações de Gabriel e Natália.

Tentativas		Dicas	
1	3	4	😊 😞

O número que Gabriel pensou foi 103 e as dicas que ele deu foram:

- 😊 Tem um algarismo certo no lugar certo (no caso, o 1).
- 😞 Tem um algarismo certo no lugar errado (no caso, o 3).

São apenas duas dicas e isso significa que o outro algarismo do número que a Natália disse não aparece no número que Gabriel pensou (no caso, o 4).

Entendeu como funciona? Veja mais um pouco e converse com seus colegas e sua professora sobre o jogo de Natália e Gabriel.

Orientações para o trabalho:
Sobre o Jogo de Senha, leia o texto auxiliar na Seção de Jogos do Manual do Professor(a).

Essas abordagens se encontram na direção proposta por Batanero e Godino (2002), que apresentam como uma das orientações sobre como ajudar as crianças no desenvolvimento do raciocínio probabilístico a de proporcionar uma ampla variedade de experimentações que

permitam observar os fenômenos aleatórios e diferenciá-los dos determinísticos que são aqueles que, ao serem repetidos nas mesmas condições, conduzem ao mesmo resultado.

Por fim, dentre as coleções analisadas, apenas na E e na L iniciou-se o estudo de probabilidade, no volume correspondente ao 5º ano, propondo situações-problema para o aluno resolver. Um exemplo desta abordagem é apresentado na Figura 7, na qual a situação-problema envolve a ideia de chance maior e menor.


Figura 7: Exemplo da introdução, na Coleção E, do conceito de probabilidade por meio de situação-problema envolvendo a ideia de chance maior e menor

1. Júlia ganhou um bicho de pelúcia e vai rifá-lo, a fim de comprar alimento para uma creche. Ela quer arrecadar R\$ 72,00 com a venda de 60 bilhetes.

a) Quanto deve custar cada bilhete?
R\$ 1,20

b) Quantos bilhetes uma pessoa terá de comprar, no mínimo, para ter mais chances de ganhar do que de perder? 31 bilhetes.

Estimule a troca de idéias sobre se vale a pena comprar os 31 bilhetes.



Quem comprar apenas 1 bilhete terá pouca chance de ganhar, pois haverá mais 59 bilhetes em sorteio. Comprando 20 bilhetes, as chances aumentam; porém, as chances de perder ainda são maiores, pois são 20 contra 40.

Na coleção L, na situação-problema proposta, solicita-se que o estudante responda qual é a probabilidade de se tirar uma bola preta de uma caixa na qual se encontram três bolas azuis, duas amarelas, uma verde, uma vermelha e uma preta. Solicita-se, ainda, que o estudante represente na forma fracionária a probabilidade de se tirar da caixa uma bola azul, uma bola amarela e uma bola verde, respectivamente.

Após o levantamento referente à introdução do conceito de probabilidade nos livros didáticos de anos iniciais, podemos afirmar que nas coleções analisadas introduz-se esse conceito levando em consideração dois aspectos: a) associado às ideias de porcentagem, de fração ou de possibilidades, a exemplo das coleções A, B, C, F e J; b) por meio de experimentos em jogos e de situações-problema associadas à ideia de chance, tomando como exemplo as coleções D, E, G, H e L.

Sendo assim, constatamos que nas coleções analisadas variadas formas de introdução foram utilizadas, enfatizando, em cada uma das coleções, aspectos distintos da probabilidade. Assim, é necessário que o professor busque formas de abordagem em diferentes coleções para que possa abordar o conceito de probabilidade de forma mais abrangente.

NOÇÕES PROBABILÍSTICAS ABORDADAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE ANOS INICIAIS

Com relação às noções abordadas nas atividades propostas pelos volumes examinados, foram identificadas as seguintes: *chance*, *probabilidade*, *experimento aleatório*, *previsão* e *tentativa*.

Na Tabela 1, pode-se verificar o percentual de presença das noções abordadas nas coleções analisadas. Esse levantamento foi realizado a partir do exame das 66 atividades propostas nos livros analisadas.

Tabela 1: Percentual e número de coleções, por tipos de noções abordadas no volume correspondente ao Ano 5

	CHANCE	PROBABILIDADE	EXPERIMENTO ALEATÓRIO	PREVISÃO	TENTATIVA
%	81,8%	45,4%	9,0%	9,0%	9,0%
Total de Coleções	9	5	1	1	1

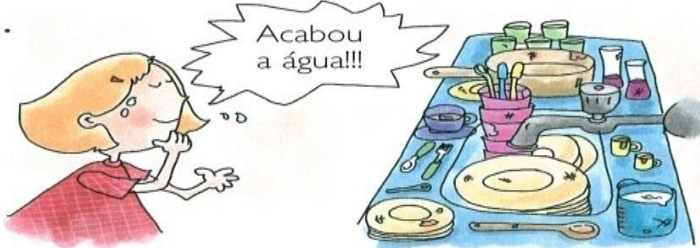
Constata-se que entre as noções abordadas nas coleções analisadas, a noção de *chance* possui o maior percentual, pois esteve presente em 9 das 11 coleções. Podemos verificar um exemplo dessas atividades na Figura 8. Em geral, os autores consideram valioso mostrar às crianças os raciocínios que envolvem a noção de chance e possibilidade, no entanto ao introduzir o conceito de chance, a linguagem probabilística esteve ausente por não se utilizar a palavra probabilidade.

Figura 8: Exemplo de atividade, na Coleção A, que aborda a noção de chance

Discutindo chances

Responda aos exercícios 1 a 3 no caderno.

► 1.



Renata tem chance de lavar a louça agora? *Não*

TIPOS DE ATIVIDADES ENVOLVENDO PROBABILIDADE PROPOSTAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE ANOS INICIAIS

Na Tabela 2 pode-se observar os percentuais dos tipos de atividades por coleção (no volume correspondente ao 5º ano de escolarização). Percebe-se que as atividades que possuem um maior percentual são as do tipo situações-problema, seguidas de jogos e, por fim, de experimentações.

Tabela 2: Percentual (número) de tipos de atividade propostas por coleção, no volume correspondente ao Ano 5

	Situação-problema	Experimentação	Jogo
Coleção A	16,6% (11)	0% (0)	0% (0)
Coleção B	13,6% (9)	1,5% (1)	3,0% (2)
Coleção C	3,0% (2)	0% (0)	0% (0)
Coleção D	1,5% (1)	1,5% (1)	1,5% (1)
Coleção E	9,0% (6)	0% (0)	0% (0)
Coleção F	4,5% (3)	0% (0)	3,0% (2)
Coleção G	10,6% (7)	9,0% (6)	0% (0)
Coleção H	0% (0)	0% (0)	6,0% (4)
Coleção I	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção J	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção L	15,1% (10)	0% (0)	0% (0)
Total	74,2% (49)	12,1% (8)	13,6% (9)
Total de problemas: 66			

Observa-se que o percentual de atividades do tipo experimentação foi pequeno em relação ao percentual de atividades do tipo situação-problema. Segundo a perspectiva de Muniz e Gonçalves (2005), um instrumento eficaz para a aprendizagem de probabilidade é o enfoque experimental, pois permite ao aluno construir o significado do conceito que lhe é

apresentado. Dessa forma, as coleções, em seus volumes correspondentes ao 5º ano de escolarização, não estão considerando a devida importância à experimentação no estudo da probabilidade.

REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS UTILIZADAS EM ATIVIDADES DE PROBABILIDADE DE LIVROS DIDÁTICOS DE ANOS INICIAIS

A Tabela 3 mostra os percentuais de tipos de representações simbólicas utilizadas na apresentação das atividades identificadas nas coleções. Entre as 66 atividades analisadas, três tipos de representações simbólicas auxiliares foram utilizados: desenhos/fotografias, tabelas e gráficos. O maior percentual observado (50%) foi de problemas apresentados apenas com o enunciado e sem nenhum tipo de representação simbólica auxiliar, além da representação escrita.




Tabela 3: Percentual (número) de tipos de representações simbólicas apresentadas pelos problemas por coleção no volume correspondente ao Ano 5

	Apenas enunciado	Desenho, fotografias	Tabela	Gráficos	Árvore de possibilidades	Materiais Manipuláveis
Coleção A	1,5% (1)	15,1% (10)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção B	4,5% (3)	10,6% (7)	0% (0)	3,0% (2)	0% (0)	0% (0)
Coleção C	3,0% (2)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção D	1,5% (1)	3,0% (2)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção E	4,5% (3)	3,0% (2)	1,5% (1)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção F	4,5% (3)	3,0% (2)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção G	18,1% (12)	0% (0)	1,5% (1)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção H	3,0% (2)	0% (0)	3,0% (2)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção I	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção J	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Coleção L	9,0% (6)	6,0% (4)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Total	50% (33)	40,9% (27)	6,0% (4)	3,0% (2)	0% (0)	0% (0)

Na maioria dos problemas, como pode ser visto na Tabela 3, os autores não propõem a utilização de alguma representação específica para a resolução dos problemas (50%), deixando, dessa forma, que o estudante decida que representação ele prefere utilizar. Podemos verificar ainda que dentre os tipos de representações apresentadas 40,9% são do tipo desenho/fotografia (como nas Figuras 1, 3, 4, 5 e 6), 6,0% do tipo tabela e 3,0% do tipo gráfico. Exemplos desses tipos de representação são apresentados respectivamente nas Figuras 9 e 10.

Figura 09: Exemplo de atividade, na Coleção E, que utiliza a tabela como representação simbólica

5. Ana vai participar de três sorteios no colégio. Copie a tabela e escreva a fração que representa as chances que ela tem de ganhar, em cada situação, conforme o número total de alunos participantes:

SITUAÇÃO	TOTAL DE ALUNOS	CHANCES
Representante de turma	30	 $\frac{1}{30}$
Capitã de equipe	12	 $\frac{1}{12}$
Apresentadora do trabalho	15	 $\frac{1}{15}$

• Em qual situação Ana terá mais chance de ser sorteada? *Capitã de equipe.*

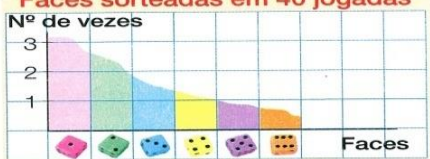
Figura 10: Exemplo de atividade, na Coleção B, que utiliza o gráfico como representação simbólica

2 Faça dupla com um colega. Juguem o dado 40 vezes.

a) Marque em seu caderno quantas vezes cada uma das faces apareceu, como indicado na lousa a seguir.

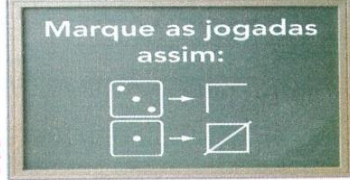
b) Construa em papel quadriculado um gráfico como o que foi feito abaixo. Represente nele o total de vezes que cada face saiu. Use um quadradinho para cada jogada.

Faces sorteadas em 40 jogadas



Se julgar adequado, sugira a reunião dos dados de todas as duplas e a elaboração de um gráfico "coletivo".

Marque as jogadas assim:



c) Qual a face que apareceu mais? E qual a que apareceu menos? *Resposta pessoal.*

d) Dê sua opinião: todas as seis faces têm a mesma chance de aparecer? *Resposta pessoal.*

Destacamos, ainda, a ausência de atividades com representações do tipo manipuláveis e árvores de possibilidades. Os materiais manipuláveis são formas de representações simbólicas que podem ajudar, de modo bastante significativo, os alunos a desenvolverem a apropriação do conceito, já que é possível um concreto manuseio das possibilidades que podem ser formadas para a resolução do problema. Árvores de possibilidades também são representações úteis por permitirem uma listagem sistemática de possibilidades.

COMO A PROBABILIDADE É ABORDADA NO MANUAL DO PROFESSOR DE LIVROS DIDÁTICOS DE ANOS INICIAIS

No que diz respeito à abordagem da probabilidade no Manual do Professor no volume do 5º ano das coleções analisadas, verificamos que nenhuma coleção apresentou orientações para o professor sobre como ajudar as crianças no desenvolvimento de seus raciocínios probabilísticos.

O que os manuais trazem é a organização dos conteúdos abordados na obra divididos em blocos (números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação). Dentro do bloco *tratamento da informação*, em geral, apresenta-se a proposta dos PCN e enfatiza-se a importância do ensino da probabilidade nos anos iniciais na formação de cidadãos críticos e reflexivos que saibam interpretar as informações produzidas cotidianamente, mas não se discute especificamente como desenvolver este ensino.

É relevante que os manuais mostrem outras propostas de atividades, além das do livro do aluno, para incentivar o professor a refletir sobre a importância de se explorar os conteúdos de diferentes formas, a fim de aumentar as possibilidades de compreensão dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento desse estudo, buscamos aprofundar nossos conhecimentos acerca do tema *probabilidade* na tentativa de analisar como os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental abordam esse conceito, identificando quais noções são trabalhadas pelos autores. De acordo com o que foi observado, podemos concluir que os livros didáticos, em geral, não exploram bem a probabilidade, pois o fazem muitas vezes de forma fragmentada, sem motivar o aluno para a aprendizagem deste conteúdo. A probabilidade é, em geral, introduzida em associação a outros conceitos e conteúdos, como frações, porcentagem e Combinatória, mas sem a devida importância ao conceito de probabilidade em si mesmo.

Consideramos que seria necessário que os livros didáticos favorecessem a construção do conceito de probabilidade a partir da compreensão de três noções básicas: percepção do acaso; ideia de experiência aleatória; e noção de probabilidade, noções essas que nem sempre se encontram presentes nos livros didáticos, conforme pudemos constatar nas coleções analisadas.

Salientamos, ainda, que os livros didáticos devem oferecer situações-problema e outras atividades que ofereçam mecanismos que possibilitem aos alunos a oportunidade de construir significativamente seus conhecimentos probabilísticos. Um percentual de 50% do total das atividades apresentadas nos volumes analisados é de situações-problema, mas outras

atividades – como experimentações e jogos – também deveriam se fazer presentes nas coleções.

A análise realizada aponta, ainda, que os livros devem apresentar uma maior variação no que diz respeito aos tipos de representações apresentadas pelos problemas, incentivando as crianças a representarem seus dados de formas diversificadas – tais como desenhos, tabelas, gráficos e árvores de possibilidades, bem como o uso de manipulativos.

É importante que os livros didáticos proponham atividades as quais possam propiciar que os alunos compreendam conceitos probabilísticos que os auxiliarão a compreender que a incerteza e a imprevisibilidade se fazem presentes no cotidiano das pessoas, compreensão esta que é uma exigência para o cidadão em seu processo de apreensão e ação na realidade.

Tudo isso nos leva a reconhecer a complexidade em compreender as noções probabilísticas e reforça a necessidade de mais pesquisas acadêmicas relacionadas ao ensino de probabilidade e suas noções básicas que fomentem o trabalho com o aleatório para a introdução ao conceito de probabilidade na Educação Básica.

REFERÊNCIAS

AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J. M.; PÓRLAN, R. Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. **Enseñanza de las ciencias**, Cádiz, v. 16, n. 1, p. 85-97, 1998.

BATANERO, Carmen; GODINO, Juan. **Estocástica y su didáctica para maestros**. Granada: Universidad de Granada, 2002.

BELFORT, Elizabeth; MANDARINO, Mônica Cerbella Freire. Como é escolhido o livro didático de matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: UFPE, 2004.

BRASIL. **Guia do livro didático 2007: Matemática: séries/anos iniciais do ensino fundamental**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística**, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. Children's understanding of probability. A literature review (full report). 2012. Disponível em: http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf. Acesso em: 26 set. 2015.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. **Escolha e uso do livro didático**. v. 17, p. 15-30. Brasília, 2010.

COUTINHO, C. **Introdução ao conceito de probabilidade pela visão frequentista** – estudo epistemológico e didático. 1994. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

LOPES, Celi. O desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 18, 2005, Campinas, LEM/IMECC/UNICAMP, **Anais...** 2005.

MORGADO, A. C.; PITOMBEIRA, J. C.; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

MUNIZ, Cristiano; GONÇALVES, Harryson. A educação estatística no Ensino Fundamental: discussões sobre a práxis de professoras que ensinam matemática no interior de Goiás. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, SBEM, v. 1, n. 18/19, p. 26-33, 2005.

NOVAES, D.; COUTINHO, C. **Estatística para a educação profissional**. São Paulo: Atlas, 2009.

OLIVEIRA, Silvana; CAZORLA, Irene. Ensinando probabilidades no ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, SBEM, v. 24, n. 13, p. 3-6, 2008.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 1, p. 75-90, 1986.

VIALI, Lori; OLIVEIRA, Paulo Iorque Freitas de. Uma Análise de Conteúdos de Probabilidade em Livros Didáticos do Ensino Médio. In: LOPES, Celi Espasandin; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; ALMOULOUD, Saddo Ag (Orgs.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. São Paulo: Mercado de Letras, 2010. p. 85-103.