em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

FORMATION MATHEMATIQUE DES ENSEIGNANTS DU SECONDAIRE: Partie 2

Une entrée par les mathématiques professionnelles de l'enseignant

Jérôme Proulx, Nadine Bednarz[1]

Résumé : La réflexion théorique conduite dans la première partie de cet article a mis en évidence les limites du modèle usuel de formation mathématique des enseignants et a permis d'ouvrir dans la discussion sur plusieurs pistes possibles pour repenser cette préparation mathématique pour l'enseignement. L'analyse des travaux de recherche nous amène à considérer deux dimensions qui apparaissent centrales: l'exploration de ce que nous appelons les « mathématiques professionnelles » de l'enseignant, en opposition à une immersion des futurs enseignants dans des cours de mathématiques dites « académiques », et l'engagement des futurs enseignants dans une certaine culture et pratique mathématique, par opposition à une exposition à un corpus de savoirs mathématiques réifiés.

Abstract: The theoretical reflection developed in the first part of this paper pointed to the limits of the usual model of mathematical teacher training. It also allowed to open the discussion toward different alternatives to re-think this mathematical preparation for teaching. Our research analysis brings us to consider two dimensions that appear central: the exploration of what we call teachers' "professional mathematics", in opposition to an immersion in "academics mathematics" courses, and the involvement in a culture and practice of mathematization, in contrast to a presentation of a body of knowledge.

Mots clés: formation mathématique des enseignants ; formation initiale et développement professionnel ; mathématiques professionnelles de l'enseignant ; culture mathématique ; préparation mathématique pour l'enseignement.

Introduction

Les réflexions que nous avons initiées dans la première partie de cet article ont permis d'éclairer d'un jour nouveau la problématique de la formation mathématique des enseignants. Nous avons voulu y montrer que c'est *par la recherche* que la problématique de la préparation mathématique des enseignants peut être interrogée et fondée de façon appropriée, et que de nouvelles dimensions à prendre en compte peuvent être mises en évidence – pour être à leur tour par la suite investiguées de manière approfondie par la

[1] Université du Québec à Montréal.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

recherche. En documentant le fossé, les contradictions, existant entre les expériences mathématiques vécues par les futurs enseignants du secondaire dans les cours usuels de mathématiques universitaires et les expériences mathématiques qu'ils auront à mettre en place dans leurs pratiques, l'analyse a ainsi permis de mettre en évidence certaines dimensions fondamentales dans cette préparation mathématique pour l'enseignement. Dans ce qui suit, nous revenons sur deux de ces dimensions qui émergent des analyses précédentes, et qui constituent une piste possible à explorer quant aux expériences *mathématiques* à offrir aux futurs enseignants : le travail sur ce que nous appelons les « mathématiques professionnelles » de l'enseignant et l'immersion dans une certaine culture mathématique. Après avoir précisé ces deux dimensions, nous en offrons une illustration pour entrevoir le potentiel que présente cette orientation.

Une entrée par les mathématiques professionnelles de l'enseignant

Les difficultés mises en évidence par les recherches portant sur les connaissances des enseignants concernent souvent, nous l'avons vu, la connaissance des mathématiques qu'ils enseignent. Une piste intéressante à explorer (dans la formation mathématique des enseignants) consiste donc aussi à partir de ces mathématiques, c'est-à-dire du contenu même que les futurs enseignants auront à enseigner dans leurs pratiques quotidiennes (par exemple, l'algèbre, les fractions, les décimaux, la géométrie analytique, le volume des solides, etc.) et des questionnements mathématiques en quelque sorte issus de ces pratiques quotidiennes. L'idée ici est de créer et d'offrir un contexte d'apprentissage mathématique riche, à l'intérieur duquel les futurs enseignants pourront élargir et approfondir ces questionnements mathématiques, ainsi que leurs propres connaissances des mathématiques qu'ils enseignent ; c'est en ce sens que nous parlons ici de mathématiques professionnelles de l'enseignant. Comme le soulignent certaines recherches, puisque les futurs maîtres ont eu peu d'occasions de travailler en profondeur les concepts mathématiques qu'ils enseignent ou enseigneront, il y a ici une belle occasion de les placer dans de tels

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

environnements. Ceci dit, il importe, pour aller plus loin dans la caractérisation de cette orientation, de préciser ce que nous entendons par mathématiques professionnelles.

La conceptualisation que nous reprenons s'inspire des travaux de Moreira et David (2005, 2007) qui tracent une distinction importante entre les mathématiques académiques et les mathématiques scolaires en tant que champs de connaissances différents[2]. Le terme « mathématiques académiques » fait référence, pour Moreira et David, au « scientific body of knowledge produced by the community of professional mathematicians »; ce que Chevallard (1985) nommerait les mathématiques savantes produites par la noosphère des mathématiciens. Cette caractérisation de Moreira et David nous semble toutefois à nuancer et pousser plus loin. En effet, le point d'appui dans cette caractérisation apparaît être le travail des mathématiciens. Or, les mathématiques académiques, celles enseignées dans les cours universitaires, font aussi elles-mêmes l'objet d'une certaine transposition et se distinguent des mathématiques produites par les mathématiciens dans leur travail mathématique.

Les travaux de Burton (2004), menés auprès de mathématiciens, montrent bien en effet qu'il y a une distinction entre les mathématiques produites lorsque les mathématiciens font des mathématiques (en tant que chercheurs en mathématiques), dans la manière dont ils travaillent dans ce cas, et les mathématiques qu'ils abordent ou font en classe lorsqu'ils enseignent dans leurs cours de mathématiques universitaires (comme enseignants en mathématiques). Les « mathématiques académiques » renvoient ainsi, pour nous, non

---

[2] L'étiquette « mathématiques scolaires », ou sa distinction potentielle d'avec les « mathématiques académiques », n'est pas simple et s'avère même être un sujet polémique à l'intérieur de notre champ de recherche en didactique des mathématiques [voir, par exemple, le numéro *28*(3) de la revue *For the Learning of Mathematics*, où de nombreux chercheurs se prononcent sur la notion de « mathématiques scolaires », ou le rapport du Groupe de Travail #1 sur mathématiques disciplinaires et mathématiques scolaires lors du 100[ème] anniversaire de ICMI (Barton et Gourdeau, 2008) et sa collection de textes associés (www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008)]. Dans le cas présent, nous n'empruntons pas à ce courant et nous utilisons uniquement la distinction offerte par Moreira et David (2005, 2007) comme point d'ancrage pour nous permettre de définir ce que nous entendons par les mathématiques professionnelles de l'enseignant ; l'ajout de « professionnelles » n'est pas anodin ici, comme nous l'expliquons par la suite, car ceci positionne les mathématiques au niveau de l'enseignant et de son enseignement, et non au niveau du domaine qui, mettrait possiblement en jeu une hiérarchie entre les concepts mathématiques.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

seulement à un corpus de savoirs (les contenus des mathématiques avancées) ou à des modes de pensée (ce que Tall (1991) nomme « Advanced Mathematical Thinking »), mais aussi et surtout à des façons de faire, d'envisager et d'approcher les mathématiques et de « faire faire les mathématiques » aux étudiants dans ces cours[3] (Rasmussen et al., 2005).

Les mathématiques professionnelles de l'enseignant, d'autre part, renvoient à ce que Moreira et David (2005) ont défini (parlant dans leur cas de « mathématiques scolaires ») comme « the set of validated knowledge, specifically associated with the development of school education in mathematics […] includ[ing] knowledge produced by mathematics teachers in their school practices […] as well as knowledge produced by research on teaching and learning of mathematical concepts and processes at school » (pp. 1-2). Ces mathématiques ne réfèrent donc pas uniquement aux concepts présents dans les documents curriculaires qui établissent ce qui doit être enseigné, mais réfèrent aussi et surtout aux éléments et événements mathématiques qui entourent et émergent de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques en classe, incluant les mathématiques développées par l'enseignant dans sa propre pratique. C'est en ce sens que nous parlons de mathématiques « professionnelles », ces dernières étant situées et ancrées dans une certaine pratique professionnelle de l'enseignant. Par exemple, lors de l'enseignement et de l'apprentissage de concepts spécifiques, plusieurs événements *mathématiques* peuvent émerger (des événements qui interrogent et qui font entrer sur un travail mathématique) : des raisonnements clés (adéquats ou non) permettant de donner un sens aux concepts; des conceptions, difficultés et erreurs autour du concept travaillé ou des concepts associés/préalables; des stratégies et approches diverses permettant de résoudre un problème; une variété de représentations et symbolismes/écritures (standard ou non) pour aborder et traiter un concept; de nouvelles questions et avenues à explorer, etc.

[3] Des pratiques qu'il faut distinguer des pratiques mathématiciennes du mathématicien, puisque, par exemple, les exigences de preuve et de validation dans les deux cas, la manière d'approcher un certain problème, etc., ne sont pas du tout de même nature. Quoiqu'il en soit, nous avons montré dans la première partie de cet article l'écart qui existait entre ces pratiques mathématiques que vivent les futurs enseignants dans ces cours et les pratiques mathématiques qu'ils seront appelés à vivre en classe comme enseignants.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

En ce sens, tel que l'affirment Moreira et David (2005), cette théorisation « move[s us] away from the idea of school mathematics as a discipline taught at school to re-conceptualize it as a body of knowledge specifically associated with mathematics teaching at school » (p. 2). Les mathématiques professionnelles de l'enseignant renvoient donc à un corpus de connaissances et pratiques mathématiques qui sont *connectées à* des questions d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques. Ces connaissances et pratiques mathématiques sont *mobilisées en contexte d'enseignement* et, donc, *sont situées dans ce contexte même. Elles sont de plus imbriquées, pour l'enseignant, dans des dimensions didactiques, pédagogiques et même institutionnelles* (voir, pour une conceptualisation plus précise de ces connaissances pour l'enseignement, Bednarz et Proulx, 2009). Ces mathématiques professionnelles ne renvoient donc pas à des mathématiques considérées pour elles-mêmes, déconnectées et décontextualisées de la pratique d'enseignement. Ces mathématiques, en étant au cœur des actes professionnels des enseignants, apparaissent pertinentes à considérer pour la formation des enseignants de mathématiques.

L'immersion dans une culture et une pratique mathématique vivante

En plus de cette entrée par les mathématiques professionnelles, la manière d'approcher ces questionnements et ces événements mathématiques semble aussi très importante à considérer et mérite réflexion. En contexte de formation *mathématique* des enseignants, plusieurs chercheurs (par exemple, Davis et Renert, 2009; Huillet, 2009; Shriki, 2010; Watson, 2008) ont en fait mis de l'avant l'importance d'engager activement les enseignants dans l'exploration des notions mathématiques – de les insérer dans un modèle de participation, plutôt que dans un modèle d'acquisition. Il semble en effet y avoir peu d'intérêt à vouloir « transférer » ou « présenter » ces mathématiques professionnelles aux enseignants dans une idée de transmettre les connaissances associées. Il apparaît donc important, voire central, tel que le montrent les analyses reprises dans la première partie de notre article, d'engager les enseignants dans une certaine culture et pratique mathématique

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

qui puisse être porteuse pour leurs futures pratiques professionnelles, comme le précise Bauersfeld (1994) :

> Participer au processus mathématique de la classe, c'est aussi participer à une culture qui utilise les mathématiques ou, mieux encore, à une culture de mathématisation (p. 177).

Cette orientation requiert évidemment un changement de perspective, comme l'explique Burton (2004), des mathématiques statiques aux mathématiques vivantes ; ou, pour reprendre les propos de Janvier, d'une : « mathématique qui se fait et non d'une mathématique toute faite » (Bednarz, Golding et Lefevre, 1997, p. vi)[4]. Dans cette participation à une culture mathématique, les enseignants sont vus comme des auteurs (Povey et Burton, 1999), des générateurs de connaissances, de compréhensions et de raisonnements mathématiques. Dans l'établissement d'une telle culture, où les concepts et les idées sont explorées et approfondies, les participants sont encouragés à générer des idées, des questions et des problèmes, à rendre explicites et à partager leurs compréhensions, à négocier les sens construits, à développer des explications et des arguments à l'appui des solutions avancées, à partager et explorer des avenues différentes pour comprendre des problèmes, des concepts, des notations et des symbolisations, à partager des représentations variées, des solutions et des stratégies, à valider les solutions mises de l'avant par eux et par les autres, etc. (voir les travaux de Bartolini Bussi, 1998; Bednarz, 1998; Cobb et Yackel, 1998; Krummheuer, 1992, 1995; Voigt, 1985, 1994). Des aspects spécifiques peuvent être tirés de ce qui précède, qui deviennent des éléments fondamentaux caractérisant la participation à ce que Bauersfeld nomme une culture de mathématisation :

[4] Voir aussi la distinction que nous avons tracé entre les connaissances mathématiques factuelles des enseignants et leur capacité à faire des mathématiques (Proulx, à paraître).

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

- *La communication/l'émergence d'une communauté de validation.* Au cœur d'une pratique où les mathématiques se font, les participants sont amenés à expliquer, discuter, argumenter, négocier et valider les compréhensions et sens développés (Devlin, 2004; Hersh, 1997; Krummheuer, 1995; Lakatos, 1976) ;
- *Le rôle, la pertinence et le développement de langages et symbolismes mathématiques.* Le symbolisme, et sa construction, jouent et ont joué un rôle majeur dans la création de sens en mathématiques (Bednarz, Dufour-Janvier, Poirier et Bacon, 1993). Ils jouent aussi, comme le montrent plusieurs études, un rôle central dans la construction de connaissances mathématiques par les élèves (Bednarz et al., *ibid.* ; Byers et Erlwanger, 1984 ; Byers et Herscovics, 1977). De plus, les divers niveaux de langage, les analogies, les métaphores, etc., sont utilisés pour exprimer les compréhensions, les explications et les arguments, et peuvent s'avérer être des aspects clés pour faire des liens et créer des compréhensions additionnelles (Bauersfeld, 1994; Bednarz, 2001, 2005 ; Davis et Simmt, 2006 ; Lakoff et Núñez, 2000) ;
- *Le rôle donné aux erreurs et la manière dont elles sont traitées.* Les erreurs jouent et ont joué un rôle fondamental dans le développement de la pensée et des raisonnements mathématiques ; elles permettent de percevoir et comprendre différemment les concepts et amènent à des façons de voir et de faire nouvelles et imprévues (Hadamard, 1945; Hersh, 1997; Lakatos, 1976) ;
- *La résolution et la formulation de problèmes.* Faire des mathématiques est une activité centrée sur la construction et la résolution de problèmes divers (Bkouche, Charlot et Rouche, 1992; Devlin, 2004; Hersh, 1997; Lang, 1985). Ainsi, toute exploration des idées, concepts et situations mathématiques, ou toute tentative pour faire du sens et développer des explications en lien avec des concepts et idées mathématiques sont des illustrations de formulation de questions, de problématisation et de résolution de problèmes en mathématiques.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Il y a pour nous deux aspects importants à l'intérieur de cette idée de participer à des pratiques mathématiques et à insérer les étudiants maîtres dans une culture mathématique vivante, et ce, en lien avec leurs futures pratiques professionnelles. D'une part, ce travail permet aux enseignants de se familiariser avec le processus même de construction de connaissances en mathématiques, de se sensibiliser, de l'intérieur même d'une telle démarche, à la manière dont les mathématiques s'établissent et se développent : comment le corps de connaissances en mathématiques, incluant les notations et le symbolisme, est devenu ce qu'il est, comment les connaissances sont développées, quels sont les processus centraux intervenant dans cette construction de connaissances en mathématiques (par exemple, argumentation, validation, modélisation, symbolisation, etc.). Les enseignants se familiarisent (par leur participation à une culture de mathématisation) avec le processus de production de connaissances en mathématiques, idée qui apparaît centrale pour un enseignant de mathématiques et qui lui permet de comprendre toute la richesse de ce processus, de cerner ce qu'il recouvre, les difficultés qu'il suscite, etc. (Davis, 2008; Davis et Simmt, 2006). D'autre part, cette participation à une culture de mathématisation permet aux enseignants de générer et développer eux-mêmes des connaissances mathématiques; dans un contexte suffisamment près de leur future pratique professionnelle pour permettre d'y trouver un certain ancrage, puisque cette « construction » se fera à propos de concepts mathématiques qu'ils enseignent, d'événements et de questionnements *mathématiques* reliés à leurs pratiques (les mathématiques professionnelles). Faire des mathématiques et générer des idées en lien avec ces événements et les questions liées à leur pratique représentent une dimension importante des connaissances mathématiques d'un enseignant (Proulx, à paraître), mais aussi d'un savoir professionnel, puisque ce travail leur permet d'approfondir les connaissances et processus mathématiques liés à leur enseignement.

Ces deux perspectives complémentaires, une exploration des « mathématiques professionnelles » de l'enseignant et la participation à une culture de mathématisation, apparaissent ainsi être des dimensions importantes à considérer au regard de la préparation

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

mathématique de l'enseignant. Dans le but d'offrir une illustration de ce que la prise en compte de ces deux dimensions (mathématiques professionnelles et culture mathématique) peut recouvrir et engendrer chez des enseignants, nous reprenons dans ce qui suit un extrait d'un échange entre enseignants et formateur, ayant pris place dans le cadre d'un projet recherche mené avec des enseignants de mathématiques du secondaire (Proulx, 2007). Cet exemple, provenant dans ce cas d'une formation continue, donne une idée du potentiel qu'offre le travail autour de ces deux dimensions. Nous reviendrons par la suite sur un ancrage possible d'un tel travail en formation initiale[5].

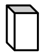
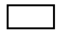
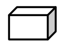
Une illustration d'une exploration des mathématiques professionnelles avec des enseignants en exercice

> Cet échange a pris place dans un projet de formation continue, dans lequel le formateur tentait d'offrir aux enseignants des occasions de travailler en profondeur les concepts mathématiques qu'ils enseignent, et d'installer (implicitement) une certaine culture mathématique vivante où les mathématiques sont explorées – donnant lieu à un travail concerté entre enseignants et formateur en lien avec l'approfondissement de ces concepts mathématiques[6].

L'exemple est tiré d'une session à l'intérieur de laquelle les enseignants du secondaire (7ème à 12ème année) ont été progressivement amenés à construire un sens au concept de volume de solides, sur la base de situations tirées des travaux de Janvier (1992, 1997). Le volume des prismes a été travaillé et visualisé au départ comme une accumulation de couches successives, amenant par la suite à construire la formule « *Aire de la base* x *hauteur* » pour tous les prismes[7].

[5] Nous sommes ici bien conscients qu'il existe une différentiation à faire entre formation initiale et continue.
[6] On voit en effet dans cet extrait les enseignants et le formateur en interactions continuelles, ces derniers travaillant de concert sur la compréhension et l'approfondissement des concepts mathématiques. Le formateur est ici partie intégrante du groupe et ne se situe pas dans une position hiérarchique de formateur/formé ou dans une perspective traditionnelle « d'enseignement ». Cette position peut même amener à une certaine redéfinition de la notion de formateur (voir Proulx, 2006, 2007).
[7] Pour plus de détails sur les différentes étapes de cette séquence, et les situations exploitées avant d'arriver à cette formule, voir Janvier (1992, 1997).

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Durant la séance, Carole, une des enseignantes, souleva le fait que le groupe, sans vraiment s'en rendre compte, avait toujours parlé des prismes en les plaçant debout sur la table () et que ceci pouvait éventuellement créer des difficultés chez les élèves : les élèves habitués à travailler l'aire d'un rectangle lorsque celui-ci est placé ainsi , dans la mesure où l'orientation du prisme est changée (debout au lieu de couché ), pourraient avoir des difficultés. L'enseignante établissait ici spontanément un lien avec sa pratique professionnelle en classe, puisant à sa connaissance des élèves pour interroger la façon de faire dans le groupe. Ce commentaire stimula une discussion sur le fait que l'orientation du prisme ne change en rien le volume trouvé, puisque quelque soit la base choisie le volume sera toujours le même[8]. Gina ne partagera pas toutefois cet avis.

Gina:	Dans ma classe, tu ne peux pas appeler « base » la partie qui n'est pas carrée. Si c'est couché ainsi [montre le prisme rectangulaire couché sur le côté], je m'attends que tu me dises que celles-ci sont les bases [pointe les carrés].
Erica:	Pourquoi ?
Gina:	Parce que c'est un prisme.
J.:	Gina, c'est mathématiquement faux par contre.
Erica:	Oui, en effet.
Gina:	Attends un peu, parce que l'idée est que lorsque tu travailles avec celui-ci [montre un prisme hexagonal], tu sais maintenant que c'est un prisme parce que ses côtés [pointe les faces rectangulaires du prisme] sont tous rectangles et que tu as toujours tes deux autres [montre les hexagones]…
J.:	Oui, mais dans un prisme, tu as besoin que les faces latérales soient des

[8] Le prisme en question est un parallélépipède rectangle dont deux faces opposées sont des carrés. Il peut donc être vu à la fois comme un prisme droit à base carrée ou un prisme droit à base rectangulaire.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

	rectangles. Dans ce cas-ci [montre le prisme hexagonal], tu ne peux prendre les rectangles (comme bases). Ceux-ci [montre les hexagones] ne sont pas des rectangles. Dans ce cas-ci [montre le prisme rectangulaire], j'ai le droit.
Erica:	Oui, en effet.
[…]	
Gina:	Tu as le droit mais ça mêle les élèves.
Erica:	Oui, mais …
J.:	Ok oui, mais la confusion, en fait, elle est importante.
Erica:	… mais ça, c'est leur problème (s'ils ne comprennent pas).
Gina:	Mais c'est important … c'est leur problème ?!?
Erica:	Bien oui. Tu ne peux pas enseigner quelque chose de faux juste pour éviter que les élèves fassent des erreurs.
Gina:	Mais c'est pas faux qu'il y en a deux (faces) qui sont les mêmes.
J.:	En effet, mais ça ne fait pas d'elles automatiquement les bases. C'est une décision que tu prends.
Erica:	Ça ne fait pas d'elles les bases, c'est un choix.

La discussion continuera en faisant un parallèle avec le cas du rectangle alors que les deux côtés peuvent être appelés *longueur* ou *largeur* sans rien changer à l'aire obtenue. Gina refusera à nouveau cette explication, car la plus petite partie du rectangle (→▭) ne peut pas, selon elle, être appelée la base.

Gina:	Tu vois, je n'appelle jamais la petite partie la base.
J.:	Je comprends …

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Gina:	Tu ne peux pas faire ça.
J.:	Mais si, tu peux faire ça.
Carole:	Qu'est-ce qu'une base en fait ? Parce que le vocabulaire est important ici.
Erica:	La base c'est le pilier, c'est ce qui supporte.
J.:	Et tu fais un choix.
Erica:	Et donc la base, ça c'est la base [montre le prisme rectangulaire debout et pointe la figure en dessous]; ça c'est la base [montre le prisme rectangulaire couché et pointe la figure en dessous].

Pour réfuter ceci, Gina s'intéressera alors à la pyramide (une pyramide hexagonale, par exemple) et dira qu'il est impossible de procéder ainsi, car une pyramide ne peut être placée sur une de ses faces latérales triangulaires pour ensuite « décider » de l'appeler la base. Acquiesçant, le formateur et Erica avanceront l'idée que la raison pour expliquer cette impossibilité est que par définition une pyramide requiert que ses faces latérales soient des triangles. Par contre, pour un prisme, la définition requiert que toutes les faces latérales soient des rectangles[9]. Gina n'acceptera toujours pas cette idée, en partie parce que dans un prisme rectangulaire avec deux faces opposées carrées, les autres faces sont toutes des rectangles ; le fait que les carrés soient différents des rectangles les rend directement et exclusivement, pour elle, les bases de ce prisme (elle le voit donc uniquement comme prisme droit à base carrée et non comme prisme droit à base rectangulaire).

Claudia suggèrera de regarder un prisme rectangulaire possédant trois paires de faces rectangulaires différentes, apportant la boîte vide d'une cassette vidéo avec trois faces différentes. Cette idée amènera tranquillement Gina à accepter la considération d'autres bases possibles et, surtout, à comprendre l'idée sous-jacente.

[9] Ceci pourrait être raffiné, puisqu'un prisme oblique ou torsadé n'aura pas nécessairement ses faces latérales rectangulaires. Dans le cas présent, cette idée était implicite.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Claudia:	[apporte la boîte de cassette vidéo]
Gina:	Oui, c'est ça! Avec celle-là, ce n'est pas important.
Erica:	Pourquoi ce n'est pas important avec celle-là ?
Gina:	Bien parce que tu as, ils sont tous rectangulaires, tu en as deux (de chacune).
J.:	Mais les autres aussi [montre les autres prismes sur la table].
Erica:	Ils sont rectangulaires aussi, un carré est un rectangle.
Gina:	Oui, oui, oui. Mais celui-ci [montre le prisme rectangulaire à base carrée], il y en a deux qui sont identiques donc lorsque tu calcules l'aire c'est plus facile de voir les tranches de cette façon [montre les carrés pris pour la base]. […] Oh, non ! C'est la même chose ! [État de surprise, de réalisation].
J.:	Mais que ce soit plus facile n'est pas la même histoire par contre.
Gina:	Non !! [acquiesçant que ce n'est *pas* plus facile]
Erica:	C'est la même chose, la même chose. Ce n'est pas plus facile avec ça [montre le prisme couché] qu'avec ça [montre le prisme debout].

Gina semblera alors comprendre et acceptera de plus en plus l'idée que l'orientation du prisme rectangulaire dans l'espace n'est pas importante, toute face pouvant ici être considérée comme étant une base. La discussion se terminera sur les propos d'Erica, qui ajoutera que lorsqu'elle explique le concept de base à ses élèves, elle leur dit qu'ils doivent le voir de la même manière que lorsqu'ils coupent du pain, les tranches devant être identiques, indépendamment de la position du pain (debout, couché, etc.). Dans le cas d'un prisme hexagonal, il n'existe alors qu'une seule façon d'obtenir des tranches identiques.

L'analyse de ces interactions, autour de l'exploration de la notion de « base » d'un solide dans ce cas, fait ressortir des aspects intéressants tant au niveau mathématique que

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

sur le plan de l'émergence d'une certaine culture et pratique mathématique dans le groupe[10]. D'une part, cet exemple illustre bien les questionnements mathématiques qui émergent dans la discussion, et qui viennent dans ce cas interroger la notion de « base » (d'un solide ou d'une figure) – notion qui se trouve en quelque sorte revisitée par les enseignants. Au niveau des manières de faire, de la culture de mathématisation qui se développe, d'importantes questions se posent, des idées sont proposées, des hypothèses sont avancées, réfutées, négociées, etc. On retrouve ici le fameux processus de zigzag de Lakatos (1976) pour le développement et la génération des concepts mathématiques, dans un va-et-vient entre les idées, les définitions-en-acte proposées, les conjectures, les réfutations et les contre-exemples. Ainsi, durant cette exploration et les questionnements soulevés, les participants (enseignants et formateur) sont amenés à générer des idées nouvelles, à repenser les concepts [de base d'un solide, de prisme (rectangulaire, hexagonal, etc.), de pyramides, etc.], à questionner l'autre [Pourquoi les bases ne peuvent pas être les rectangles? Qu'est-ce qu'une base? Pourquoi le choix d'une base est important avec un certain prisme et pas avec un autre?], à valider ou réfuter les idées et raisonnements proposés [non pour un prisme rectangulaire (à base carrée), oui pour un prisme hexagonal, oui pour une pyramide ; contre-exemple de la boîte de vidéocassette ; etc.], à établir et partager un argument [prendre les carrés, c'est plus simple ; la définition du prisme permet d'aller dans ce sens, alors que celle de la pyramide ne le permet pas], à négocier le sens des concepts [non pour les prismes rectangulaires, oui pour les prismes hexagonaux et les pyramides], à redéfinir pour clarifier et mieux comprendre [définition d'un prisme, d'une pyramide, d'une base], etc., donc à rendre explicites et à partager les compréhensions mathématiques développées. Il y a aussi une utilisation fréquente d'analogies, de métaphores, tant à l'extérieur des mathématiques (pilier, tranches de pain) qu'à l'intérieur des mathématiques (utiliser le cas des figures planes pour comprendre la notion de base des

[10] Notons que ce projet de recherche n'avait pas au départ une préoccupation *explicite* d'immersion des enseignants dans une culture de mathématisation. L'analyse ici ne peut donc pas être aussi riche que si elle avait été pensée en ces termes. Mais nous avons voulu montrer comment, *a posteriori*, peuvent émerger des éléments qui pourraient être exploités en ce sens.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

prismes), ces utilisations menant à de nouvelles « caractérisations » (de prisme, de pyramide, de base). Ainsi, dans cette pratique mathématique vivante qui se met en place, les enseignants travaillent autour d'événements mathématiques ancrés dans leurs pratiques professionnelles.

En ce sens, la communication des compréhensions et des raisonnements par chacun est ici centrale, alors qu'on débat autour d'idées qui sont en développement et qu'on retravaille les connaissances. La présence de l'argumentation (dans le sens de convaincre) est présente et se fait, il est important de le souligner, dans un grand respect des autres et un professionnalisme, malgré les divergences d'opinions, les incompréhensions affirmées par certains, les visions erronées que l'on attribue à l'autre, etc. Au cœur de la pratique mathématique développée ici se retrouvent donc les raisonnements mathématiques déployés, et non des jugements envers autrui, alors qu'on pousse les explorations et les questionnements pour arriver à comprendre et faire du sens des concepts. Les positions de chacun, même si elles sont opposées à l'occasion, n'amènent donc pas à une scission mais à un travail de négociation de sens mathématiques pour développer une compréhension plus approfondie (chez l'autre, mais aussi chez soi).

On retrouve aussi les éléments clés de la résolution et de la formulation de problèmes (mentionnée plus haut comme dimensions importante d'une culture de mathématisation), alors que la question de ce que l'on accepte comme la base d'un prisme soulève des questionnements que les participants fouillent et travaillent. Ainsi, les participants en viennent, tout simplement, à faire des mathématiques (des définitions-en-action, des contre-exemples, des arguments, etc.). On se retrouve donc en plein centre d'une pratique mathématique vivante qui amène ses participants à faire du sens des concepts et à déployer des raisonnements et des compréhensions.

L'exemple précédent permet ainsi d'illustrer l'intérêt, le potentiel, que peut présenter ce type d'environnement d'apprentissage pour les enseignants, un environnement dans lequel les contenus travaillés sont signifiants pour leur pratique professionnelle en enseignement des mathématiques, et où les mathématiques sont négociées et argumentées,

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

développées et mises en place par les participants eux-mêmes. Enfin, et ceci n'est pas anodin, on perçoit bien dans ce qui précède la pertinence des contenus abordés, ancrés dans leurs pratiques d'enseignement, alors que les enseignants font référence et reviennent constamment sur des questions reliées à l'enseignement et à l'apprentissage de ces contenus par rapport à leurs classes et leurs élèves (Gina dans l'extrait précédent y fait directement référence). Tel que le souligne Brodie (2004), les contenus mathématiques et l'enseignement de ces contenus mathématiques sont indissociables pour les enseignants, ils vont de pair : c'est dans l'enseignement que ces concepts prennent sens pour les enseignants (voir aussi Proulx, 2008). Ceci rend d'autant plus pertinent le travail sur les mathématiques professionnelles, car non seulement elles sont au cœur de leurs pratiques d'enseignement (les concepts mathématiques abordés sont ceux sur lesquels porte leur enseignement), mais elles sont aussi imbriquées aux questions d'apprentissage et d'enseignement pour ces enseignants (l'exemple précédent montre bien l'imbrication des aspects mathématiques avec les préoccupations didactiques et pédagogiques), facilitant un ancrage dans la tâche réelle de l'enseignant et débouchant sur une réflexion qui touche à différentes dimensions (voir aussi notre article sur les questions d'imbrication des connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques dans Bednarz et Proulx, 2009).

Discussion et remarques finales

Les aspects soulevés dans cet article (Partie 1 et Partie 2) sont une tentative pour re-penser la formation mathématique des enseignants du secondaire : une re-conceptualisation empruntant une voie très différente de celle mise en place par les modèles usuels de formation. Plus spécifiquement, les deux dimensions que nous avons développées dans cette Partie 2, les mathématiques professionnelles de l'enseignant et l'immersion dans une culture et pratique mathématique vivante, prennent leur source dans la réflexion de fond menée sur la formation mathématique des enseignants, et ce sur la base des écrits et travaux de recherche conduits dans ce domaine (voir la Partie 1 de cet article).

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Il apparaît toutefois important à cette étape de faire une distinction entre formation initiale et formation continue. Les enseignants en exercice (cas de la formation continue) ont en effet un lien privilégié avec la pratique de telle sorte que l'entrée dans la formation mathématique par les mathématiques professionnelles, les mathématiques ancrées dans leur pratique, fait ressortir de façon imbriquée des questions sur l'enseignement et l'apprentissage – tel que le montre entre autres l'analyse reprise dans la section 4. Cet ancrage dans la pratique n'est pas nécessairement aussi présent chez les étudiants en formation initiale (même si on peut penser ici aux expériences de stages comme un appui possible à une telle réflexion). Dans les deux cas toutefois (formation initiale et continue), les mathématiques professionnelles demeurent une entrée intéressante à explorer, comme le montre l'analyse des recherches, en tant que piste possible pertinente au regard des expériences mathématiques professionnelles que le futur enseignant aura à vivre (et que l'enseignant en exercice vit) dans sa classe. Pour la formation initiale, tel que l'évoque le rapport de la Commission Kahane (2003), il s'agit de mettre en place en ce sens des pratiques de formation qui amènent le futur enseignant « à remplacer une certaine fréquentation "estudiantine" des mathématiques par une autre, professionnelle » (p. 60).

Les pistes que nous avons avancées et explorées en ce sens, dans cette Partie 2 de l'article, demeurent à cette étape préliminaires et demandent à être davantage documentées et investiguées par la recherche, quant à ce qui les caractérise et à leur apport pour le développement professionnel des enseignants (en regard notamment de leurs façons professionnelles de connaître, de pratiquer et d'enseigner les mathématiques). Elles ne constituent par ailleurs qu'une piste parmi d'autres possibles cherchant à prendre en compte une meilleure articulation entre la formation mathématique des enseignants dans les cours universitaires et les mathématiques qu'ils auront à enseigner (voir, par exemple, Hache, Proulx et Sagayar, à paraître). La recherche devra investiguer davantage le potentiel et l'apport de ces diverses avenues alternatives de formation mathématique, au regard de ce qu'elles permettent d'offrir, comme expériences de formation, aux (futurs) enseignants de mathématiques.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Tel que nous l'avons souligné au tout début de cet article (Partie 1), les questions et orientations pour la formation *mathématique* des enseignants occupent depuis longtemps les pensées des formateurs et des chercheurs, et plusieurs des idées mises de l'avant valent la peine d'être scrutées de plus près. Toutefois il nous semble essentiel, pour arriver à se dégager de ce que Kahan, Cooper et Bethea (2003) nomment les *conclusions et recommandations de sens commun sur la préparation mathématique des enseignants*, que les questions abordées, les problèmes soulevés et les nouvelles perspectives mises de l'avant soient documentés et investigués par la recherche, de manière à fonder sur des bases solides notre compréhension de ce domaine.

Remerciements

Le projet soutenant l'écriture de cet article a été rendu possible grâce au financement accordé par le Conseil de Recherches en Sciences Humaines du Canada (subvention # 410-2008-0284).

RÉFÉRENCES

Bartolini Bussi, M. G. (1998). *Joint activity in mathematics classrooms: A Vygotskian analysis*. In F. Seeger, J. Voigt et U. Waschescio (Eds), *The Culture of the mathematics classroom* (pp. 13-49). Cambridge: Cambridge University Press.

Barton, B., et Gourdeau, F. (2008). Report of Working Group 1. Disciplinary mathematics and school mathematics. In M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi et F. Arzarello (Eds.), *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education* (pp. 253-264). Rome : Istituto Della Enciclopedia Italiana.

Bauersfeld, H. (1994). Réflexions sur la formation des maîtres et sur l'enseignement des mathématiques au primaire. *Revue des Sciences de l'Éducation*, *20*(1), 175-198.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Bednarz, N. (1998). Evolution of classroom culture in mathematics, teacher education and reflection on action. In F. Seeger, J. Voigt et U. Waschescio (Eds), *The Culture of the mathematics classroom* (pp. 50-75). Cambridge: Cambridge University Press.

Bednarz, N. (2001). Didactique des mathématiques et formation des enseignants : le cas de l'Université du Québec à Montréal. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, *1*(1), 61-80.

Bednarz, N. (2005). Parler les mathématiques. *Vie Pédagogique*, *136*, 20-23.

Bednarz, Nadine., & Proulx, Jérôme. (2009). Knowing and using mathematics in teaching: Conceptual and epistemological clarifications taking their source in teachers' practice. *For the Learning of Mathematics*, *29*(3), 11-17. [Une version française a aussi été publiée sur le site web de FLM (http://flm.educ.ualberta.ca) sous le titre de *Connaissance et utilisation des mathématiques dans l'enseignement : Clarifications conceptuelles et épistémologiques prenant leur source dans une analyse de la pratique des enseignants*.]

Bednarz, N., Dufour-Janvier, B., Poirier, L., et Bacon, L. (1993). Socioconstructivist viewpoint of the use of symbolism in mathematics education. *The Alberta Journal of Educational Research*, 39(1), 41-58.

Bednarz, N., Golding, G. A., et Lefevre, J. (1997). In Memoriam – Claude Janvier. *Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), v-vii.

Bkouche, R., Charlot, B., et Rouche, N. (1992). *Faire des mathématiques: Le plaisir du sens*. Paris: Armand Colin.

Brodie, K. (2004). Re-thinking teachers' mathematical knowledge: A focus on thinking practices. *Perspectives in Education*, *22*(1), 65-80.

Burton, L. (2004). *Mathematicians as enquirers: Learning about learning mathematics*. Dordrecht: Kluwer.

Byers, V., et Erlwanger, S. (1984). Content and form in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *15*(3), 259-275.

Byers, V., et Herscovics, N. (1977). Understanding school mathematics. *Mathematics Teaching*, *81*, 24-27.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Chevallard, Y. (1985) *La transposition didactique : Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Cobb, P. et Yackel, E. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. In F. Seeger, J. Voigt et U. Waschescio (Eds.), *The Culture of the Mathematics Classroom* (pp. 158-190). Cambridge: Cambridge University Press.

Davis, B. (2008). *"Concept study": open vs. closed understandings of mathematical ideas*. Présentation à ICME-11 dans le Topic Study Group 27. Monterey, Mexico. http://tsg.icme11.org/tsg/show/30

Davis, B., et Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(3), 293-319.

Davis, B., et Renert, M. (2009). Mathematics-for-teaching as shared dynamic participation. *For the Learning of Mathematics*, *29*(3), 37-43.

Devlin, K. (2004). 2003: Mathematicians face uncertainty. *Discover*, *25*(1), 36.

For the Learning of Mathematics: An International Journal of Mathematics Education, *28*(3).

Hache, C., Proulx, J., et Sagayar, M. M. (à paraître). Synthèse du GT#1 – Formation mathématique des enseignants: contenus et pratiques. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2009*. Dakar, Sénégal.

Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?* New York: Oxford University Press.

Huillet, D. (à paraître). Mathématiques pour l'enseignement: une approche anthropologique *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2009*. Dakar, Sénégal.

Huillet, D. (2009). Mathematics for teaching: An anthropological approach and its use in teaching training. *For the Learning of Mathematics*, *29*(3), 4-10.

ISSN 2177-9309

Janvier, C. (1992). *Le volume mais où sont les formules? Un vidéo sur l'enseignement des mathématiques au secondaire* [VHS/couleur/33mins.]. Mont-Royal, Canada : Modulo.

Janvier, C. (1997). Grandeur et mesure: la place des formules à partir de l'exemple du volume. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, *37*(3), 28-41.

Kahan, J.A., Cooper, D.A., et Bethea, K.A. (2003). The role of mathematics teachers' content knowledge in their teaching: A framework for research applied to a study of student teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *6*(3), 223-252.

Kahane, J.-P. (2003). *Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques – La formation des maîtres en mathématiques*. smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane

Krummheuer, G. (1992, August). *Formats of argumentation in the mathematics classroom.* Présentation à ICME-7 (International Congress of Mathematics Education), groupe de travail 7. Ville de Québec, Québec, Canada.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb and H. Bauersfeld (Eds), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. New York: Cambridge University Press.

Lakoff, G., et Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basis Books.

Lang, S. (1985). *The beauty of doing mathematics: Three public dialogues*. New York: Springer-Verlag.

Moreira, P. C., et David, M. M. (2005). Mathematics in teacher education versus mathematics in teaching practice: A revealing confrontation. In R. Lins & A. Olimpio Jr. (Eds.), *Contributed papers, demonstrations and worksessions: The 15th ICMI study – The Professional education and development of teachers of mathematics*. Sao Paolo, Brazil. CD-ROM.

Moreira, P. C., David, M.M. (2007) *A formação matemática do professor. Licenciatura e pratica escolar*. Belo Horizonte: Autentica Editora.

emteia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Povey, H., et Burton, L., avec Angier, C., et Boylan, M. (1999). Learners as author in the mathematics classroom. In L. Burton (Ed.), *Learning mathematics: From hierarchies to networks* (pp. 232-245). Falmer Press : London.

Proulx, Jérôme. (à paraître). Réflexions préliminaires sur les connaissances mathématiques des enseignants du secondaire : Connaissances factuelles et développement de connaissances. In A. Kuzniak et M. Sokhna (Eds.), *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF-2009. Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation*. Université Cheikh Anta Diop : Dakar, Sénégal. CD-ROM.

Proulx, J. (2008). Exploring school mathematics as a source for pedagogic reflections in teacher education. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, *8*(4), 331-354.

Proulx, J. (2007). *(Enlarging) secondary-level mathematics teachers' mathematical knowledge: An investigation of professional development*. Thèse de doctorat inédite, Université de l'Alberta, Canada.

Proulx, J. (2006). «Objectifs comme points de départ» *versus* «objectifs à atteindre à la fin» : Un défi pour les programmes de formation des maîtres. In N. Bednarz. et C. Mary. (Eds.), *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2006* (CD-ROM). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., et Teppo, A. (2005). Advancing mathematical activity: A view of advanced mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(1), 51–73.

Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating concepts. *Educational Studies in Mathematics*, *73*(2), 159-179.

Tall, D. (Ed.) (1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht, The Netherlands.

Voigt, J. (1985). Patterns and routines in classrooms interaction. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *6*(1), 69-118.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *26*(2-3), 275-298.

Watson, A. (2008). Developing and deepening mathematical knowledge in teaching: being and knowing. Texte présenté lors du séminaire #5 des Seminar series on Mathematical knowledge in teaching de l'Université de Cambridge, UK. http://www.maths-ed.org.uk/mkit/seminar5.html