

REVISTA

GEOMETRIA GRÁFICA

ENCONTRO DA OBRA DE HILMA AF KLINT COM A GEOMETRIA PROJETIVA: PERSPECTIVA ESTÉTICO – HOMOLÓGICA

IMPACT OF HILMA AF KLINT'S WORK WITH PROJECTIVE GEOMETRY
AESTHETIC – HOMOLOGICAL PERSPECTIVE

Isabel Xará França

Discente da Licenciatura em Expressão Gráfica
Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil
<https://orcid.org/0000-0002-4489-2253>
isabel.xara@ufpe.br

Andiara Valentina de Freitas e Lopes

Doutora em Desenvolvimento Urbano
Docente do Departamento de Expressão Gráfica
Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil
<https://orcid.org/0000-0003-2949-5847>
andiara.lopes@ufpe.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma reflexão sobre a aplicabilidade como ferramenta didática e possibilidade pedagógica de transformações projetivas, entre formas da 2ª espécie aplicadas sobre obras da artista sueca Hilma af Klint. A escolha se deu pelo fato de Klint ter sido negligenciada na história da arte, especialmente em relação ao seu estilo abstracionista *avant-garde*, cujo trabalho se destaca pelo uso de figuras geométricas com cores intensas. Neste sentido, a metodologia da pesquisa consiste na aplicação dos princípios do Teorema de Desargues e propriedades e construções homológicas em duas pinturas da artista: *They tens mainstay IV* (1907) e *Group VIII, no. 1* (1913). Ambas foram analisadas à luz da Geometria Projetiva a partir da utilização do software gráfico *Geogebra* como suporte. As obras foram selecionadas a partir de uma análise pessoal, processual e geométrica, devido às suas simetrias e formas mais distintas entre si, fazendo delas obras carregadas de simbolismo. Os resultados da pesquisa mostram que as tentativas de encontrar no espaço da obra de arte uma transformação geométrica projetiva consistem em uma tarefa bastante prolífica, uma vez que estudar e encontrar a projetividade na arte é uma forma



educativa de compreender os conteúdos da Geometria Projetiva e dar significado a eles.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria Projetiva; Teorema de Desargues; Hilma af Klint; Mulheres artistas; Abstracionismo; Homologia.

ABSTRACT

This article presents a reflection on the applicability, as a didactic tool and pedagogical possibility, of projective transformations between 2nd species shapes applied to artworks of the Swedish artist, Hilma af Klint, chosen by the fact that she has been neglected in art history, especially in relation to her avant-garde abstractionist style, whose work stands out for the use of geometric figures with intense colors. Therefore, the research methodology consists in the application of the principles of the Desargues' Theorem and homological properties and construction in two paintings: *They tens mainstay IV* (1907) and *Group VIII, no. 1* (1913). Both pieces were analyzed in the light of Projective Geometry using the graphic software Geogebra as a support. The artworks were selected based on a personal, procedural, and geometric analysis, due to their symmetries and difference in shapes, adding up to works filled with symbolism. The results illustrate that the attempts to find in the space of the artwork a projective geometric transformation consists in a very prolific task, since studying and finding projectivity in art is an educative way of understanding the contents of Projective Geometry and giving them meaning.

KEYWORDS: Projective Geometry; Desargues Theorem; Hilma af Klint; Women artists; Abstractionism; Homology.

1 INTRODUÇÃO

Este artigo surgiu da informação de uma disciplina do curso de Expressão Gráfica, da Universidade Federal de Pernambuco e tem como base os fundamentos da Geometria Projetiva¹, mais especificamente uma das transformações projetivas, a

¹Estudo de propriedades projetivas de alguma figura geométrica. Diferente da Geometria Euclidiana, na Projetiva, o espaço possui mais pontos para uma dada dimensão, e são permitidas transformações geométricas que transformam os pontos chamados "pontos no infinito" em pontos euclidianos e vice-versa.



Homologia (do grego: "igualmente"). Em outras palavras, a Homologia foi desenvolvida a partir do Teorema de Desargues, por Poncelet e é o estado do que corresponde a algo que acontece de acordo com o centro (S) e o eixo de homologia (e). Cada forma geométrica é composta por infinitas posições do seu elemento gerador, que no estudo do caso aqui estabelecido são as formas de 2ª espécie, ou seja, uma de três diferentes espécies das formas fundamentais do espaço projetivo que forma um plano ou conjunto de planos a partir de um ponto, reta ou outro plano.

O estudo da Geometria Projetiva se constrói com base em fundamentos da Geometria Euclidiana, mas incrementa novos fundamentos que também vão de encontro aos axiomas euclidianos. Por isso, há uma complexidade para entender a dimensão projetiva devido ao contato existente no ensino básico apenas com essa ideia, como por exemplo, de que retas paralelas nunca se encontram no espaço. Diante dessa carência e de poucos exemplos práticos e contextualizados da projetividade, encontrou-se na ideia de construir a homologia sobre uma obra de arte um ponto de vista didático para enriquecer o ensino-aprendizagem e dar sentido ao estudo geométrico.

A escolha da artista surgiu por dois motivos muito bem definidos. O primeiro deles se deu justamente pela dificuldade encontrada em visualizar essa projetividade em alguma obra de arte qualquer, mesmo que ela não tivesse nenhuma relação direta com a geometria em sua concepção e construção. Por essa razão, foi decidido que o abstracionismo facilitaria a visualização e todo o resultado ficaria mais alinhado com as figuras geométricas. Já o segundo, vem de uma pesquisa anterior sobre a negligência ou ostracismo de mulheres artistas na história da arte, sendo por isso essencial estudar uma mulher para dar sentido ao processo. A artista sueca nem era considerada em estudos ou livros que tratavam do Abstracionismo. Contudo, da última década para cá houve uma notória e digna valorização de seu trabalho e, atualmente, ela é aclamada por muitos críticos da arte, inclusive sendo vista como pioneira deste movimento.

É possível trabalhar o conteúdo de Geometria Projetiva a partir de obras artísticas? Apesar de parecer sem sentido, muitas formas geométricas, ou até como a composição foi pensada, partem de uma percepção intrínseca que é estética e assim sendo, visual, servindo de material de estudo para traçar novos significados



aos caminhos geométricos. Desse modo, da mesma forma como o Princípio de Dualidade e Homologia fazem parte integrante de assuntos da Geometria Projetiva, também são caminhos visíveis ao se construir uma leitura estético-homológica² em pinturas, sendo um imenso facilitador do ensino, enquanto recurso didático, dando novos contextos a ambos os temas: Geometria e Arte.

O objetivo principal desse trabalho é explorar o conteúdo da Geometria Projetiva a partir de duas obras da artista abstracionista Hilma af Klint e, por isso, visa promover um encontro entre a Geometria e a Arte, explorando o uso da Geometria além dos limites. Em vista disso, a aplicação é mostrada com a utilização do Geogebra, software de geometria dinâmica que possibilita construções tanto 2D como 3D (não utilizada nesse trabalho) nas obras *They tens mainstay IV*, 1907 e *Group VIII, no. 1*, 1913, selecionadas a partir de uma leitura estética e análise pessoal, processual e geométrica, devido à simetria e formas mais distintas entre si e totalizando duas obras com bastante simbolismo, característica muito forte em todo o acervo de Klint.

2 METODOLOGIA DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida no contexto da disciplina de Geometria Projetiva, no curso de Licenciatura em Expressão Gráfica da Universidade Federal de Pernambuco. A princípio, a disciplina propunha como atividade de finalização da cadeira que cada estudante escolhesse um artista para analisar projetividades em suas obras.

É possível construir um sistema projetivo sobreposto a obras da artista Hilma af Klint? Essa foi a pergunta que guiou a construção do trabalho. A escolha por Hilma se deu a partir da procura por dois fatores que se conectassem: a presença da geometria na produção artística e a ideia de trazer artistas não tão conhecidas ou até apagadas da história da arte.

Mergulhando sobre o abstracionismo, movimento artístico que surgiu a partir das vanguardas europeias do século XX e compreendendo sua representação da

²Termo cunhado pela própria autora, Isabel, a partir dos estudos sobre tipos de Leitura Crítica da Arte, em que leitura Estética é a forma de conhecimento que se faz através dos sentidos, mas opera antes de atingir o nível da razão, ou seja, convida à uma ampliação sensorial, como disse o professor Romero Lopes na palestra dada durante a cadeira de Geometria Projetiva.



realidade feita de maneira desconstruída, foi notória a exclusão de Hilma como parte nos livros mais importantes da história da arte. Visto isso e a grandiosidade do seu trabalho, escolher ela como base do estudo deu um sentido mais amplo e fundamental para o trabalho.

Sendo assim, foram escolhidas duas obras que apresentam muitos elementos geométricos, de formas à relação de paridade entre elas e por isso mais possibilidades de construção e experimentação com a geometria dinâmica sobreposta à pintura. Apesar dessa geometria ser muito visível no acervo de Hilma, isso não indicia que há especificamente elementos projetivos, mas apenas amplia a probabilidade de que, ao encontrar projetividade, ela esteja muito bem delimitada e fechada sobre alguma forma.

Essa pesquisa se caracteriza quanto à sua natureza como qualitativa, quanto ao seu objetivo como exploratória e quanto aos procedimentos como um estudo de caso, que foram divididos em cinco etapas:

1. Revisão bibliográfica sobre a artista e seu acervo;
2. Revisão bibliográfica sobre a geometria projetiva, tendo como pontos fundamentais o teorema de Desargues e a Homologia, uma transformação da geometria projetiva;
3. Seleção das obras para trabalhar;
4. Análise das obras selecionadas à luz da teoria da geometria projetiva;
5. Construção geométrica no Geogebra, software de geometria dinâmica que possibilita, de forma intuitiva e objetiva, visualizar qualquer construção que parta dos fundamentos geométricos básicos, como ponto, reta e plano. Para chegar aos sistemas projetivos encontrados houve diversas tentativas e percepções individuais. Para isto, primeiro é importada a obra no formato jpg para assim, através da geometria dinâmica, ser construído esse sistema sobreposto à obra.

3 GEOMETRIA DE HILMA AF KLINT: ASPECTOS HISTÓRICOS

A arte geométrica de Hilma af Klint, conhecida como oculta e esotérica por diversos pontos de vista, representa um mundo espiritual e inclusive foi inspiração para o nome do documentário da diretora Halina Dyrshka *Além do visível* (2019).



Em 1906, antes mesmo de nomes do modernismo abstrato como Wassily Kandinsky, Paul Klee, Piet Mondrian, Kazimir Malevich, Jackson Pollock e Frantisek Kupka produzirem suas obras não-figurativas, ela já pintava e produzia obras nas quais letras, cores, linhas, espirais e formas geométricas variadas, como círculos concêntricos, elipses e triângulos já eram protagonistas do processo. Porque tantas mulheres como: Sofonisba Anguissola, Artemisia Gentileschi, Judith Leyster, Mary Cassatt, Angelica Kauffmann, Elisabeth-Louise, Vigée-Lebrun, Camille Claudel, Marysia Portinari, Paula Modersohn-Becker, Eva Gonzalès, Leonora Carrington, Magdalena Mira Mena, Paula Rego, Tamara de Lempicka, Abigail de Andrade e Berthe Worms não foram ensinadas e nem estudadas? Onde estão essas mulheres nos livros mais conhecidos da História da Arte? Por que o nome de Hilma af Klint não aparece quando pensamos no abstracionismo? O que ocorreu para que a autêntica obra dessa artista não fosse notada e só ganhasse atenção na última década?

Muitos ainda desconhecem a importância de seu legado, mas este cenário está prestes a mudar ou já está mudando. Johan af Klint, seu sobrinho, diz no catálogo da exposição Hilma af Klint: mundos possíveis (2018, p. 10): "Hilma af Klint pintou para o futuro" e no mesmo catálogo (ibid) conclui Jochen Vols "- e o futuro é agora". Mais de 70 anos após sua morte, muitos têm atentado a essa urgência de despertar o mundo da arte através de cerca de 1.200 pinturas de seu legado. Talvez o fato de que na época a pintora não mostrasse suas obras abstratas publicamente e, além disso, deixou um testamento afirmando que familiares não poderiam exibi-las antes de completar 20 anos de sua morte, seja relevante para enfatizar que esse futuro realmente chegou.

3.1 Hilma af Klint

Hilma af Klint, nascida em Solna na Suécia em 1862, foi uma mulher visionária, espiritualista e atemporal, que não seguiu padrões tidos como comuns na época: não se casou, viveu de arte sendo uma mulher artista. Ela estudou abstração, matemática, botânica e temas religiosos e filosóficos, além de que, ao se mudar para Estocolmo, frequentou a Real Academia de Belas-Artes. Foi incentivada pela família desde a infância, sendo uma das primeiras gerações de mulheres com



contato direto com a educação artística no lugar mais importante de educação artística da Suécia. Foi uma mulher progressista e sobre isso escreveu em suas anotações³: “sou tão pequena, sou tão insignificante, mas dentro de mim transborda uma espécie de força que tem que seguir em frente” (HAWKES, 2022, tradução da autora). “A vida é uma ilusão se uma pessoa não servir a verdade” (PINHEIRO, 2020).

Veio de um país escandinavo e se realçou diante da hegemonia artística europeia e americana e hoje faz parte do incrível arcabouço da arte moderna ocidental, tida por muitos como a pioneira do Abstracionismo. Como ela mesma escreveu em fevereiro de 1908 (notebook HaK556): "Me disseram que eu era uma pioneira e comprometida com um método de trabalho incompreendido" (Hilma af Klint, 2018).

Figura 1 - Hilma af Klint em seu estúdio, Moderna Museet (1895)



Fonte: Cortesia da Fundação⁴

Klint foi filha de Mathilda af Klint e Victor af Klint, almirante da Marinha e dono de uma extensa biblioteca, na qual Hilma teve acesso ao conhecimento científico e leu muitos livros. Ela foi marcada por muitas peculiaridades, fruto de um profundo interesse pela religiosidade, com intensa busca por conhecimento em estudos sobre hinduísmo, judaísmo, budismo, islamismo, cristianismo e mais tarde antroposofia,

³ Frase, originalmente em inglês, publicada pelo perfil oficial da organização Hilma af Klint, e posteriormente utilizado como parte de poemas feitos por várias mulheres acerca de suas obras.

⁴ Foto: Albin Dahlström /Moderna Museet, Estocolmo, Suécia.

além de um mergulho profundo na Teosofia de Helena Blavatsky - cofundadora da Sociedade Teosófica. Também acreditava muito na Teoria das Cores de Goethe. Portanto, todos estes saberes internalizados por ela foram se tornaram uma base rica e complexa para inspirar seus mais de 124 cadernos com mais de 26.000 páginas de manuscritos e seu acervo com obras abstratas e figurativas dignas de ascensão.

É notável o fluxo de ideias que havia entre a Teosofia, conjunto de doutrinas religiosas e filosóficas datadas antes do século XVII, e os artistas abstratos que buscavam respostas para um futuro incerto na pureza da espiritualidade, contudo impossível não atentar para o contraste de Klint em relação aos seus contemporâneos, uma vez que ela apresenta uma vocação bruta e empiricamente divina. Fruto de uma dedicação obsessiva, suas obras evocam o que Walter Benjamin chamaria, anos depois, de caráter aurático da obra de arte, já que seu trabalho transcenderia a fragmentação materialista, a qual era possível de ser desfrutada, apropriada e produzida por qualquer pessoa. (CHELES CRUZ, 2019, p. 44).

Devido a esse obsessivo rompante a respeito destes assuntos, em 1896 Hilma af Klint e mais cinco amigas artistas fundaram o De Fem, mais conhecido como "As Cinco", onde elas se reuniam para estudar sobre espiritismo. "Você deve anunciar uma nova visão da vida e se tornar um súdito no novo reino. Seus esforços darão frutos.", escreveu Klint em março de 1906 (Notebook HaK555) durante estes estudos.

Figura 2 - Notes and Methods, Hilma af Klint (1919)



Fonte: Universidade de Chicago Press and Christine (2019)⁵

⁵ Disponível em: <<https://brooklynrail.org>>. Acesso em: 25 ago. 2021.

Seus familiares tentaram expor suas telas nos anos 1960, mas não conseguiram reconhecimento digno, processo de sua descaracterização e apagamento por uma narrativa patriarcal de progresso artístico e determinação capitalista de valor artístico, o que influenciava a não contação de histórias de artistas mulheres. O mundo ainda não estava disposto a admitir que uma mulher tinha feito imagens tão poderosas.

3.2 Produção do acervo processual e atemporal de Klint

Em 1880, frequentou a Escola Técnica de Estocolmo. Em seguida teve estudos de desenho e pintura de retratos e paisagens de 1882 a 1887 na Academia Real de Artes da Suécia, onde ingressou com 20 anos. Essa graduação lhe permitiu construções de saberes marcantes e, por ter herdado da família uma paixão por Botânica, é explícita aos olhos e tocante à sensibilidade do espectador sua relação com a natureza como algo espiritual.

Para a artista, o mundo natural e a abstração caminham lado a lado, de maneira que a informação que se adquire da natureza e dos fenômenos inexplicáveis do mundo não pode ser representada se não pelo abstrato. (ISOLDI DARIS, 2019, p. 3).

Figura 3 - Ao Considerar Flores e Árvores, óleo sobre tela, de Hilma af Klint (1922)



Fonte: Site do ArtBlart⁶

⁶ Disponível em: <<https://artblart.com/>>. Acesso em: 25 abr. 2021.

Posteriormente, em 1887, ganhou uma bolsa de estudos na forma de um estúdio no prédio dos ateliês, em Estocolmo, pertencente à Academia de Artes e lá teve contato direto e indireto com muitas tendências, inclusive no térreo do edifício houve uma mostra, em 1894, do pintor Edvard Munch, no Salão de Blanche. “Nessas galerias, Hilma viu uma arte que se afastava da realidade externa em direção a um mundo interno” (Caderno aTempo, 2015, p. 86).

Foi com 43 anos, depois de 10 anos estudando o espiritismo no grupo Friday Club, entre 1906 e 1915, que Klint recebeu um convite de entidades superiores para executar Pinturas para o Templo em suas sessões mediúnicas e se dedicou a essa produção. Em 1908, fez uma pausa de quatro anos para cuidar de sua mãe, que perdera a visão, mas em 1912 retomou esse trabalho.

Figura 4 - Pinturas para o Templo, no. 1, 2, 3, óleo sobre tela, Hilma af Klint (1915)



Fonte: Site do ArtBlart⁷

Foi o período no qual Klint começou a desenvolver uma coleção de enormes e coloridas obras, ao todo 193 quadros que realizou até 1915. Era um ritmo de produção atroz, o qual Hilma explica em suas anotações: “Não tinha ideia do que as pinturas deveriam representar; no entanto, trabalhei com rapidez e segurança, sem mudar uma única pincelada”. (CASTILHO, 2021). Ela tinha um desejo vivo por dentro de relatar aquilo que parecia não ser visível.

⁷ Disponível em: <<https://artblart.com/>>. Acesso em: 25 abr. 2021.

Figura 5 - Série A Evolução, Estrela de Sete Pontas, Gp. VI, nº 13, óleo sobre tela, Hilma af Klint (1908)



Fonte: Instagram oficial de Hilma af Klint⁸

Trabalhou no Instituto Veterinário de Estocolmo como desenhista científica e teve a oportunidade de fazer muitos estudos e trabalhos gráficos sobre a Teoria da Evolução de Darwin e dividiu-os em séries, como um trabalho de investigação científica (figura 5).

Sua obra só foi trazida ao conhecimento geral em 1984, quando Ake Fant, historiador de arte sueco a apresentou em uma conferência em Helsinque, Finlândia, impulsionando 6 anos depois à realização da exposição *The Spiritual in Art: Abstract Painting* (Tradução - O espiritual na arte: pintura abstrata), no ano de 1986, no *Los Angeles County Museum of Art*, que teve uma grande retrospectiva realizada pelo *Moderna Museet* de Estocolmo.

A força da arte está nas sutilezas das suas linguagens, infinitas formas de expressão, interpretações do ser humano no limite da consciência e do inconsciente coletivo. Vislumbrar novos caminhos ou desafios constantes são algumas das motivações que permitem reflexões e confrontos dos

⁸ Disponível em: <https://www.instagram.com/hilmaafKlintofficial/>. Acesso em: 25 abr. 2021.

percursos dos verdadeiros artistas que transformam a intimidade criativa em revoluções na forma de perceber a complexidade vivencial. (FABRE ROLIM, 2018).

Seus trabalhos atravessaram muitos países, o que permitiu que aos poucos sua produção fosse reconhecida internacionalmente. Em 2013, o *Moderna Museet* exibiu *Hilma af Klint: Abstract Pioneer*, exposição que se tornou a mais visitada com uma artista sueca na história do museu. Desde então, o trabalho de Hilma af Klint viajou o mundo e conheceu novos públicos e novos reconhecimentos, mais recentemente no Museu Guggenheim de Nova York, com abertura em 2018.

Figura 6 - Mostra e instalação do acervo de Hilma af Klint no Museu Moderna Museet Malmö (2020)



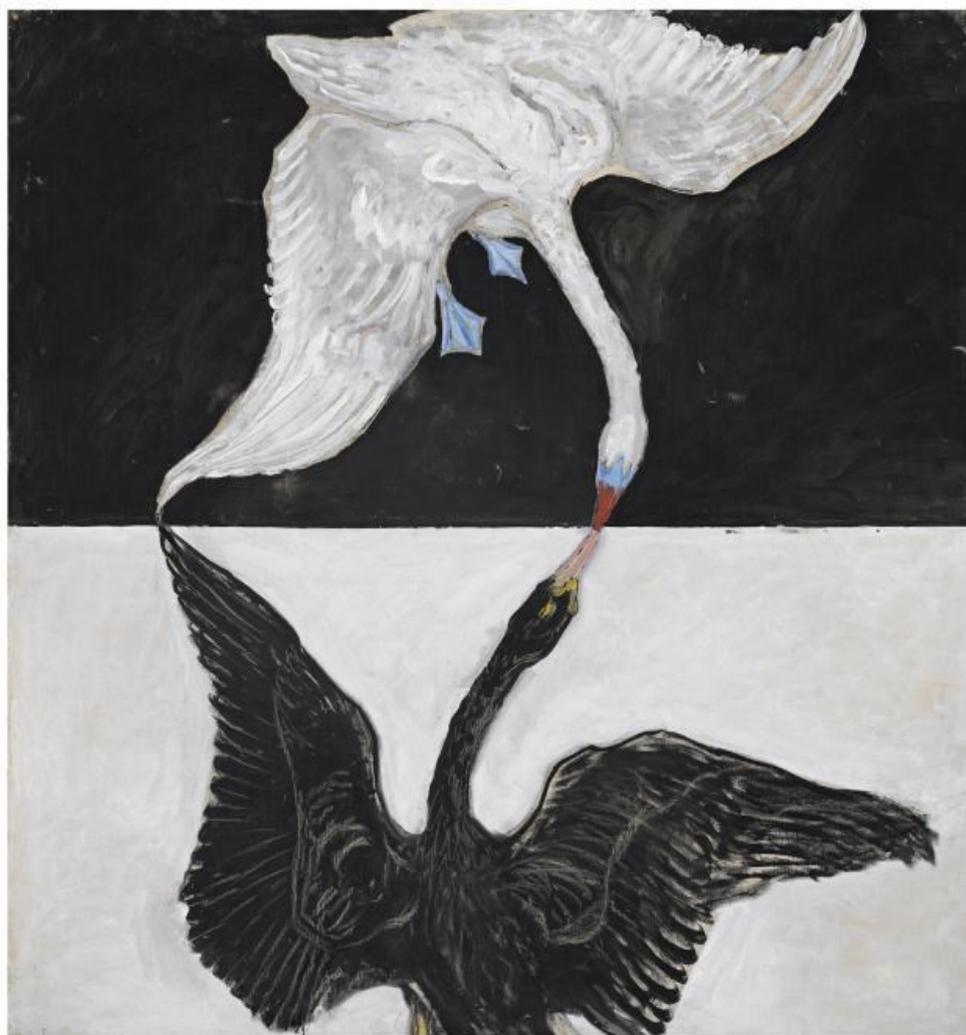
Fonte: Site do ArtBlart⁹

A artista teve sua primeira grande passagem pela América Latina em 2018, na Pinacoteca de São Paulo, com a exposição *Hilma af Klint: Mundos Possíveis*, que reuniu 130 obras de seu acervo, inclusive algumas séries que nunca haviam sido apresentadas ao público. Este acontecimento deu oportunidade de difundir esse trabalho inovador, mas sobretudo sensível, com uma linguagem revolucionária.

⁹ Disponível em: <<https://artblart.com/>>. Acesso em: 25 abr. 2021.

Em 1916 pintou a série Parsifal e em 1917, a série Átomo. Contudo, foi em 1925 que decidiu abandonar definitivamente a pintura, para se dedicar aos estudos teosóficos, vindo a falecer 19 anos depois, em um acidente de carro.

Figura 7 - Série *SUW/UW*, O Cisne, Gp. IX/SUW, No. 1, óleo sobre tela, Hilma af Klint (1915)



Fonte: Site do ArtBlart¹⁰

4 GEOMETRIA PROJETIVA: HISTÓRIA E CONSTRUÇÃO

Observações simples de como reconhecer configurações, comparar tamanhos e propriedades semelhantes de objetos foram, certamente, fonte para as noções primárias de geometria nos princípios do mundo. Segundo Eves (1994), a Geometria tem origem provável em tempos remotos da antiguidade e foi

¹⁰ Disponível em: <<https://artblart.com/>>. Acesso em: 25 abr. 2021.



denominada de geometria subconsciente. As civilizações antigas já possuíam conhecimentos geométricos que atravessaram da Babilônia à China, passando por civilizações como hindu, egípcia, grega e o islã, que foram sendo necessários para resoluções de problemas rotineiros e mais amplos, passando a ser o que Eve chama de geometria científica, pois trata-se de indução, ensaio, erro e procedimentos empíricos, enquanto a subconsciente se dá a partir de qualquer referência do mundo, espaço e forma na qual se vive. Mas, é sem dúvida com os geômetras gregos, que a geometria foi concretizada como teoria dedutiva.

Mais tarde, como discípulo da escola platônica, Euclides publica Os Elementos em treze volumes, com 5 postulados, entre aproximadamente 325 e 285 a.C. Surge então a Geometria Euclidiana, que durante mais de vinte séculos, inspirou e inspira a humanidade no campo da ciência. Muito posteriormente, conceberam o surgimento das chamadas Geometrias Não-Euclidianas, a exemplo da Geometria Descritiva, criada pelo geômetra Gaspard Monge no final do século XVIII e a Geometria Projetiva, que ressurgiu através de Jean Victor Poncelet, discípulo de Monge. Entretanto, foi anteriormente, em 1639, que Desargues publicou o trabalho original sobre Seções Cônicas e iniciou estudos sobre projetividade e foi ignorado por matemáticos da época, só depois sendo devidamente creditado.

É importante destacar que o ensino da Geometria propõe ao estudante desenvolver outras formas de compreensão em relação ao ambiente que está inserido, fazendo relações do concreto com o abstrato e oportunizando clareza e coerência ao aprender Matemática. E assim como fez primorosamente Hilma af Klint, é possível perceber que a geometria está em tudo, assim como está na Arte, como diz Lorenzato (1995, p. 5): "sem Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida".

Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino da Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teias de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc. (PCN, 1997, p. 128).



Muitas pinturas se destacaram, como uma das primeiras obras de Duccio chamada *A Anunciação*, por transmitir a relação de composição de planos de fundo em uma dada proporção através de linhas de fuga, propriedades fundamentais da Perspectiva e da Geometria Projetiva. Inclusive, durante o renascimento, muitos pintores produziam pinturas em perspectiva de observação a partir de um instrumento pouco conhecido, chamado Perspectógrafo. Atualmente é possível aprender e ensinar Geometria através de obras de diversos movimentos artísticos, identificando tais teoremas e axiomas nelas. A relação da Geometria e da Arte é um caminho concreto e pode potencializar tanto o Ensino Básico, Fundamental e Médio, como o Superior, e isso é inquestionável.

4.1 Teorema de Desargues

O conhecimento da Geometria Projetiva surge através de Desargues. Porém, como dito acima, suas inovações teóricas acarretaram numa dificuldade de compreensão em seu período. Após demorar aproximadamente um século para o devido reconhecimento, atualmente esses estudos são conhecidos como Geometria Moderna.

[...] inventou uma nova maneira, não-grega de fazer geometria, agora chamado de "projetivo" ou geometria "moderna". Como matemático, ele foi realmente muito bom: muito original e completamente rigoroso. Ele é, no entanto, longe de ser lúcido em seu estilo matemático. (FIELD, 1995 apud LEITE, 2016, p. 8)

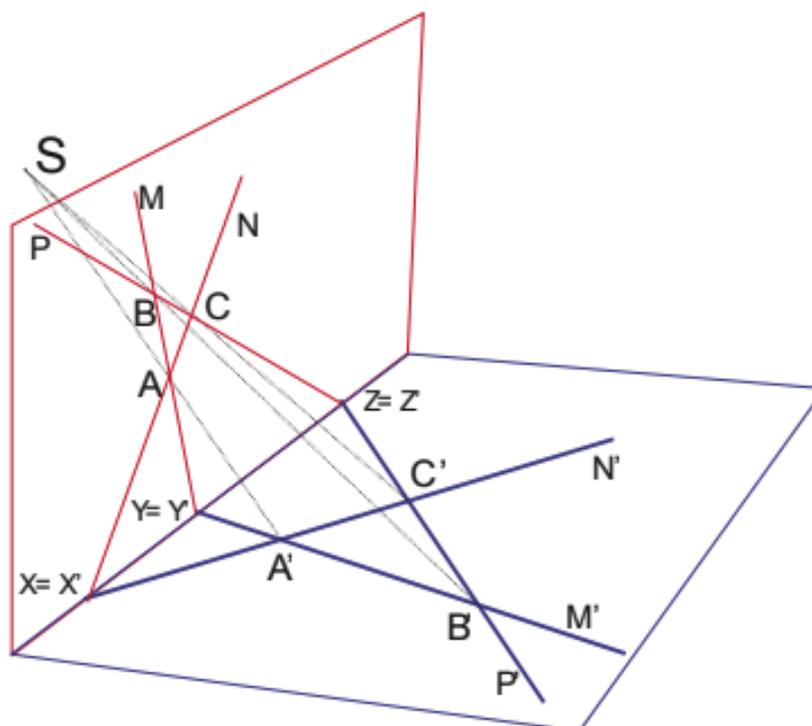
Essa distante lucidez em seus estudos é mostrada em propriedades e técnicas matemáticas envolvidas para representar três dimensões no plano, não se preocupando com a métrica euclidiana, sobretudo o quinto postulado, mas isolando as propriedades de cada elemento da figura, apenas tornando-as invariantes quando representadas nos planos. Contrariando o postulado das paralelas de Euclides, a Geometria Projetiva tem como classificação a afirmação de que existe ao menos um ponto em que ambas (duas retas) são incidentes, ou seja, a ideia de que duas retas paralelas, em posições e condições quaisquer, nunca se interceptam é anulada, trazendo o conceito de ponto impróprio e reta imprópria e determinando que, apesar do paralelismo visual e concreto, existe o encontro destas retas em algum lugar no espaço, que não é visto, mas acontece e determina possibilidades projetivas.



Desargues enunciou seu teorema, segundo Rodrigues (1968, p. 37 apud MELO, 2020, p. 60) da seguinte forma:

Se, em dois triângulos coplanares ABC e $A'B'C'$, não tendo elementos comuns (vértices ou lados) os três pares de vértices homólogos A e A' , B e B' , C e C' são ligados por três retas passando por um ponto, os três lados homólogos AB e $A'B'$, BC e $B'C'$, CA e $C'A'$ encontram-se em três pontos de uma mesma reta.

Figura 8 - Planos concorrentes



Fonte: Apostila *As transformações geométricas* (2020)

4.2 Homologia e projetividade entre formas de 2ª espécie

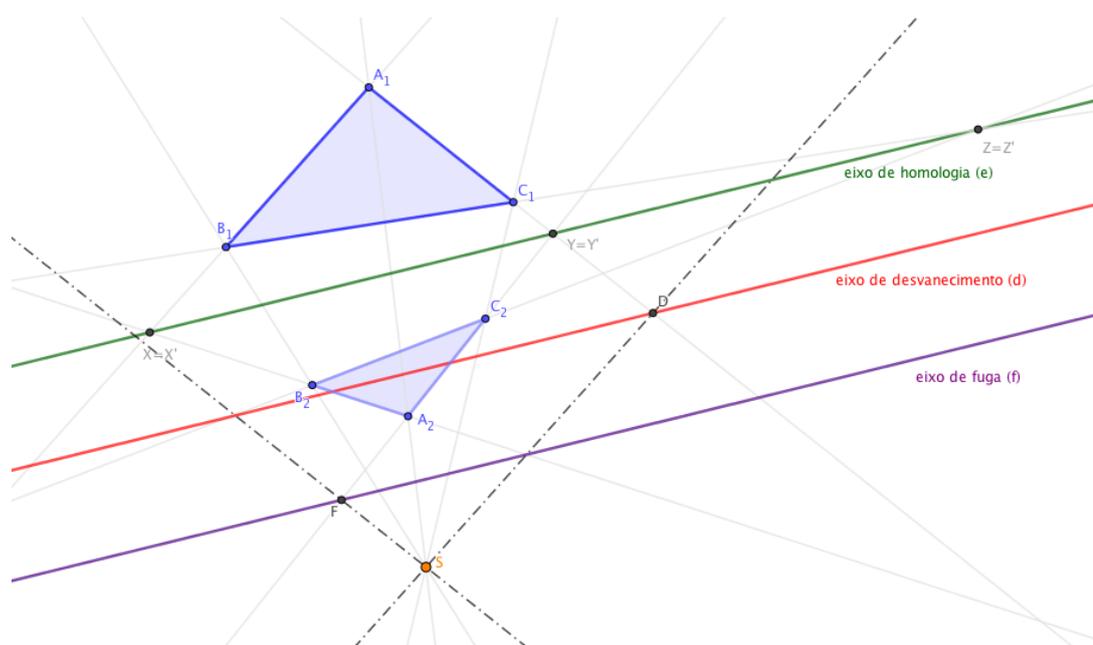
As formas fundamentais do espaço projetivo são agrupadas em 3 espécies diferentes, segundo o seu elemento gerador¹¹: ponto, reta ou plano, que podem assumir infinitas de posições para construir, respectivamente, as formas de 1ª espécie, 2ª espécie e de 3ª espécie. Uma das transformações da Geometria Projetiva é a Homologia, que foi mais desenvolvida, a partir do Teorema de Desargues, por Poncelet e acontece de acordo com o centro de homologia (S) e o

¹¹“O primeiro elemento axiomático da geometria projetiva pode ser o ponto, a reta ou o plano que se chamam Formas Fundamentais.” (SANCHEZ-MARMOL e PEREZ-BEATO, 1947; RODRIGUES, 1968).

eixo de homologia (e), onde pertence $X=X'$, $Y=Y'$ e $Z=Z'$, ou pontos duplos, nos quais imagem e objeto se encontram (figura 8). É sempre através do centro de homologia e do eixo de homologia que se encontra a relação entre a figura objeto e a figura imagem, homóloga a figura objeto. Duas figuras homológicas podem ser reconhecidas também como figuras perspectivas.

Ainda é possível encontrar elementos como o eixo de desvanecimento (d), diretamente ligado a pontos da figura imagem, e o eixo de fuga (s), diretamente ligado a pontos da figura objeto, que são retas limites e representam pontos que se encontram no infinito. Os três eixos - de homologia, fuga e desvanecimento - precisam sempre ser paralelos projetivamente entre si, para a construção chegar num resultado esperado. É importante saber que existem diversos casos possíveis de soluções dependendo de onde se quer chegar, mas, a partir de formas de 2ª espécie, o centro de homologia, o eixo de desvanecimento e o eixo de fuga mantêm relação de distância (figura 9) em que essa relação forma o quadrilátero SFD($Y=Y'$).

Figura 9 – Construção de 'e', 'd' e 'f'



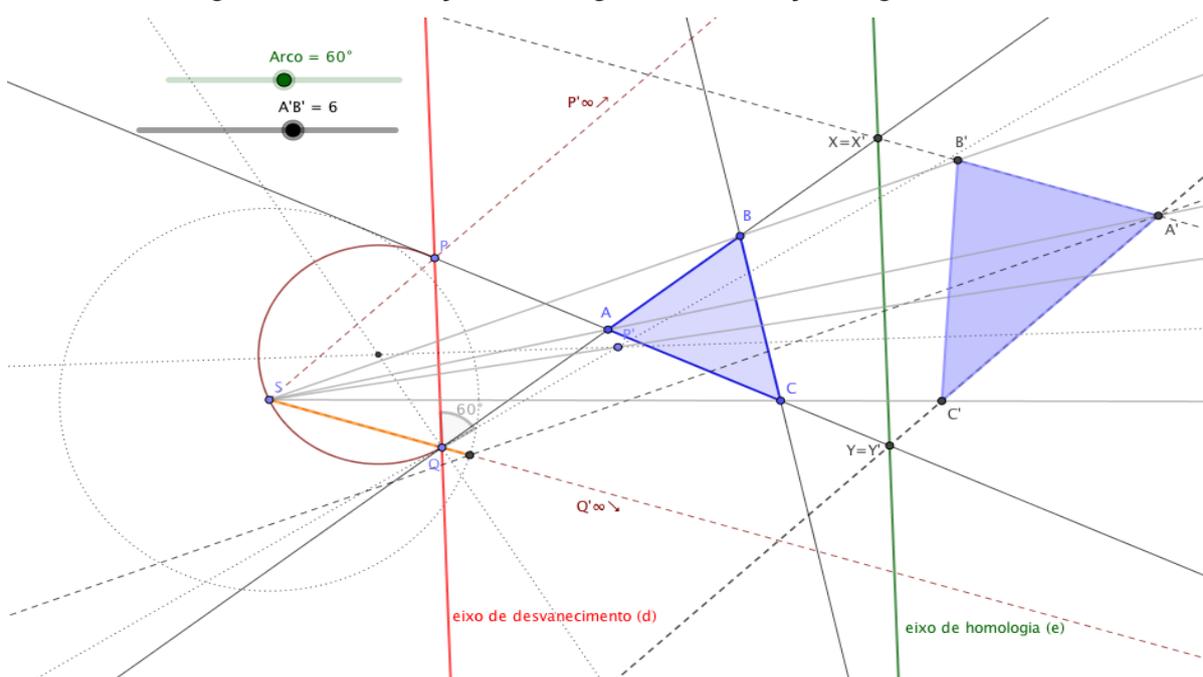
Fonte: Compilação das autoras no Geogebra (2021)

Casos particulares de homologia por afinidade obedecem a possibilidade de que S, f e d sejam impróprios ou próprios.

O estudo da Homologia Plana envolve conceitos de Projeções Cônicas e Perspectivas, mas as construções geométricas são feitas sempre no plano, já que um dos planos do sistema homológico é omitido. As principais aplicações da Homologia Plana estão na Geometria Descritiva e na Perspectiva, e os casos especiais de Homologia são os métodos de Transformações Geométricas: Homotetia, Afinidade, Simetria Axial, Simetria Pontual e Translação. (FERNÁNDEZ, 1983; COSTA, 1990 apud SIQUEIRA; COSTA; DE SOUZA, 2009, p. 575).

É significativo frisar que em algumas soluções as imagens precisarão estar pré-dimensionadas, de tal modo que os elementos de homologia precisarão ter posicionamentos invariantes para resolução do caso. Apenas alguns fatores podem ser controlados na imagem através da homologia pré-condicionada, como: caso de paralelismo, caso angular e caso de dimensão linear (figura 10).

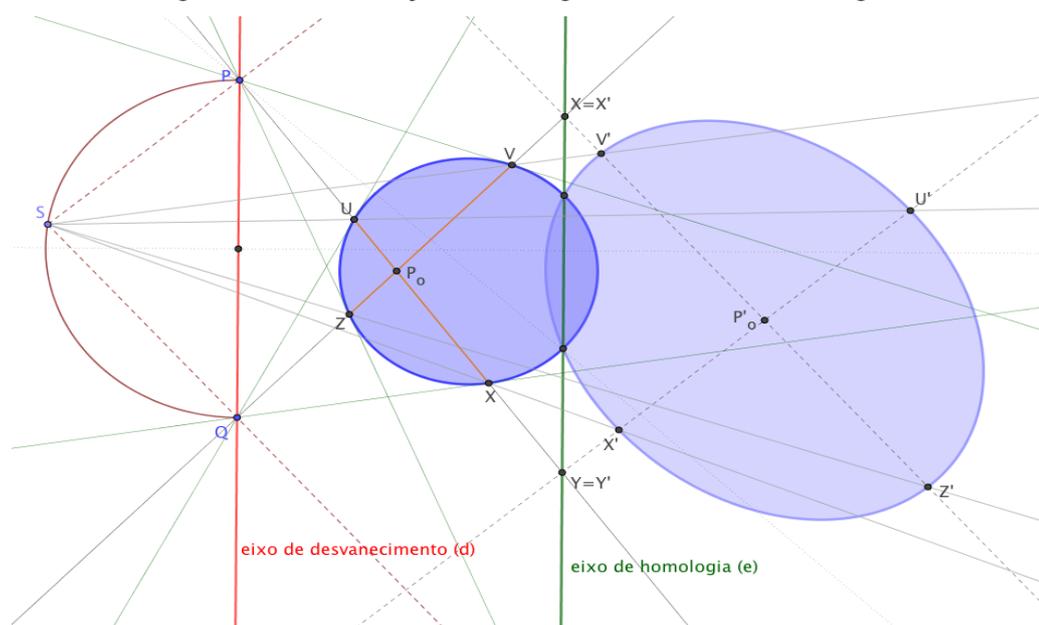
Figura 10 - Construção homológica com condição angular e linear



Fonte: Compilação das autoras no Geogebra (2021)

Além de correlacionar homologicamente retas, pontos, triângulos e quadriláteros, é possível também solucionar casos com cônicas, tratando-se de curvas através de propriedades como o grau da curva, a tangência e o pólo-polar.

Figura 11 - Construção homológica com cônica de 2º grau



Fonte: Compilação das autoras no Geogebra (2021)

A imagem de um objeto cônico sempre dependerá da posição do eixo de desvanecimento e de pontos que interseccionam tanto o objeto como o eixo (pontos duplos). Assim, uma circunferência, por exemplo, pode ser transformada em uma elipse (figura 11), uma parábola ou uma hipérbole.

5 ANÁLISE ESTÉTICO-HOMOLÓGICA

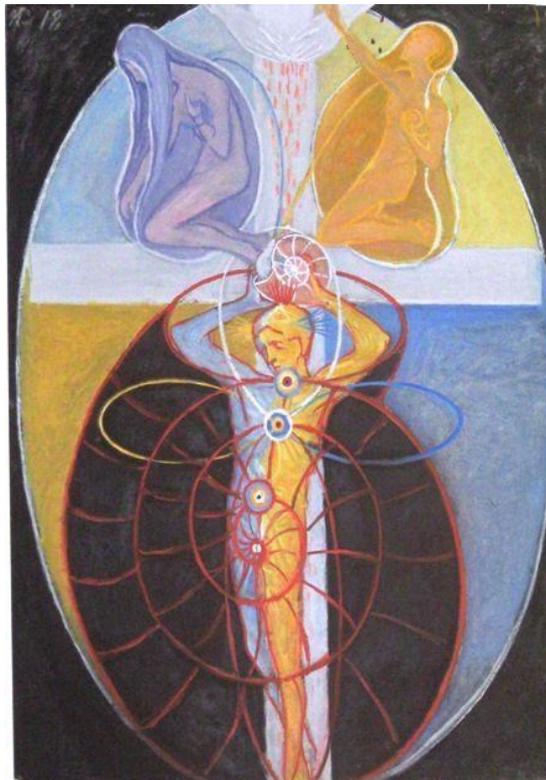
Estético, pois sensivelmente sensorial enquanto forma de conhecimento e Homológica, pois diz respeito à Homologia, a transformação geométrica que segue uma lógica visual espelhada, em que tal elemento incidente no objeto corresponde a tal elemento incidente na imagem. Então, diante dos atravessamentos estéticos e históricos sobre as obras da artista sueca, Hilma af Klint, e dos saberes geométricos desenvolvidos teórica e introdutoriamente a partir da Geometria Projetiva - tida como Moderna, assim como o Abstracionismo - será apresentada posteriormente a construção estético-homológica em duas obras do acervo de Klint: Número 3 da Série As Dez Maiores e Número 1 do grupo VIII, expostas e instaladas em 2013 no Museu *Moderna Museet Malmö*, localizado na Suécia.

Figura 12 – Série *As Dez Maiores*, nº 3, Juventude, óleo sobre tela, Hilma af Klint (1907)



Fonte: Site do ArtBlart¹²

Figura 13 – Grupo VIII, no. 1, Hilma af Klint (1913)



Fonte: Instagram oficial de Hilma af Klint¹³

¹² Disponível em: <<https://artblart.com/>>. Acesso em: 25 abr. 2021.



5.1 Análise de Hilma af Klint: leitura factual, estilística e estética

Para analisar o que Hilma af Klint produziu em séries, é preciso abandonar conceitos e padrões da práxis da Arte. Não cabem leituras sofisticadas baseadas em visões formalistas e conceitualistas. Uma das grandes mensagens intrínsecas que essa abstracionista genial deixou como legado é de que a "relação com a arte não é meramente contemplativa – mas fundamentalmente física, astral ou etérea" (ALZUGARAY, 2018). Suas obras têm um grande poder, por si só, de comunicação, pois alcança o invisível de qualquer um. Jochen Voltz, diretor geral da Pinacoteca, afirma que:

A arte de Hilma af Klint aborda a incapacidade dos meios existentes em descrever o sistema do qual fazemos parte. Suas obras nos oferecem várias e poderosas visualizações do que poderia ser uma noção holística do mundo. (ALZUGARAY, 2018).

Na série As Dez Maiores, ela estuda as quatro fases do ser humano: a infância, a juventude, a idade adulta e a velhice, e propõe questões mais filosóficas usando elementos que remetem aos seus estudos científicos. A obra número 3 desta série (figura 12) relata a fase da juventude, em que as cores são mais vivas e as formas mais distintas e espalhadas.

Também é evidente formas ameboides (figura 12), traçadas como círculos, elipses e formas irregulares, que dão a sensação de um olhar através de um microscópio. A mutação das cores e das formas orgânicas e geométricas parecem nos mostrar uma transição entre o plano astral e o material com impressionante fluidez.

No Templo, o fio de Hilma vai desdobrando seus novelos e nos revelando suas mesclas pelos labirintos da alma humana. Ao nos posicionar diante das Dez Maiores, é preciso se aproximar de forma a se sentir dentro delas. Como portais, adentramos em cada época humana desde a concepção, passando pela inocente infância banhada de tons pastéis, até mergulharmos nos movimentos dramáticos da juventude, até que, maduros, colhemos os frutos para enfim repousarmos no tabuleiro sensato da velhice. (PINHEIRO, 2018).

É notório também a dualidade existente em muitos quadros da artista, onde você enxerga com nitidez simetrias desenhadas, como que em busca de um

¹³ Disponível em: <<https://www.instagram.com/hilmaafKlintofficial/>>. Acesso em: 25 abr. 2021.



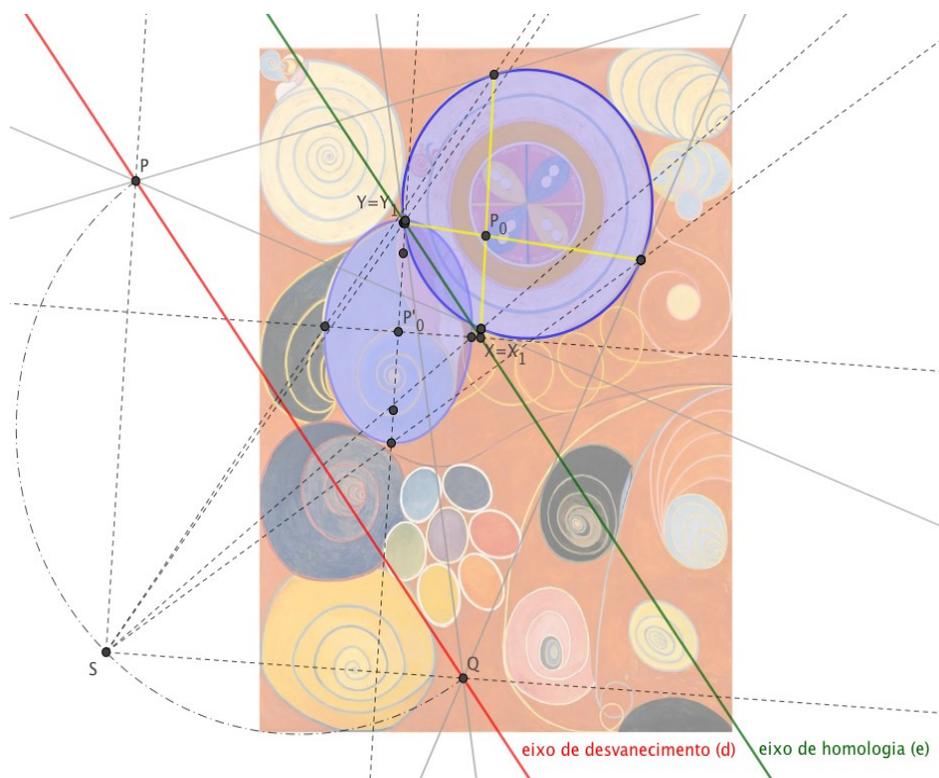
equilíbrio entre lados opostos. Ela inclusive usa de elementos como a cor (figura 13) para esse diálogo dual, representando o feminino com azul e o masculino com amarelo, além da frequente relação entre o macro e o micro (figura 13), luz e sombra (Figura 7), origem e fim. Klint foi de fato uma genial artista do abstracionismo, apesar de ir além do que é visto neste movimento. Como escreveu Anna Carolina Cheles Cruz, em 2019:

Ocorre que a singularidade maior de Hilma af Klint se dá por suas intenções e modos de produção, o que não poderia deixar de ter implicações estéticas, já que o traço da artista busca remontar toda uma iconografia anterior a ela mais do que a busca por um traço único e expressivo da necessidade do artista, como no caso de Mondrian e Kandinsky. (CHELES CRUZ, 2019, p.56).

5.2 Análise projetiva das obras

Para construir as possíveis projetividades nas obras de Hilma af Klint foi necessário primeiramente fazer a análise estética, para assim entender alguns conceitos de construção da própria artista e ressaltar eles com a homologia.

Figura 14 – Análise homológica da figura 12

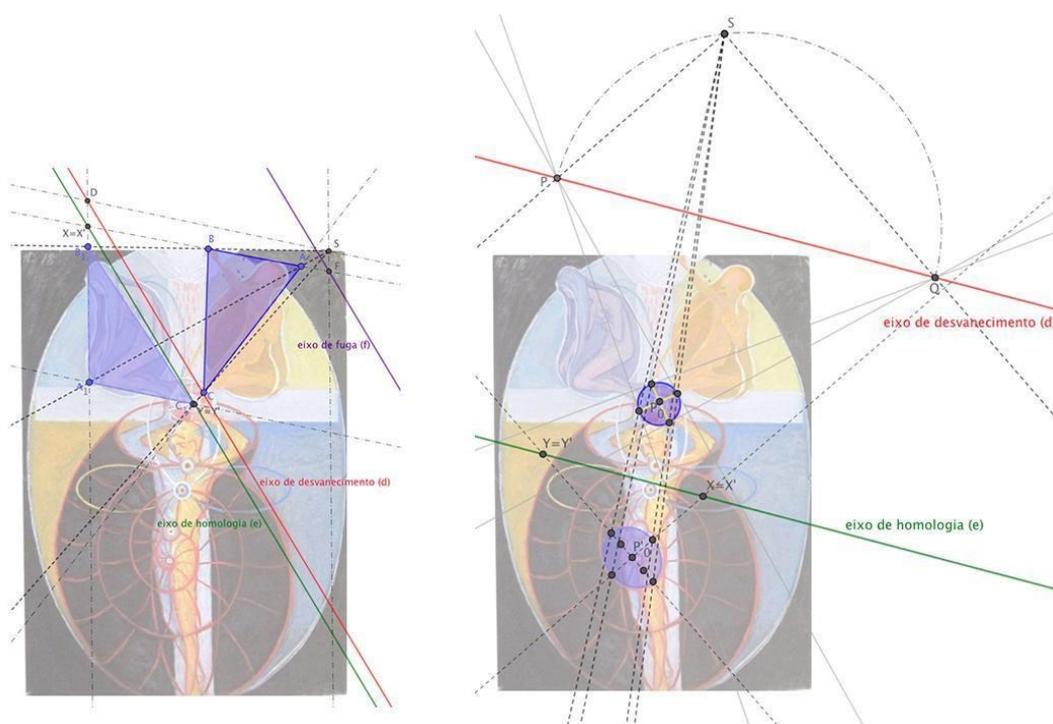


Fonte: Compilação das autoras no Geogebra (2021)

Como dito anteriormente, muitos dos quadros de Klint se valem de uma mutação, ora lenta, ora rápida, entre elementos figurativos e cores. Na obra número 1 da série As Dez Maiores (figura 12), que trata diretamente da juventude como fase de cores vivas e formas que não possuem fim, mas possuem lado infinito como: circunferências, elipses, formas amebóides e espirais, é justificável relacionar esses elementos entre si, em busca desse infinito impróprio e invisível.

Para tal correspondência foi necessário delimitar as áreas escolhidas, a circunferência e o desenho que traz referência à proporção áurea e se encaixa perfeitamente em uma elipse. Para a transformação homológica cônica acontecer, a circunferência (figura objeto), o centro de homologia (S), o eixo de desvanecimento (d) e o eixo de homologia (e) precisam ser invariáveis nestas posições apresentadas (figura 14).

Figura 15 – Análise homológica da figura 13



Fonte: Compilação das autoras no Geogebra (2021)

Introdutoriamente abordado em análise estética de Hilma af Klint, muito do conhecimento filosófico e espiritual dos seus estudos respingou abruptamente na produção de seu acervo, onde são potencialmente identificáveis elementos contrastantes e opostos, com a sensação da dualidade, conceito que se relaciona diretamente com a Homologia.

Na obra número 1 do Grupo VIII, existe uma relação na representação entre rosto, mão e pernas das duas figuras posicionadas ao norte do quadro, na qual podemos ver uma envergada para baixo e outra aberta para cima. Esses elementos duais se encaixam perfeitamente em triângulos objeto e imagem delimitados homologicamente (figura 15) a partir do centro de homologia (S).

É possível ainda identificar outra correspondência dual homológica na figura 13, em que a concha menor é homóloga ao centro de origem da concha maior. Essa relação construída se deu a partir do centro de homologia (S), caracterizado por uma condição angular (figura 15) e faz conexão com a esfera microscópica ser parte integrante da origem de uma esfera macroscópica, realidade muito trazida nas pinturas de Hilma.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da Geometria tendo como suporte a demonstração, investindo em didáticas que tornem a aprendizagem mais significativa na abordagem do conteúdo e relatando toda a teoria acoplada à prática, é um caminho necessário no ensino. Só assim será possível quebrar o paradigma de que a Geometria e a Matemática não são aplicáveis ao cotidiano. Corroborar estudos educacionais como fonte de pesquisa de arte, por exemplo, podem facilitar para concepções sobre o ensino e aprendizagem da Geometria através de demonstração e isso foi o início para a produção deste artigo. Desta maneira, o processo do trabalho foi visualizado fazendo sentido apenas enquanto mecanismo pedagógico.

Utilizar a geometria dinâmica sobreposta às obras de arte foi crucial para perceber que, mesmo que a artista escolhida se encaixe no movimento abstracionista, não houve intenção, na criação e na produção, de um olhar analítico e técnico da geometria. A Geometria Projetiva, assim até como a Euclidiana, nem sempre são conhecimentos aprendidos ou propositalmente utilizados no desenvolvimento da história da arte, sobretudo em movimentos de vanguarda, onde a intenção é romper com paradigmas e padrões estritamente técnicos em busca do que era tido como belo. Assim, ao conectar a Arte com a Geometria, cabe enfatizar as possibilidades educativas que esse encontro proporciona.



Foi a partir desta percepção e reflexão, que a construção dos resultados se tornou mais coerente, fundamentada no erro e acerto, nas tentativas de encontrar naquele espaço da obra de arte uma transformação geométrica projetiva e assim concluir que, mesmo Hilma af Klint não se utilizando da Geometria Projetiva, estudar e encontrar essa projetividade na arte é uma forma educativa de compreender tais conteúdos e dar significado a eles.

Nestas duas análises projetivas, o objetivo norte foi compreender que a Geometria pode sim ser aplicada a Arte, e mais, a Geometria Projetiva, tida como mais complexa, também pode. Esta forma de compreensão alcança níveis muito interessantes, que podem representar novos horizontes na análise e no ensino da leitura de obras de arte, assim como pode mostrar a aplicabilidade da Homologia com um meio de facilitação da aprendizagem. É interessante encontrar proporções não-euclidianas em obras que Klint fez com tanto vigor e genialidade. E assim como disse Jochen, que junto a Daniel Birnbaum, diretor do Museu de Arte Moderna de Estocolmo, fez a curadoria da exposição *Mundos possíveis* em São Paulo: "Quem cruza uma vez com Hilma não larga mais." (SP-ARTE, 2018).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALZUGARAY, Paula. *Obra de Hilma af Klint, gestada por mais de 50 anos após sua morte, vem à luz trazendo respostas às incertezas do mundo contemporâneo.*

Esfinge Hilma. Select art, 2018. Disponível em: <<https://www.select.art.br/esfinge-hilma/>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

AUFFINGER, Antonio Carlos T. C. **Introdução à geometria projetiva**. 2003. 63p. Apostila. Disponível em: <<https://www.ime.unicamp.br/~jardim/ma620/geoproj.pdf>>. Acesso em: 25 abr. 2021.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais -PCN**. Disponível em <<https://www.passeidireto.com/arquivo/21398064/pcn-matematica>>. Acesso em: 08 out. 2012.

CASTILHO, Nicole. *Pinturas do futuro da artista Sueca Hilma af Klint. Click museus*, 2021. Disponível em: <<https://clickmuseus.com.br/pinturas-do-futuro-da-artista-sueca-hilma-af-klint/>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

CHELES CRUZ, Anna Carolina. *Hilma af Klint: do espírito à matéria. In: Palíndromo*, v. 11, n. 24, p. 42-58, mai. 2019.



DE ZEGHER, Catherine. **3 x abstraction**: new methods of drawing; Hilma af Klint, Emma Kunz, and Agnes Martin. New York: Yale University, 2005. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=3Ew8pPV-59MC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 24 abr. 2021.

DYRSCHKA, Halina. **Beyond the visible**: Hilma af Klint. Produção: Eva Illmer e HalinaDyrschka. Alemanha: Ambrosia Film, 2019 [produção]. 1 filme (94 min). Disponível em: <<https://kinonow.com/hilma-af-klint-bampfa>>. Acesso em: 15 abr. 2021.

EVES, Howard. Tradução: Hygino H. Domingues. **Introdução à história da matemática**. 5 ed. São Paulo: Editora da Unicamp, 2011.

FABRE ROLIM, José Henrique. Hilma af Klint, complexidade filosófica da existência. **Arte ref**, 8 mar. de 2018. Disponível em: <<https://arteref.com/opiniao/hilma-af-klint-complexidade-filosofica-da-existencia/>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

HAWKES, Rebecca. A Spell for Hilma: Poets respond to Hilma af Klint – The Secret Painting. **The pantograph punch**, 2022. Disponível em: <<https://pantograph-punch.com/posts/spell-for-hilma-af-klint>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

Hilma af Klint Foundation. I was told I was a pioneer and committed to an uncomprehend working method. [...]. Sverige, Stockholm, 9 dez. de 2018. **Twitter**: @hilmaafklint. Disponível em: <<https://twitter.com/hilmaafklint/status/1071882160976642054>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

ISOLDI DARIS, Sofia Helena. **Hilma af Klint e as dez maiores**: pioneiras do abstracionismo. 2019. 23p. Monografia - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

KLINT, Hilma af. **Catálogo exposição**: Hilma af Klint: mundos possíveis. Pinacoteca de São Paulo, 2018.

LEITE, Douglas Gonçalves. Girard Desargues e o desenvolvimento da geometria projetiva. In: EBRAPEM, XX, 2016, Curitiba. **Anais eletrônicos**. Curitiba: UFPR, 2016. Disponível em: <http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd5_douglas_leite.pdf>. Acesso em: 27 out. de 2022.

LORENZATO, Sergio. Por que não Ensinar Geometria? São Paulo: A Educação **Matemática em revista- SBEM**. Nº 4, 1º semestre, 1995.

MELO, Sandra de Souza. **Transformações geométricas**: isometrias, semelhanças, afinidades e projetividades. 2020. 103p. Apostila - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

PINHEIRO, Luciana. **As cores da alma**. 2. ed. São Paulo: Editora Ground, 2018.



PINHEIRO, Luciana. Home. **Hilma af Klint: As Cores da Alma**, 2020. Disponível em: <<https://www.hilmaafklintbiografia.com>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

LUCIANA, Pinheiro. No Templo, o fio de Hilma vai desdobrando seus novelos e nos revelando suas mesclas pelos labirintos da alma humana. [...]. 2018. **Facebook: As Cores da Alma - A Vida de Hilma Af Klint**. Disponível em: <<https://www.facebook.com/hilmaascoresdaalma/photos/no-templo-o-fio-de-hilma-vai-desdobrando-seus-novelos-e-nos-revelando-suas-mescl/208650339719629/>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

SANCHEZ-MARMOL, L.; PEREZ-BEATO, M. **Geometría métrica, proyectiva y sistemas de representación**. 2a edição. Volume I. Madri: SAETA, 1945.

SANCHEZ-MARMOL, L.; PEREZ-BEATO, M. **Geometría métrica, proyectiva y sistemas de representación**. 2a edição. Volume II. Madri: SAETA, 1947.

SIQUEIRA, Paulo Henrique; COSTA, Deise Maria Bertholdi; SOUZA, Luzia Vidal. Visualização dos conceitos de Homologia Plana com a utilização de Geometria Dinâmica. **GRAPHICA'09**, p. 574-581, 2009.

SP-ARTE. Exposição "Mundos possíveis" revela que artista sueca recém-descoberta produzia pinturas abstratas antes mesmo dos grandes mestres. Editorial. **SP-arte, 2018**. Disponível em: <<https://www.sp-arte.com/editorial/hilma-af--e-a-nova-historia-da-arte/>>. Acesso em: 27 out. de 2022.

Artigo recebido em 08/06/2022 e aceito em 15/09/2022

