

REVISTA

GEOMETRIA GRÁFICA**TRANSMISSÃO DO ENSINO DE FIGURAS PLANAS DE ARQUIMEDES NAS FORMAS DA ARQUITETURA RELIGIOSA OCIDENTAL DA ALTA IDADE MÉDIA****THE TRANSMISSION OF ARCHIMEDES' TEACHING OF PLANE FIGURES IN THE FORMS OF WESTERN RELIGIOUS ARCHITECTURE OF THE EARLY MIDDLE AGES****Jean-Baptiste Marc Scharffhausen**

Mestre em Desenvolvimento Urbano

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil

<https://orcid.org/0000-0001-8453-6811>jean-baptiste.scharffhausen@ufpe.br**RESUMO**

Este artigo se propõe a demonstrar a ligação entre os estudos matemáticos de Arquimedes e sua materialização sob várias formas no campo arquitetônico da Alta Idade Média. A ideia comumente aceita de que as ciências ocidentais da Alta Idade Média foram pouco desenvolvidas e expostas pode ser modificada por um novo ângulo de abordagem que faz intervir diversos aspectos da produção arquitetural. Considerando que a arquitetura é uma disciplina que se encontra no cruzamento de diversas especialidades distintas, foi nesta mesma lógica de diversificação das fontes que a pesquisa para este artigo foi realizada. Além dos exclusivos e tradicionais meios de transmissões dos conhecimentos que foram os manuscritos e os livros, os resultados da pesquisa levam a constatar que a arquitetura também, foi um elemento fundamental para essa transmissão. Dois campos da arquitetura religiosa teriam assumido esse papel de suporte da ciência dentro da sociedade e no meio da cidade medieval: através da sua representação iconográfica no espaço plano e enquanto edifício no espaço real.

PALAVRAS-CHAVE: Expressão gráfica; Arquimedes; figuras geométricas; ensino pela arquitetura; alta idade média.



ABSTRACT

This article aims to demonstrate the connection between Archimedes' mathematical studies and their materialization in various forms in the architectural field of the Early Middle Ages. The commonly accepted idea that the Western sciences of the Early Middle Ages were poorly developed and exposed can be modified by a new angle of approach that brings into play various aspects of architectural production. Considering that architecture is a discipline that lies at the crossroads of several distinct specialties, it was in this same logic of diversification of sources that the research for this article was carried out. Besides the exclusive and traditional means of knowledge transmission, which were the manuscripts and the books, the research results lead to the conclusion that architecture was also a fundamental element for this transmission. Two fields of religious architecture would have assumed this role of support of science within society and in the medieval city: through its iconographic representation in the flat space and as a building in real space.

KEYWORDS: Graphic expression; Archimedes; geometric figures; teaching by architecture; early Middle Ages.

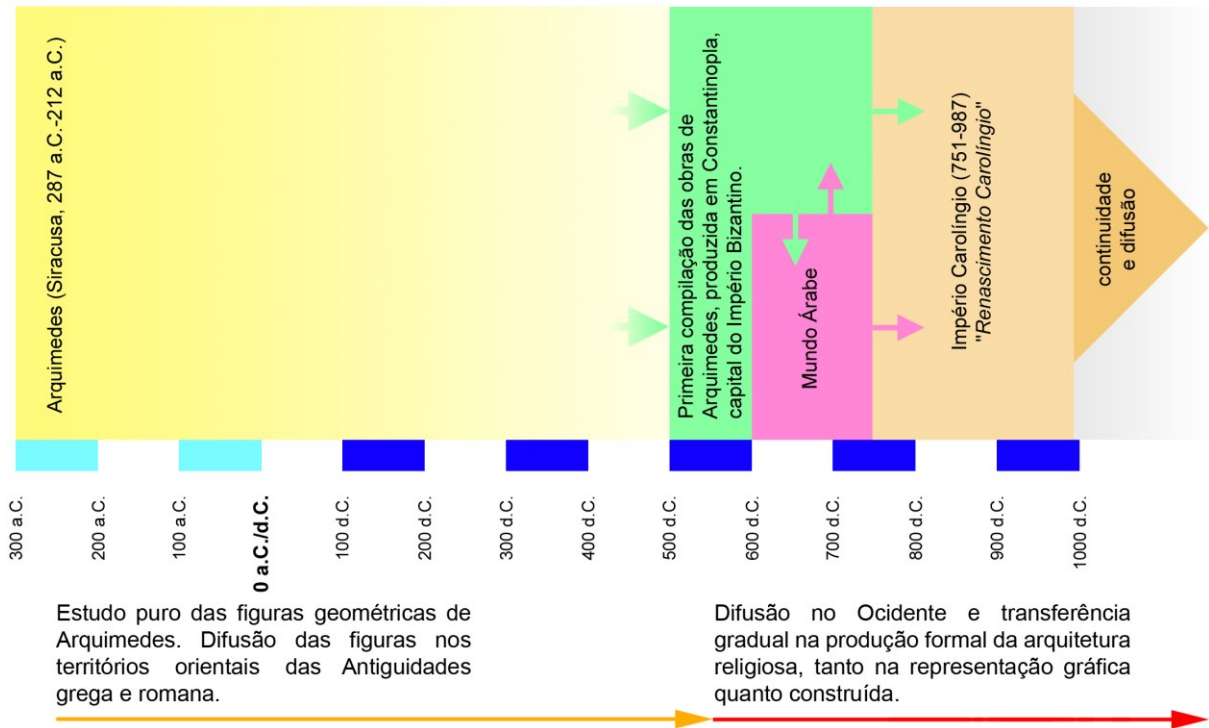
1 INTRODUÇÃO

A arquitetura é uma disciplina complexa que se baseia em muitas outras disciplinas. Suas fontes de inspiração e objetivos finais são quase infinitos. Para estar nessa posição de articulação, ela agrega e manifesta essas fontes de várias maneiras. O tema abordado neste artigo é o produto do encontro de três origens distintas. As duas primeiras decorrem de temas utilizados no ensino da Geometria Gráfica na Licenciatura em Matemática e da Geometria Gráfica na Arquitetura. Ambas as disciplinas são ministradas pelo Departamento Expressão Gráfica da Universidade Federal de Pernambuco. A primeira origem trata das figuras geométricas apresentadas nos tratados matemáticos da Antiguidade grega. A segunda origem trata da diversidade de percepção que uma determinada figura pode ter tanto na representação arquitetônica iconográfica, como no espaço real construído da arquitetura. A terceira e última fonte provem de pesquisas realizadas pelo autor sobre a história da arquitetura ocidental, com uma abordagem epistemológica de seus elementos constituintes. Na interseção dessas três origens, observou-se que as

figuras matemáticas do Arbelo e do Salinon tiveram suas origens na produção científica de Arquimedes durante a Antiguidade grega, se desenvolveram ao longo do tempo e do espaço para se tornarem mil anos depois como umas características formais significativas do amplo campo disciplinar da arquitetura ocidental da Alta Idade Media.

O artigo pretende contribuir aos estudos das relações e influências interdisciplinares históricas entre o campo da matemática e o campo da arquitetura tanto nos seus aspectos da representação iconográfica como no campo da realidade construída, baseando-se sobre os estudos das fontes relacionadas à matemática, à história da arte, à história da arquitetura e à história das civilizações. Assim, depois de apresentar Arquimedes e as definições matemáticas das suas duas figuras do Arbelo e do Salinon, o artigo relata seguindo uma trajetória cronológica linear, todas as vias pelas quais as duas figuras se espalharam no seio das civilizações implicadas (Figura 1). Do contexto onde surgiram até as suas aparições na Alta Idade Media ocidental, algumas civilizações intermediárias não modificaram o sentido inicial das figuras, enquanto outras fizeram as primeiras alterações na forma como eram percebidas inicialmente.

Assim, num primeiro tempo, o estudo demonstra como mil anos depois de ser definidas pela primeira vez na civilização da Antiguidade grega, essas duas figuras apareceram no Império Carolíngio onde elas mantiveram seus caracteres didáticos, ganharam em significado, se espalharam em outros campos disciplinares numa variedade de mídias muito diferentes de suas origens. Num segundo tempo, o artigo apresenta a mudança de paradigma dessas figuras quando passaram de uma especialidade à outra, do manuscrito à pedra, do plano ao volume, do difusível ao estático, do ensino exclusivo à exibição coletiva, da escala do indivíduo à escala da cidade. De fato, pelo estudo multidisciplinar é possível trazer uma contribuição sobre as diversas maneiras pelas quais as ciências da Antiguidade foram disseminadas na civilização ocidental da Alta Idade Media, que foi até então descrita exclusivamente pelos historiadores como uma baixa produtora de ciência. Com o objetivo de atualizar essa imagem aqui definida como “incompleta”, este artigo tenta demonstrar que a arquitetura deve ser também considerada como um ator pedagógico importante na assimilação e na difusão das ciências através das questões da representação, da espacialidade e da reprodutibilidade.

Figura 1 - Linha cronológica da difusão cultural das duas figuras planas de Arquimedes

Fonte: Autor, 2023.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Arquimedes

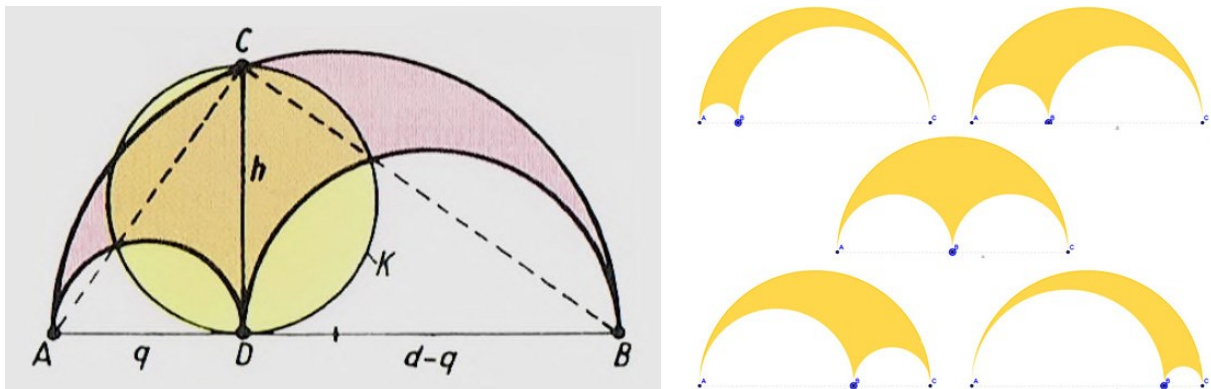
Arquimedes (Siracusa, 287 a.C.-212 a.C.) foi um cientista renomeado da antiguidade e estabelecido na cidade de Siracusa, uma colônia grega (dórica) na Sicília. Ele se especializou em física, astronomia, engenharia e matemática. Pouco se sabe sobre suas realizações matemáticas em seu próprio tempo e por seus primeiros sucessores. Por consequência, seus escritos científicos, redigidos por ele mesmo, não sobreviveram em sua versão original (em dórico), mas na forma de traduções para o grego clássico, bizantino e árabe. No "*Livro dos lemas*", Arquimedes introduz quinze proposições (lemas) que são diversos estudos geométricos baseados sobre os círculos. O nome desse livro provem do matemático árabe Thābit ibn Qurra (826-901), que supostamente traduziu os estudos de Arquimedes e do qual falaremos mais adiante neste artigo. É nesse livro que duas figuras geométricas específicas são apresentadas: o Arbelo e o Salinon, que são o objeto de estudo deste artigo.

2.1.1 O Arbelo

No "*Livro dos lemas*", o Arbelo (Figura 2) é apresentado da quarta à oitava proposição. Em grego, a palavra é traduzida como "*faca de sapateiro*", porque é semelhante a ela em sua forma. Matematicamente, ela pode ser definida da seguinte forma: é uma figura constituída por dois semicírculos pequenos dentro de um maior; esses semicírculos são tais que a soma dos diâmetros dos semicírculos pequenos é igual ao diâmetro do maior. Se traçarmos a tangente comum DC para os dois semicírculos menores, o círculo K, com diâmetro $|DC|=h$, terá a mesma área que o tri-círculo. Esse diâmetro $|DC|$ pode ser visto como a altura de um triângulo retângulo ABC com $|AB|=d$ como sua hipotenusa. De acordo com o teorema da altura, $h^2=q(d-q)$. Além disso, se A_h é a superfície de diâmetro h , temos: $A_h=\pi h^2/4=\pi q(d-q)/4$ e a área do tri-círculo é $A = (1/2) (A_{AB}-A_{AD}-A_{DB}) = \pi q(d-q)/4$ (Lions, 1980).

O Arbelo também é conhecido sob a outra denominação de Tri-círculo de Mohr e foi estudado mais recentemente sob os apelidos seguintes: círculo de Bankoff, círculo de Dearing, círculo de Schoch, círculo de Woo e círculo de Yiu.

Figura 2 (esq.) - Ilustração do Arbelo acompanhando a descrição matemáticas acima
Figura 3 (dir.) - Diversos Arbelos, a versão central representa o Arbelo no seu ponto de equilíbrio



Fonte Figura 2: Petite encyclopédie des mathématiques, 1980, p.191.

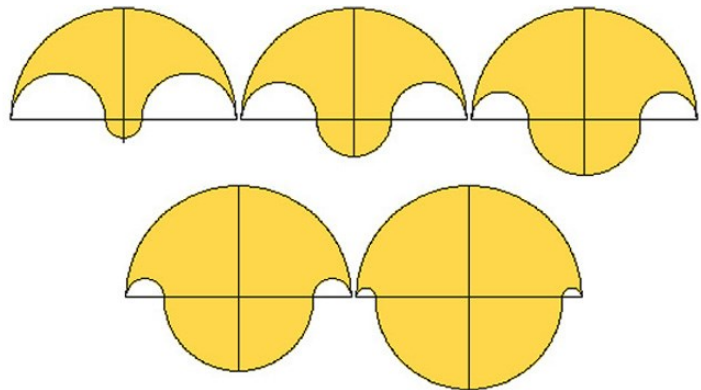
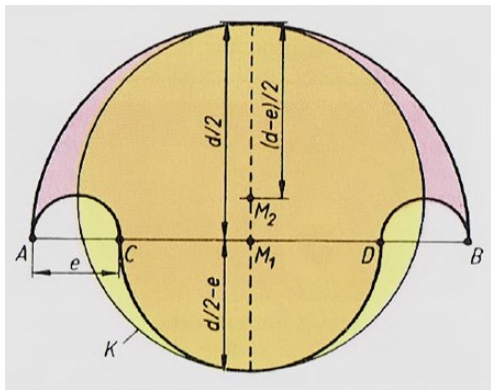
Fonte Figura 3: Autor, 2023.

2.1.2 O Salinon

No "*Livro dos lemas*", o Salinon (Figura 4) é apresentado na décima quarta proposição. Em grego, a palavra é traduzida como "*saleiro*", que tem uma forma semelhante. Matematicamente, o Salinon pode ser definido da seguinte forma: é uma figura formada por dois semicírculos pequenos de mesmo diâmetro e dentro de um

semicírculo grande de diâmetro d e outro semicírculo de diâmetro $d-2e$ entre os semicírculos pequenos, mas do outro lado de d . A área do Salinon é igual à área de um círculo de diâmetro $d-e$, que é a soma dos raios do semicírculo grande e do semicírculo construído do outro lado do diâmetro. A figura mostra que as áreas do círculo K e do Salinon S são dadas por $AK=\pi(d-e)^2/4$, e $AS=(AAB-2AAC+ACD)/2 = \pi(d-e)^2/4$ (Lions, 1980).

Figura 4 (esq.) - Ilustração do Salinon acompanhando a descrição matemática acima
Figura 5 (dir.) - Diversas configurações de Salinons



Fonte Figura 4: Petite encyclopédie des mathématiques, 1980, p.191.
 Fonte Figura 5: Autor, 2023.

Nesta relação entre a figura geométrica e a arquitetura que é o foco do artigo, é importante avisar que na época de Arquimedes, tanto em Siracusa quanto na Sicília, não foram construídos edifícios, ou porções desses, que pudessem evocar ou ser comparados com as figuras do Arbelo e do Salinon. Naquela época, entre os edifícios que continham formas curvas, podemos mencionar o teatro grego de Siracusa, datado do século V a.C., e talvez alguns tholos, mas nenhum edifício que apresentasse conjuntos e assemblagens de cúpulas ou arcos distribuídos em planos ortogonais entre si. Assim é confirmado que não tinha edifícios ou elementos arquitetônicos específicos que possam ter influenciado o desenvolvimento dos raciocínios formais em torno dessas inter-relações de círculos apresentadas no Livro dos Lemas. Portanto, pode-se argumentar que a relação entre as figuras geométricas pertencentes a uma disciplina científica e seu aparecimento em outra disciplina distinta - a arquitetura - surgiu muito mais tarde e não estava, de forma alguma, em estado de gestação na época de Arquimedes na Sicília e no mundo grego antigo.

2.2 A disseminação dos tratados de Arquimedes

A obra de Arquimedes começou a ser revelada gradualmente por meio dos escritos e comentários de três matemáticos de Alexandria, no Egito: Heron de Alexandria (10-70), Papus de Alexandria (290-350) e Téon (335-405). Quanto à primeira compilação das obras de Arquimedes, ela foi produzida no século VI em Constantinopla, então capital do Império Bizantino (antigo Império Romano do Oriente), pelo matemático e geômetra grego Eutócio de Ascalão. Ele comentou os tratados de Arquimedes, como "*A Esfera e o Cilindro*", "*As Medidas do Círculo*" e "*O Equilíbrio das Figuras Planas*", que são tratados de grande importância no avanço dos estudos matemáticos (Aguilar; Barrié, 2018).

Foi durante o século VI que um evento importante vinculou o trabalho de Arquimedes à arquitetura. Isidoro de Mileto (Constantinopla, 442-537) foi o primeiro a publicar os três livros comentados por Eutócio de Ascalão. Isidoro de Mileto era um "*mechanicos*", um termo que, na época, definia aproximadamente a profissão de arquiteto como a conhecemos hoje. Mais especificamente, o termo "*mechanicos*" significava que ele era um homem treinado desde cedo em ciências como a geometria, a matemática e a astronomia, mas que também praticava as artes de trabalhar os materiais como a madeira, os metais e a tinta.

Além de exercer a profissão de "*mechanicos*", ele ensinou a geometria espacial com base nos estudos de Arquimedes, primeiro em Alexandria e depois em Constantinopla. Em 532, nesta mesma cidade, o imperador Justiniano decidiu construir a Catedral de Santa Sofia, com ambição de torná-la a maior igreja do mundo cristão da época. Isidoro de Mileto e seu colega Antêmio de Trales foram encarregados do projeto, do estudo até a construção da Catedral de Santa Sofia (Aguilar; Barrié, 2018). Para os fins deste artigo, podemos avançar que eles estabeleceram a ligação entre o estudo puro das figuras geométricas de Arquimedes e sua transferência gradual na produção formal da arquitetura religiosa, tanto gráfica quanto construída (Figura 6).

Assim, foi durante a Alta Idade Média e a partir da capital do Império Bizantino que começou a disseminação gradual dos estudos geométricos de Arquimedes para o Ocidente, então em meio ao Império Carolíngio (751-987). Três séculos se

passaram entre o estudo das obras de Arquimedes no mundo bizantino do século VI e sua manifestação formal no coração da cultura arquitetônica religiosa, tanto na produção iconográfica como na produção construída do Ocidente carolíngio. As duas principais rotas para a disseminação progressiva das figuras geométricas do Arbelo e do Salinon para o Ocidente carolíngio foram pelo contato direto com o Império Bizantino e pela intermediação do mundo árabe.

2.3 A disseminação das figuras no Império Bizantino

A ciência e a tecnologia bizantinas desempenharam um papel importante na preservação dos conhecimentos adquiridos durante a Antiguidade Clássica e na sua transmissão para o mundo árabe e para a Europa ocidental carolíngia. A produção científica bizantina não apresentou muito progresso notável em comparação com a da Antiguidade Clássica, da qual se originou. No entanto, teve a vantagem de preservar o último e transmiti-lo aos mundos muçulmano e ocidental (Guillou, 1974).

A distinção entre as várias ciências, ou mesmo a relação entre elas, era muito menos estanque do que é hoje, e muitos sábios e estudiosos escreveram e ensinaram sobre uma ampla gama de assuntos, incluindo os textos sagrados, a matemática (aritmética, geometria, astronomia e música), a mecânica, a ótica, a medicina e a filosofia. No Império Bizantino, a matemática e a astronomia eram inseparáveis, formando a grande tradição científica baseada no trabalho de Euclides, Ptolomeu e Arquimedes. Para voltar ao vínculo entre a ciência e a arquitetura, e para continuar a ilustrar a natureza multidisciplinar dentro da qual se desenvolveu os trabalhos de Arquimedes, podemos citar mais uma vez o exemplo da catedral de Santa Sofia em Constantinopla e seus dois "*mechanicos*": Isidoro de Mileto e Antêmio de Trales, o primeiro conhecido por ter dirigido a publicação dos tratados de Arquimedes sobre a medição do círculo, das esferas e dos cilindros, o segundo como um matemático especializado no estudo das parábolas (Bourbaki, 2007).

Nesta notável catedral de Santa Sofia, alguns dos efeitos ópticos produzidos pela interação das perspectivas dos círculos dispostos nos planos verticais (arcos) e horizontais (cúpulas) já se aproximam ou induzem as primeiras noções de uma interpretação ilusionista do Arbelo na cultura iconográfica da arquitetura. Quanto ao Salinon, sua abordagem ainda não é apreensível fora de seu puro estado de estudo matemático inscrito no "*Livro dos lemas*" e suas diversas reproduções.

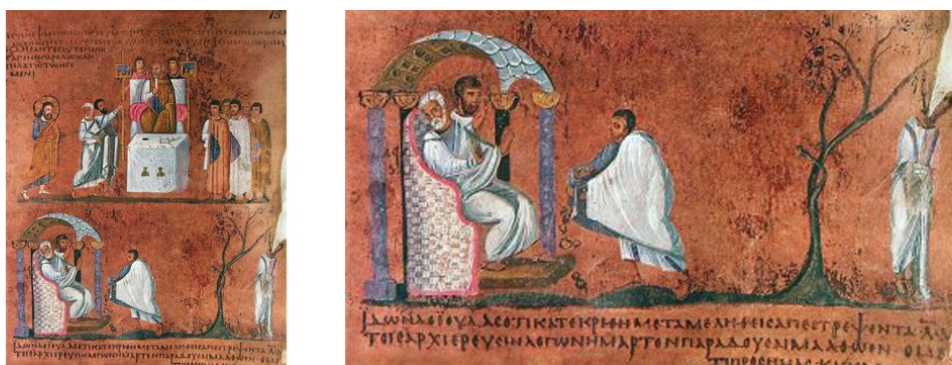
Figura 6 - Sugestão ilusionista da aparição do Arbelo em Santa Sofia de Constantinopla

Fonte Figura (esq.): Site Britannica, 2023.¹

Fonte Figura (central): Site Meisterdrucke, 2023.²

Fonte Figura (dir.): Site Orient Heritage Observatory, 2023.³

No coração da cultura do Império Bizantino, uma das primeiras representações conhecidas do Arbelo, não mais como uma abordagem ilusionista ou como uma figura de estudo geométrico, mas como uma figura arquitetônica identificável, pode ser observado no “*Codex Purpureus Rossanensis*” (Figura 7). Datado da segunda metade do século VI, e provavelmente feito em Antioquia (atual Síria), é um dos mais antigos manuscritos iluminados do Novo Testamento.

Figura 7 - Figura do Arbelo como elemento arquitetônica no “*Codex Purpureus Rossanensis*”

Fonte: Site Utpictural18, 2023.⁴

¹ Disponível em: <https://www.britannica.com/technology/pendentive>. Acesso em: 27 out. 2023.

² Disponível em: <https://www.meisterdrucke.pt/artista/Gaspard-Fossati.html>. Acesso em: 27 out. 2023.

³ Disponível em: <https://patrimoinedorient.org/index.php/2020/08/28/sainte-sophie-au-dela-des-controverses/>. Acesso em: 27 out 2023.

⁴ Disponível em: <https://utpictura18.univ-amu.fr/notice/9871-jesus-comparait-devant-ponce-pilate-codex-purpureus-rossanensis-pl-13>. Acesso em: 27 out. 2023.

No entanto, se o Arbelo podia ser identificado na produção iconográfica bizantina como uma representação arquitetônica, esse ainda não era o caso da figura geométrica do Salinon. Acompanhando o Arbelo, o Salinon provavelmente só se espalhou para o Ocidente por meio do Império Bizantino em sua forma e o seu significado puramente científico, e unicamente nas reproduções manuscritas dos tratados matemáticos de Arquimedes.

Esse processo de disseminação e do conhecimento das ciências antigas continuou no Império Bizantino, paralelamente aos intercâmbios com o mundo ocidental. Por exemplo, no século IX, Leão o Matemático, um estudioso, filósofo e clérigo bizantino, deu continuidade a essa disseminação da matemática, da astronomia e das ciências naturais. Em particular, ele copiou as principais obras de matemáticos da Antiguidade, como Euclides, Apolônio, Ptolomeu e Arquimedes (Bourbaki, 2007).

2.4 A disseminação das figuras no mundo árabe

Durante a década de 630, o mundo árabe entrou em ação contra o Império Bizantino e o Império Sassânida. O símbolo dessa política árabe de conquista territorial iniciada no século VII levou à expansão da religião islâmica no século VIII. As consequências dessa expansão árabe foram o colapso do Império Sassânida e uma forte redução nos territórios do Império Bizantino. Em seguida, no início do século VIII, os árabes avançaram para o Ocidente e conquistaram a Península Ibérica, levando, apesar de tudo, ao advento do próximo Império carolíngio, que seria o principal responsável pelo fim da expansão territorial nesse setor ocidental e o assunto do próximo capítulo deste artigo.

Desde o seu início, o mundo árabe conheceu uma rápida expansão territorial. Em um século, os territórios árabes se estendiam da Pérsia à Espanha e da antiga Mesopotâmia ao Egito. Como resultado dessas conquistas, a matemática árabe se desenvolveu por meio da assimilação gradual da matemática grega e indiana. Ela também foi influenciada pela matemática chinesa e babilônica antes de se desenvolver por autonomia própria. Foi principalmente por meio de suas traduções para o árabe e de seus comentários que o Ocidente tomou conhecimento das obras dos matemáticos gregos. Em meados do século VIII, o poder califal passou dos

Omíadas para os Abássidas, e houve uma mudança real na organização do Império. A capital do Império foi transferida de Damasco para Bagdá, que rapidamente se tornou um centro cultural. O período de 750 a 861 foi rico e próspero para o califado abássida. A partir de então, foram os conquistados que se assimilaram aos conquistadores, adotando sua religião, cultura e idioma. Isso teve consequências para os cientistas e os filósofos de diferentes origens, que agora eram obrigados a escrever suas obras em árabe. Foi durante o califado abássida que a tradução de trabalhos científicos conheceu um grande avanço, assim foram realizadas traduções de manuscritos de diversos horizontes, especialmente do grego para o árabe (Cercle des Etudiants Arabo-Européens de l'ULB, 2015).

Para completar seus conhecimentos, os árabes estabeleceram contatos com os bizantinos em Constantinopla para adquirir manuscritos gregos. De fato, nas ciências e na matemática em particular, muitos tratados gregos foram traduzidos para o árabe e entre eles estavam os principais livros de Euclides, Apolônio e Arquimedes. No caso deste último, podemos citar como exemplos o "*Livro da Esfera e do Cilindro*", o "*Livro sobre a Medição do Círculo*" e, acima de tudo, o "*Livro dos Lemas*", todos traduzidos por Thabit ibn Qurra (Harran 836-901), o reconhecido astrônomo, astrólogo, matemático, filósofo e teórico da música, sírio (Figura 8). Thabit ibn Qurra é mais conhecido como matemático e um dos principais tradutores das obras matemáticas e astronômicas dos gregos da Antiguidade para o árabe. Muitos dos textos desses autores gregos agora só estão acessíveis a nós por meio das traduções de Thābit ibn Qurra, e foram principalmente essas traduções que chegaram no Ocidente. Também podemos mencionar as traduções das obras de Arquimedes sobre áreas e volumes feitas pelo matemático e astrônomo Ibrahim ibn Sinan (Bagdá, 908-946), neto de Thābit ibn Qurra (O'kane, 2007).

Figura 8 - Extratos dos tratados matemáticos de Arquimedes nas retranscrições originais de Thābit ibn Qurra (esq.) e Ibrahim ibn Sinan (dir.), onde observamos o Arbelo e o Salinon.



Fonte Figura (esq.): Site Gallica, 2023.⁵

Fonte Figura (dir.): Site University of Pennsylvania, 2023.⁶

Esse enorme empreendimento de aquisição e tradução de conhecimento durou quase dois séculos, até meados do século X. O papel foi o outro fator fundamental para a aceleração da disseminação de novos conhecimentos. Em contato com a China, os árabes se apropriaram da técnica de fabricação de papel, que se tornou o novo meio exclusivo de escrita em todas as administrações do Império. Foi também durante esse período próspero que o famoso "*Dar al-Hikma*" ou "*Casa da Sabedoria*" foi construído em Bagdá, que se tornou uma biblioteca que atraiu vários tradutores, filósofos, homens de letras e cientistas. Números textos gregos antigos foram traduzidos e analisados nesse centro de conhecimento (Cercle des Etudiants Arabo-Européens de l'ULB, 2015).

Nos territórios ocidentais, o assentamento árabe de raiz omíada, começou em Córdoba, al-Andalus, e durou até 929. O que nos interessa sobre a presença muçulmana na Espanha é o intercâmbio entre árabes e ocidentais. Al-Andalus era um lugar que atraía muitos homens de cultura, incluindo filósofos, estudiosos, artistas e poetas. Córdoba também se tornou um local onde as obras eram traduzidas do grego para o árabe em al-Andalus. Por fim, veio a conquista da Sicília, que, assim como Al-Andalus, foi uma ponte entre os mundos muçulmano e cristão para a tradução de

⁵ Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b11001636f?rk=21459;2>. Acesso em: 27 out. 2023.

⁶ Disponível em: https://openn.library.upenn.edu/Data/0032/html/ms_or_306.html. Acesso em 27 out. 2023.

obras, dessa vez do árabe para o latim (Vernet, 1985). Esse idioma sendo dominado em todo o mundo ocidental por ter sido o idioma do antigo território do império romano.

Entretanto, diferentemente do caso do Império Bizantino e do “*Codex Purpureus Rossanensis*”, nenhuma representação arquitetônica usando a figura geométrica do Arbelo foi encontrada em toda a produção iconográfica árabe e muçulmana consultada para esta pesquisa. A mesma observação pode ser feita em relação à figura geométrica do Salinon. Isso nos leva a concluir que o Arbelo e o Salinon provavelmente só chegaram ao Ocidente por meio do mundo árabe em sua forma puramente científica, nas reproduções manuscritas dos tratados matemáticos de Arquimedes.

2.5 A situação no mundo ocidental e a chegada das figuras ao Império carolíngio por meio das rotas bizantina e árabe

A figura do Arbelo, seguida pelo Salinon de Arquimedes, vão aparecer gradualmente, e nessa ordem, na cultura arquitetônica do Império carolíngio. O Arbelo foi empregado exclusivamente para a representação gráfica da arquitetura em manuscritos religiosos, sendo em seguida aproximadamente construído em uma forma simplificada, enquanto o Salinon, ele foi materializado enquanto abertura nas fachadas dos edifícios religiosos. De fato, quando a dinastia merovíngia, que antecedeu a dinastia carolíngia, chegou ao fim em 751, nenhuma figura semelhante ao Arbelo ou ao Salinon foi encontrada na produção iconográfica dessa cultura, tanto na forma científica, quanto na forma artística. A chegada dessas duas figuras no Ocidente e suas disseminações nas ciências e, acima de tudo, nas artes religiosas, coincide precisamente com a dinastia carolíngia.

O Império carolíngio foi uma dinastia de reis francos que governou a Europa ocidental de 751 a 987. O termo carolíngio deriva de Carolus, que é o nome latino de Carlos Martel (688-741) e de Carlos Magno (768-814), o personagem o mais emblemático e popular dessa linhagem real. As primeiras trocas substanciais que marcaram a transferência de conhecimentos e modelos do Império Bizantino e do mundo árabe (o Califado abássida em Bagdá) para o Império carolíngio ocorreram durante o reinado de Carlos Magno, que manteve relações diplomáticas com essas duas grandes potências do Mediterrâneo. A existência de relações artísticas entre as três civilizações que compartilhavam as margens do Mediterrâneo durante a Alta Idade Média foi reconhecida. Algumas dessas relações, especialmente ao longo das

fronteiras entre impérios e reinos, eram de osmose: um determinado tema iconográfico ou técnica de construção, ou um determinado plano arquitetônico ou atitude artística, era quase automaticamente transmitido de uma província para a vizinha (Grabar, 1968).

Outras relações eram mais oficiais, como as estabelecidas por ocasião das famosas embaixadas bizantinas em Bagdá ou das embaixadas muçulmanas em Constantinopla. Em quase todos esses casos, as relações oficiais foram acompanhadas por contatos mais ou menos precisos com monumentos arquitetônicos ou obras de arte, e palácios e edifícios religiosos foram apresentados aos embaixadores. Por fim, as trocas comerciais certamente incluíam objetos de todos os tipos, cuja influência direta ou indireta, desde Bizâncio até os países nórdicos, foi demonstrada (Guillou, 1974).

Uma segunda fonte de trocas pacíficas conducentes ao compartilhamento de conhecimento entre o Império carolíngio, o Império Bizantino e o mundo árabe do Califado abássida foram as cruzadas. Durante a primeira metade do século VIII, todas as viagens identificáveis de pessoas do Ocidente latino a caminho de Jerusalém passavam pelo Império Bizantino. Mas, no final do século VIII, a rota para a Terra Santa mudou e os ocidentais se afastaram gradualmente dos territórios do Império Bizantino e usaram uma rota que explorava, desta vez, a infraestrutura do Império islâmico (McCormick, 1999).

A última fonte de trocas teve uma origem mais conflituosa. A conquista muçulmana da Península Ibérica ocorreu entre 711 e 726 sob o califado omíada. A conquista levou à destruição do reino visigodo e marcou a expansão mais ocidental do mundo árabe e do domínio muçulmano na Europa. A expansão continuou além da península, cruzando os Pirineus e tomando a Gália Narbonense. O limite territorial e cronológico dessa conquista das terras ocidentais foi alcançado em 732, no atual centro-oeste da França. Após um breve recuo, a fronteira com o mundo árabe foi estabilizada ao norte dos Pirineus e manteria uma fronteira direta com o território que, alguns anos depois, se tornaria o do Império carolíngio (Vernet, 1985).

Enquanto o Império carolíngio estava sendo estabelecido, conflitos internos começaram a surgir no mundo árabe da Península Ibérica. Em 777, Carlos Magno recebeu emissários de vários governadores muçulmanos da Espanha que estavam em rebelião contra o Emirado de Córdoba. Assim, Carlos Magno decidiu agir e intervir

no norte da Espanha, realizando a famosa "*Marcha Espanhola*" de 785 a 810. Esses conflitos e alianças com o mundo árabe da Península Ibérica deram origem aos intercâmbios culturais que formaram o terceiro e último caminho pelo qual as figuras matemáticas de Arquimedes do Arbelo e do Salinon, penetraram no coração do Império carolíngio (Vernet, 1985).

No que diz respeito à influência do Ocidente latino na matemática, a transferência do conhecimento árabe-muçulmano da Península Ibérica ocorreu de várias maneiras: por meio do contato direto com a civilização andaluza, por meio da ciência em hebraico medieval e por meio da tradução de obras árabes para o latim (Senac, 2007).

2.6 A disseminação das figuras no Império carolíngio

No início da cultura carolíngia, a história reconhece que as ciências como um todo, incluindo a matemática, eram cada vez mais negligenciadas. Foi somente com o advento de Carlos Magno (768-814) que o contexto mudou em favor da chegada de influências científicas externas. Carlos Magno iniciou o "*Renascimento Carolíngio*", que representou um renascimento cultural e artístico no Ocidente e foi continuado por seus descendentes Luís II (814-840) e Carlos II (843-877) (Boyer, 1900).

O "*Renascimento Carolíngio*" foi caracterizado principalmente pela atenção dada pelo poder imperial às escolas cristãs, enquanto a corte reinante atraía estudiosos influentes. Foi o primeiro período de grande renovação cultural na Alta Idade Média em todo o Ocidente, marcando um período de progresso intelectual significativo, graças, principalmente, à redescoberta da língua latina, à preservação de vários autores clássicos e à promoção das artes liberais (Boyer, 1900). O aspecto religioso foi a principal força motriz por trás dessa nova dinâmica cultural. Graças ao zelo e à vigilância do imperador, a Igreja agora desfrutava de serenidade, autoridade, influência e prestígio em todo o Império carolíngio.

De acordo com os termos da "*Admonitio generalis*"⁷, o programa de Carlos Magno se concentrava no aprendizado básico: leitura (incluindo o latim), a escrita e a aritmética. Numa sequência única, o imperador Carlos Magno quis regulamentar a prática da religião e o desempenho das tarefas administrativas (Lasko, 1994). Carlos

⁷ Foi um capitulário promulgado por Carlos Magno em 23 de março de 789. Esse capitulário define a campanha de cristianização defendida por Carlos Magno e toma uma série de decisões importantes, como a restauração das escolas.

Magno também reviveu as “*Sete Artes Liberais*” nos mosteiros, ou seja, as sete disciplinas intelectuais que eram consideradas fundamentais desde a Antiguidade. Voltadas para a elite intelectual e geralmente dirigidas por acadêmicos reconhecidos, elas eram organizadas em dois ciclos, cuja aquisição era vista como necessária para a compreensão dos mistérios da fé cristã. O primeiro ciclo, o “*Trivium*”, concentrava-se no domínio da língua latina e incluía gramática, retórica e dialética. O segundo ciclo, o “*Quadrivium*”, é dedicado às disciplinas das quatro ciências matemáticas na teoria antiga: a aritmética, a geometria, a música e a astronomia (Figura 9). A transmissão das “*Sete Artes Liberais*” representou um avanço decisivo na organização dos estudos e serviria de base para o ensino escolar e universitário durante toda a Alta Idade Média no Ocidente (Bourbaki, 2007).

Foi por meio do “*Quadrivium*” que as figuras do Arbelo e do Salinon circularam na cultura carolíngia. O “*Quadrivium*” não foi um produto do sistema carolíngio. O princípio de reunir as quatro ciências matemáticas se origina na Grécia antiga, na época de Pitágoras (580-495 a.C.) e acredita-se que seja um produto de seus ensinamentos. Os pitagóricos estavam procurando os fundamentos imutáveis da natureza e da sociedade. Sua busca era encontrar as leis eternas do universo, e eles organizaram seus estudos em torno desse grupo de disciplinas científicas. Por sua vez, Platão (428-347 a.C.) também falou de uma aproximação entre essas ciências: a ciência dos números, a geometria plana, a geometria dos sólidos e a ciência do movimento. Ele se refere à astronomia e aos harmônicos como “*ciências irmãs*”, explicando que a astronomia é para os olhos e os harmônicos para os ouvidos. Ele relaciona a harmonia das esferas às órbitas celestes (Bourbaki, 2007).

Figura 9 - Representação medieval do “*Quadrivium*”. Da esquerda para a direita: a aritmética, a geometria, a música e a astronomia. Podemos observar a importância das figuras geométricas circulares através do uso sistemático das circunferências em três disciplinas



Fonte: Site La Passerelle des Arts, 2023.⁸

⁸ Disponível em: https://lapasserelle.com/histoire_philosophie_occidentale/l_2_5.html. Acesso em: 27 out. 2023.

Foi nas cortes de Carlos Magno e de Carlos II, que se formaram as duas “*Escolas do Palácio Carolíngio*”, onde as artes foram desenvolvidas e dependiam muito do patrocínio dos dois príncipes. A primeira Escola palatina, localizada em Aachen (na atual Alemanha), desenvolveu-se no final do século VIII e no início do século IX, sob o impulso de Carlos Magno; ela marcou o início de uma nova era em todos os campos disciplinares. Os arquitetos envolvidos na construção e na decoração dos prédios se uniram aos calígrafos e pintores que produziram manuscritos luxuosos, alguns dos quais foram destinados à capela imperial (Focillon, 1983). Foi nesses intensos e estreitos relacionamentos entre essas disciplinas que as figuras do Arbelo e do Salinon passaram do manuscrito científico latim para o manuscrito do iluminador antes de ser interpretado pelo arquiteto. Também é importante ressaltar que no mundo medieval, o iluminador e o arquiteto podem ser a mesma pessoa; a interdisciplinaridade promovendo esses encontros e trocas de modelos entre as ciências e as artes no seio da mesma cultura.

A corte mudou-se definitivamente para Aachen em 795, em um complexo arquitetônico que representa a mais importante realização arquitetônica civil do reino carolíngio. Neste conjunto, se destaca a “*Capela Palatina*”, a capela particular de Carlos Magno, construída entre 792 e 805. A primeira “*Escola Palatina*” era particularmente famosa por sua produção em larga escala de manuscritos, produzindo Evangelhos da mais alta qualidade, iluminados em um estilo dominado por influências da Antiguidade tardia. Todos esses manuscritos testemunham da riqueza de inspiração de seus autores, bem como da preocupação de cultura carolíngia em perpetuar os conceitos artísticos das Antiguidades grega e romana (Lasko, 1994). A atividade da “*Escola Palatina*” declinou gradualmente até ser encerrada por volta de 810, mas o seu estilo característico será preservado por seus herdeiros: Luís II e Carlos II. Foi nesse cenário que o uso do Arbelo e do Salinon, continuou a se espalhar para as artes iconográficas e a arquitetura.

2.7 A representação pictórica do espaço na Alta Idade Média

A particularidade das representações gráficas desse período caracteriza-se pela tendência em buscar apenas o conteúdo espiritual das figuras. Algumas das principais características desse estilo são o fato de a imagem ser reduzida a um único plano. Há uma ausência de modelagem espacial por meio do uso da luz e da sombra,

a luz sendo sempre de igual intensidade. Em relação as figuras, elas estão espalhadas em uma superfície paralela ao plano da imagem, uma espécie de superfície ideal, pois não há contato físico entre elas. E, finalmente, há imagens em que a natureza é reduzida a padrões geométricos ou simples motivos de ornamentação. Dentro desse tema do tempo e do espaço, há outra série de características que a arte iconográfica da Idade Média eliminou sistematicamente de seu trabalho. Isso diz respeito a todos os fenômenos transitórios aos quais a realidade esta sujeita: o tempo e a profundidade espacial realista (Valois, 1979).

A arte iconográfica da Idade Média, portanto, ignorou deliberadamente a perspectiva realista ou perspectiva cônica, que foi amplamente estudada e desenvolvida durante o Renascimento, e que serviu particularmente na reprodução dos fenômenos acidentais, efêmeros e transitórios: olhar em direção de um determinado lugar, em um determinado momento, a uma determinada distância, de um determinado ângulo, sob uma determinada luz. Essa técnica serve principalmente na transposição para a pintura das relações de posição e de distância entre a mostra e o espectador (Valois, 1979). Essas relações que surgem do fato de estar "aqui e agora", nesse momento único que nunca mais se repetirá. A perspectiva cônica não era, portanto, de interesse para um artista que estava tão ocupado em expressar o atemporal. Por isso, a escolha recaiu sobre uma técnica de representação que hoje definiríamos como uma aproximativa perspectiva cilíndrica oblíqua, que tem a característica singular de projetar o espectador em, pelo menos, duas dimensões espaciais e temporais ao mesmo tempo, cancelando assim qualquer referência à realidade e atendendo de fato às necessidades da representação espacial medieval.

Na iconografia ocidental pré-carolíngia, podemos observar essas representações planas do espaço arquitetônico. Por exemplo, no "*Pentateuco de Ashburnham*" ou "*Pentateuco de Tours*", datado do século VI, podemos ver as faces desses edifícios (Figura 10). Fachadas planas, arcos, cúpulas, telhados inclinados, terraços horizontais, cada um desses elementos arquitetônicos pertence a um plano bem específico, vertical ou horizontal, e pertence de faces bem definidas: face frontal, face lateral, face superior, face inferior, sem qualquer possibilidade de se confundir. Alguns edifícios parecem ser representados totalmente frontalmente, outros em uma perspectiva cilíndrica oblíqua, enquanto outros parecem ser representados em uma perspectiva cilíndrica ortogonal, como a isometria. Na época, essas duas perspectivas

ainda não haviam sido codificadas, portanto, aqui temos seus primórdios. O uso simultâneo desses dois tipos de perspectivas, bem como a diversidade das faces expostas e, às vezes, opostas do mesmo local, mostram que estamos no centro de um verdadeiro laboratório da representação iconográfica do espaço arquitetural.

Figura 10 - À esquerda, uma página ilustrada do “*Pentateuco de Ashburnham*” ou “*Pentateuco de Tours*” e à direita, dois detalhes da página ilustrada



Fonte: Site Gallica, 2023.⁹

A primeira observação que podemos formular sobre o uso do Arbelo na arte religiosa carolíngia é que ele é usado para representar sistematicamente uma construção arquitetônica. Mais especificamente, ele representa um “*cyborium*” bizantino, outramente conhecido como “Baldaquim” no período medieval (Figura 11). Essa edícula apareceu nos espaços religiosos cristãos orientais a partir do século IV. É uma construção, às vezes uma peça de mobília, destinada para proteger e aprimorar um altar, um relicário ou, mais especificamente o armário onde o cibório litúrgico é guardado. O cyborium geralmente tem a forma de um dossel assentado sobre quatro colunas. Ele pode ser feito de madeira, de metal ou de pedra e, às vezes, constitui um verdadeiro edifício. No caso dos manuscritos carolíngios, ele abriga uma figura de alto nível simbólico, como um santo ou um rei, e às vezes uma cena da Bíblia representando o nascimento de Cristo ou ainda a Virgem Maria (Figura 12). Mais tardiamente, podemos distinguir que essa forma arquitetônica também foi reempregada para os campanários de edifícios religiosos ortodoxos, como pode ser observado na igreja bizantina de Panaghia Kapnikarea, construída em Atenas no

⁹ Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b53019392c/>. Acesso em: 27 out. 2023.

início do século XI (Figura 13). A história da arquitetura nos ensina que esse tipo de construção tem origens ainda mais antigas, mas para assumir uma função um pouco diferente. Deste modo, na Grécia antiga, era também conhecido como “*tetrapylon*”, geralmente na escala urbana, e na Roma antiga como “*quadrifrons*” no caso de edifícios grandes e “*aediculae*” no caso dos edifícios menores.

Figura 11 (esq.) - Cyborium bizantino, Panagia Ekatontapyliani na Grécia, séc. VI

Figura 12 (central) - Manuscrito carolíngio. Codex Aureus de Saint-Emmeran, séc. IX

Figura 13 (dir.) - Igreja bizantina, Panaghia Kapnikarea, na Grécia, séc. XI



Fonte Figura 11: Site Orthodox Arts Journal, 2023.¹⁰

Fonte Figura 12: Site Wikipédia, 2023.¹¹

Fonte Figura 13: Site Divento, 2023.¹²

A particularidade do Arbelo na cultura carolíngia é que essa figura originalmente plana e bidimensional, ou seja, em duas dimensões, é usada para dar um efeito de profundidade, explorando assim a terceira dimensão. Sua forma geométrica está muito mais próxima do Arbelo original de Arquimedes, com verdadeiros semicírculos, enquanto no caso do manuscrito bizantino “*Codex Purpureus Rossanensis*”, o Arbelo ainda tem uma geometria muito aproximativa, explorando ainda partes de arcos providos de vários ângulos em vez de semicírculos perfeitos. Nos manuscritos carolíngios, podemos identificar claramente a

¹⁰ Disponível em: <https://orthodoxartsjournal.org/ciboria-and-tabernacles-a-short-history/>. Acesso em 27 out 2023.

¹¹ Disponível em: https://fr.wikipedia.org/wiki/Codex_Aureus_de_Saint_Emmeran#/media/Fichier:Karl_II_der_Kahle.jpg. Acesso em: 27 out 2023.

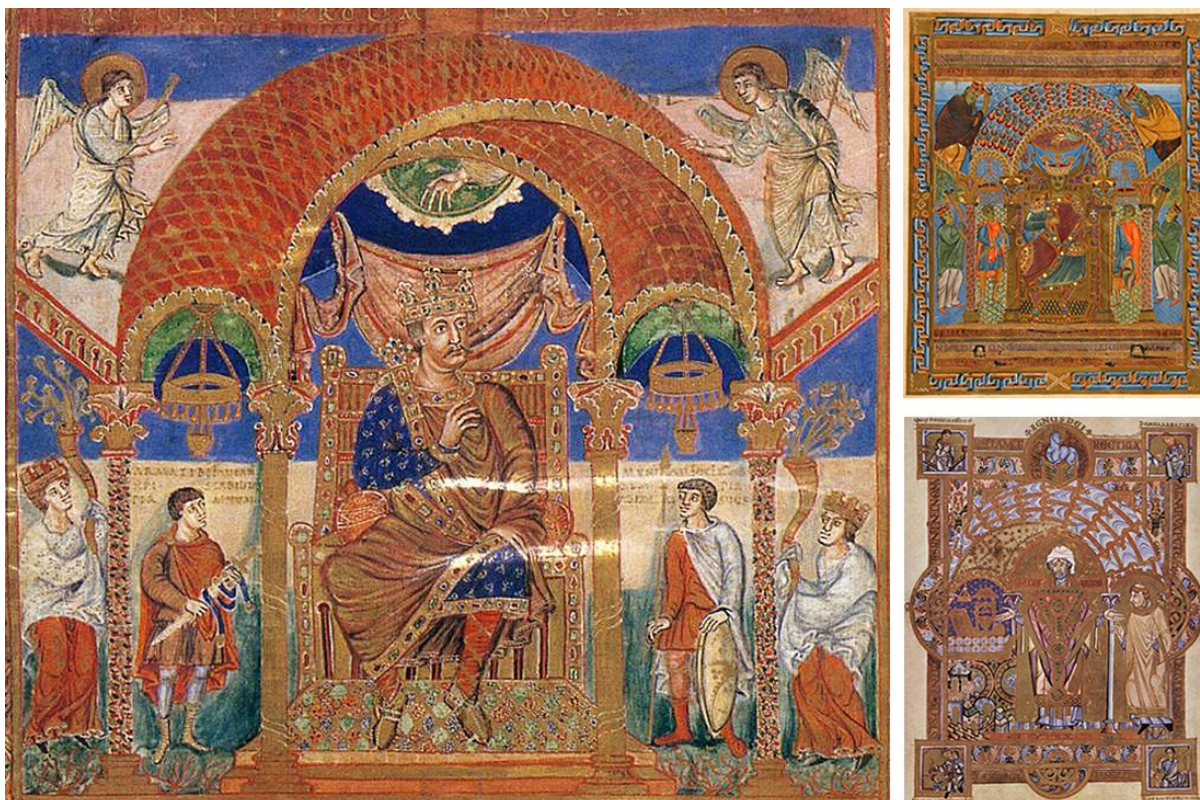
¹² Disponível em: <https://www.divento.com/en/greece/12616-panaghia-kapnikarea-athens.html>. Acesso em: 27 out 2023.

representação das três faces de um cyborium: o elemento superior, que é abobadado como uma cúpula, um arco principal pertencente à face frontal e um arco menor pertencente à face lateral, direita ou esquerda. É um verdadeiro desafio espacial e a ideia de transpor uma figura matemática plana para representar um elemento arquitetônico em perspectiva, é incomum. A segunda particularidade da representação carolíngia é que eles duplicaram o Arbelo para ampliar os efeitos de profundidade do cyborium (Figuras 14, 15, 16). É uma ideia desafiadora usar uma figura plana para representar um elemento arquitetônico tridimensional em um espaço pictórico sem profundidade, típico da representação espacial na cultura medieval. Esta associação paradoxal é portanto muito bem-sucedida.

Figura 14 (esq.) - Arbelos do Manuscrito carolíngio. Codex Aureus de Saint-Emmeran, séc. IX

Figura 15 (dir. sup.) - Sacramentary of Henry II, pós-carolíngio, séc. XI

Figura 16 (dir. inf.) - Codex Uta, saint Eberhards, pós-carolíngio, séc. XI



Fonte Figura 14: Site Wikipedia, 2023.¹³

Fonte Figura 15: Site Bayerische Staats Bibliothek, 2023.¹⁴

Fonte Figura 16: Site Wikipedia, 2023.¹⁵

¹³ Disponível em: https://fr.wikipedia.org/wiki/Codex_Aureus_de_Saint-Emmeran#/media/Fichier:Karl_II_der_Kahle.jpg. Acesso em: 27 out. 2023.

¹⁴ Disponível em: <https://www.bsb-muenchen.de/en/collections/bavarica/about-the-collection/>. Acesso em: 27 out. 2023.

¹⁵ Disponível em: https://fr.wikipedia.org/wiki/Erhard_de_Ratisbonne. Acesso em: 27 out. 2023.

Em relação à representação do cyborium, somos tentados a definir que a perspectiva cilíndrica oblíqua, ou perspectiva cavaleira, foi escolhida para assumir a transição ilusionista entre a figura plana de Arquimedes e a representação tridimensional do elemento arquitetural. Assim podemos identificar claramente os três semicírculo que compõem o Arbelo, distribuídos nas três faces da perspectiva cavaleira. A face frontal contém o semicírculo maior do Arbelo, perfeitamente realizado. Na face lateral esquerda, identificamos o semicírculo perfeito menor do Arbelo, que parece ter sofrido uma redução de valor K (no eixo y) característico da perspectiva cavaleira com essa particularidade que essa redução de valor K também foi aplicada no eixo z, fato que entra em choque com o método. Por fim, identificamos a face superior abobadada da cúpula realizada com o semicírculo principal. Além disso, em uma hábil manipulação mental e espacial da forma, essa face superior se torna a face inferior da cúpula quando o Arbelo é duplicado para ampliar os efeitos de profundidade do cyborium. A qualidade da tangência exata dos arcos principais da face frontal e da face posterior também é digna de ser destacada. Observaremos também que no centro da composição do cyborium, o encontro desses dois arcos principais define uma semi-elipse em vez de um terceiro semicírculo.

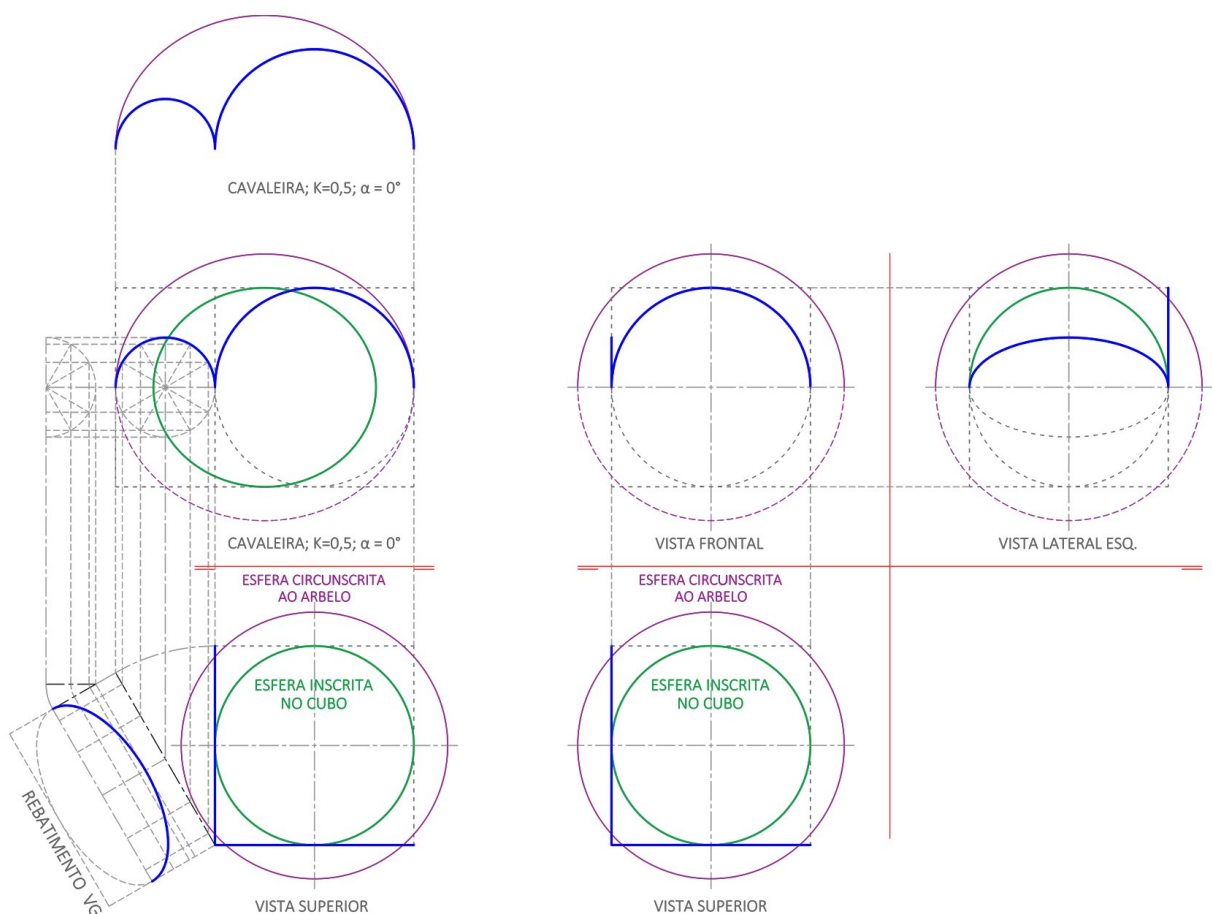
Quanto ao ângulo de direção da perspectiva cavaleira desses manuscritos, ele geralmente é de 0° . Nesse caso específico, apenas duas faces seriam visíveis, como no caso da representação de um cubo, mas a especificidade da cúpula do cyborium permita que essa terceira face possa ser perfeitamente observada. No entanto, a tentativa de realizar o cyborium carolíngio usando uma perspectiva cavaleira real levou a uma observação única: essa figura não é construível no mundo real. Portanto, ela nada mais é do que uma ilusão de ótica e só pode existir na forma iconográfica, que aceita o uso da ilusão. As vistas mongeanas e a perspectiva cavaleira produzidas para este artigo nos levam a concluir:

1. que o tamanho da cúpula é claramente maior do que os limites do volume que incluiria os arcos das faces frontal e lateral. Neste caso, se esses elementos arquitetônicos que compõem o cyborium não podem se tocar, esse último se torna, por então, não construível.
2. que a reprodução idêntica dos semicírculos das quatro faces do cyborium, que é uma composição dita em « plano centrado », é totalmente impossível, porque por definição, um semicírculo só pode ser obtido para a

face lateral em perspectiva cavaleira se uma elipse pertencendo dessa face for deformada.

Em conclusão, é impossível transpor esse elemento arquitetônico iconográfico para o mundo real que é o mundo da edificação, o lugar da plenitude da arquitetura.

Figura 17 - estudo para confirmar a construíbilidade do cyborium dos manuscritos carolíngios. Código das cores: azul = semicírculos menores; roxo = semicírculo maior e a esfera circunscrita ao arbelo; verde = esfera inscrita no cubo. À esquerda: em cima, a perspectiva cavaleira ideal baseada sobre os manuscritos; em baixo, com as operações de rebatimento da face lateral esquerda para obter a verdadeira grandeza da face. À direita: vistas mongeanas resultantes demonstrando a impossibilidade da realização no espaço real do cyborium dos manuscritos carolíngios. O cyborium iconográfico carolíngio é uma ilusão de ótica



Fonte: Autor, 2023.

Além de sua representação em manuscritos religiosos carolíngios, o Arbelo também será reproduzido no espaço construído característico da edificação monumental carolíngia (Figuras 18, 19). Ele é claramente identificável, por extrapolação e de forma aproximada, já que é inconstruível no mundo real. O fenômeno ocorre no cruzeiro, na interseção da nave e do transepto. O jogo dos arcos

monumentais em forma de semicírculos nos quatro lados do cruzamento nos permite observar o fenômeno ilusionista que dá forma ao Arbelo. Se voltarmos à teoria histórica, que considera que a representação do espaço medieval não inclui as profundezas, essas quatro faces são, por então, reduzidas a um único plano frontal bidimensional sobre o qual os arcos das faces laterais e o arco da face posterior se projetam. Retornamos assim a uma percepção bidimensional de um espaço real e construído que só pode ser realizado na terceira dimensão. Dessa forma, e nesta condição particular, a figura plana matemática do Arbelo reaparece por aproximação.

Figura 18 (esq.) - Cruzeiro da igreja carolíngia de Germigny-des-Prés, França, séc IX
Figura 19 (dir.) - Cruzeiro da igreja carolíngia de St. Maria und Markus, Alemanha, séc. IX



Fonte Figura 18: Site Monumentum, 2023.¹⁶

Fonte Figura 19: Site Arch in Form, 2023.¹⁷

No que se relaciona ao uso da figura plana do Salinon, que permaneceu muito discreto ao longo da história, só se materializou em duas formas sucessivas no final do Império carolíngio. Em primeiro lugar, ao contrário do Arbelo, ele aparece apenas ocasionalmente na iconografia dos manuscritos carolíngios, como no caso do “*Benediccionário de Santo Æthelwold*”, da segunda metade do século X. Em segundo lugar, ele foi usado principalmente na arquitetura construída, não na busca de reproduzir uma forma decorativa ou puramente iconográfica, mas como um elemento construído em um espaço real, o que lhe dá um destino totalmente diferente, mas não menos complementar, ao do Arbelo, do qual parece derivar. Efetivamente, seu uso mais tardio do que o Arbelo parece em adequação com a ordem das proposições do

¹⁶ Disponível em: <https://monumentum.fr/monument-historique/pa00098783/germigny-des-pres-eglise-de-la-tres-sainte-trinite>. Acesso em: 27 out. 2023.

¹⁷ Disponível em: <https://www.archinform.net/projekte/12929.htm>. Acesso em: 27 out. 2023.

“*Livro dos Lemas*” de Arquimedes, onde o Arbelo é apresentada da quarta à oitava proposição, enquanto o Salinon aparece apenas na décima quarta e penúltima proposição.

Confirmando essa sequência da aparição e essa inter-relação geométrica, as pesquisas demonstraram que o Salinon surge quando em primeira condição é feito o uso do Arbelo em seu ponto de equilíbrio, ou seja, quando os dois semicírculos internos são iguais: dois semicírculos cobertos por um semicírculo de diâmetro duplo; como pode ser observado nas duas janelas superiores no centro da fachada oeste da igreja de São Pantaleão em Colônia (Figura 20). Essas janelas duplas, outramente denominadas “*geminadas*”, apoiam suas arquivoltas sobre uma coluna central que suporta a carga. Esse tipo de abertura apareceu principalmente em torres de sino e em fachadas, ou seja, nas faces externas dos edifícios carolíngios. Segundo o estudo das fontes de história da arquitetura, podemos confirmar que essa característica não era presente nas produções arquitetônicas das dinastias governantes anteriores e estamos diante de uma característica carolíngia.

Em seguida, gradualmente, essa janela em Arbelo tornou-se mais espessa no eixo central e um capitel específico vai estabelecer a aparição do Salinon na arquitetura carolíngia. Esse capitel é conhecido como “*românico-renano*” (Figuras 21, 22). Geometricamente, ele é uma porção de uma esfera penetrada por um cubo (Viollet-Le-Duc, 1854). Nesta definição o raciocínio integra a terceira dimensão, mas se voltarmos à teoria histórica, que considera que a representação do espaço medieval não inclui profundidades, temos um semicírculo invertido perfeito. Essa projeção semicircular em primeiro plano reforça a visibilidade do elemento curvo, que assim completa os dois semicírculos e o grande semicírculo do Arbelo original em um semicírculo menor e invertido. Nessa configuração nasceu o Salinon. Esses Salinons podem ser observados na igreja colegiada de Santa Gertrude, em Nivelles (Figuras 23, 24). Os Salinons são repetidos em grande número sobre o monumental maciço ocidental e em suas torres sineiras.

Figura 20 (esq.) - Igreja de São Pantaleão em Colônia, Alemanha, séc. IX
Figura 21 (central sup.) - Desenho do capitel "românico-renano" por Eugène Viollet-le-Duc
Figura 22 (central inf.) - Capitel "românico-renano" na igreja Saint-Laurent, Mardigny, França
Figuras 23 e 24 (dir.) - Colegiada de Santa Gertrude, em Nivelles, Bélgica, séc. XI



Fonte Figura 20: https://fr.m.wikipedia.org/wiki/Fichier:K%C3%B6ln_st_pantaleon.jpg.

Fonte Figura 21: Site Wikisource, 2023.¹⁸

Fonte Figura 22: Site Lorry Mardigny Patrimoine, 2023.¹⁹

Fonte Figuras 23 e 24: Site Collégiale Saint Gertrude, 2023.²⁰

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para concluir, poderíamos nos basear sobre o aprofundamento do raciocínio estabelecido por Victor Hugo na relação entre o livro e a arquitetura. No segundo capítulo do quinto livro "*Notre-Dame de Paris*", Victor Hugo escreveu: "*Ceci tuera cela*", que significa: "Isto matará aquilo" (Hugo, 1876, tradução nossa). Com essa frase lacônica, ele significa que o livro impresso opõe-se radicalmente à arquitetura, a ponto de argumentar que o livro matará o sentido subjetivo do edifício. Ele desenvolve a ideia de que a arquitetura é, antes de tudo, uma linguagem simbólica, e não só uma construção ou "*arte de construir*". Seu foco está no próprio meio ou suporte, cujas variações influem sobre a autonomia e sobre a natureza da mensagem a transmitir. Ainda segundo Victor Hugo, essa função de transmissor "*significante*" da mensagem para a sociedade ocidental, assumida pela arquitetura, foi perdida com a invenção da prensa móvel a partir do século XV.

Desde os tempos mais remotos até a prensa móvel, nunca houve um pensamento minimamente complicado no mundo que não tenha sido construído e

¹⁸ Disponível em:

https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l'architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Chapiteau. Acesso em: 27 out. 2023.

¹⁹ Disponível em: <https://www.lorry-mardigny-patrimoine.fr/eglise-saint-laurent-mardigny/egl-mard-chap-cubique/>. Acesso em: 27 out. 2023.

²⁰ Disponível em: <https://gospelforlife.070.be/tournee-2019/lieux/collegiale-sainte-gertrude/>. Acesso em: 27 out. 2023.

transmitido pelo edifício (Milner, 2010). Todo pensamento filosófico, toda ideia popular como toda lei religiosa teve seus monumentos. Perpetuar a mensagem, transmiti-la ao longo do tempo, essa é a origem de tanto zelo e energia na construção desses monumentos, a maioria dos quais sobrevivem às sociedades ou civilizações que lhes deram origem, continuando a perpetuar uma mensagem que ainda está para decifrar por alguns deles. Victor Hugo ressalta que um edifício é um livro muito mais sólido, perene e resistente do que um livro impresso em uma fibra vegetal altamente perecível e argumenta que a arquitetura começou por então como toda escrita: letras, formas, grupos de ideias, palavras, uma frase, um sentido transmissível. O livro de pedra estava repleto de ideias. O símbolo precisava florescer no edifício. A arquitetura então se desenvolveu com o pensamento humano; ela se tornou monumental. A ideia mãe ressoou no coração do edifício e se representava em toda a sua forma (Hugo, 1876).

Este artigo traz duas novas contribuições neste vínculo do livro com o edifício arquitetural e tenta acrescentar algo à profunda relação que Victor Hugo manteve com os edifícios medievais, que ele considerava como livros de pedra que ilustravam os ensinamentos da Igreja em uma época em que a grande maioria da sociedade não tinha acesso à educação e ainda menos aos livros.

Em primeiro lugar, podemos avançar a ideia que o manuscrito ou o livro, antes da imprensa móvel, também enriqueceu o discurso arquitetural. O Arbelo, pela sua transmissão nos escritos, difundiu-se através as civilizações, para chegar gradualmente a uma certa forma totalmente pertinente ao achar o seu lugar na representação iconográfica do cyborium na arquitetura carolíngia não construída. Assim, o Arbelo nascido de um contexto matemático, foi adicionado ao conjunto do vocabulário arquitetônico em formação no mundo ocidental da Alta Idade Média, e desempenhou um papel importante em certos aspectos geométricos, espaciais e ilusionistas, na eclosão de um estilo arquitetônico definido como específico da dinastia carolíngia. Essa é a primeira contribuição: o enriquecimento do discurso arquitetural pelo livro manuscrito, que permite a transferência de conhecimento específico e mutável tanto no tempo quanto no espaço.

Em segundo lugar, podemos argumentar que o monumento construído não é apenas um livro de pedra que contém ideias filosóficas e religiosas. Ele também é um livro de ciência. No caso do Salinon, estamos na presença de um livro de matemática em um ambiente urbano, erguido no meio da cidade. A escassez de manuscritos

científicos na era carolíngia pode ser explicada e compensada pelo fato de que os próprios monumentos religiosos carolíngios assumiram a função de transmitir este conhecimento. No que diz respeito às grandes fachadas carolíngias, os inúmeros casos de construção do Arbelo em seu ponto de equilíbrio e do Salinon, são a pura e direta transcrição na escala urbana e ao destino da população como receptor do conhecimento, das proposições do “*Livro dos Lemas*” de Arquimedes. Essa é a segunda contribuição: a disseminação das rigorosas figuras geométricas dos tratados matemáticos e suas representações em grandes dimensões, no centro do espaço civil e coletivo.

Entretanto, essas duas contribuições têm suas limitações. As figuras matemáticas reproduzidas e disponibilizadas a todos pelo intermediário do edifício religioso não estão imunes a interpretações aproximadas. A figura correta é primeiramente materializada, mas não acompanhada de seu texto, como é o caso nos tratados originais de Arquimedes ou, pelo menos, nas suas diversas retranscrições. Assim, sua disseminação por reprodução pode ser, as vezes, sujeita à possíveis alterações que alteram o rigor científico original. Sugerindo que na reprodução da forma arquitetural, a garantia de que a verdade científica original será mantida não é absoluta.

Essas contribuições também nos levam a lembrar que o espaço construído medieval e a arquitetura medieval não podem ser totalmente compreendidos sem levar em conta os modos de percepção e de representação do espaço naquela época. As diversas representações que anunciavam o que hoje chamamos de perspectiva cilíndrica oblíqua e de perspectiva cilíndrica ortogonal ainda estavam no reino da ilusão total e não podiam ser exploradas de forma alguma para extrair as verdadeiras grandezas geométricas ou para extrair qualquer informação exata de possíveis combinações de figuras geométricas. A tentativa de reconstruir o cyborium dos manuscritos carolíngios em perspectiva cilíndrica oblíqua comprova a não construíbilidade deste e por consequência a inexistência deste cyborium no mundo espacial real. Portanto, ela sobrevive apenas na iconografia ilusionista medieval. Ao contrário, o Salinon é perfeitamente realizável no mundo real. A arte carolíngia, e sua interpretação dos tratados matemáticos de Arquimedes, está no encontro das figuras impossíveis e das figuras possíveis na arquitetura.

Por fim, este artigo também é um convite para prosseguir com a identificação do papel desempenhado pelas ciências da antiguidade grega nas artes arquitetônicas carolíngias, particularmente em relação às disciplinas do “*Quadrivium*”. Em seguida e na mesma lógica, poderíamos estender esse estudo aos fundamentos da arte arquitetônica românica, que deu continuidade à arte carolíngia e tomou emprestadas inúmeras referências dela. Sob este novo olhar, o artigo nos permite questionar o papel potencial que as ciências matemáticas da Antiguidade grega podem ter tido em certas formas ou figuras da arte arquitetônica românica. E, de acordo com este artigo, esses estudos poderiam se concentrar tanto nos aspectos iconográficos quanto nos aspectos construtivos.

REFERÊNCIAS

AGUILAR, E M F; BARRIÉ, N. **Archimède**: Des mathématiques pures au service des applications. Barcelona: RBA Coleccionables, 2018.

BOURBAKI, Nicolas. **Éléments d'histoire des mathématiques**. Paris: Springer, 2007.

BOYER, Jacques. **Histoire des mathématiques**. Paris: Gauthier-Villars, 1900.

CERCLE DES ETUDIANTS ARABO-EUROPÉENS DE L'ULB - CEAE ULB. **Histoire de la civilisation arabo-musulmane - Salon d'Orient. Les sciences, les Arabes et l'Occident**. 2015. Disponível em: <https://ceaeulb.wordpress.com/2015/03/31/les-sciences-les-arabes-et-loccident/>. Acesso em: 22 de maio de 2023.

FOCILLON, Henri. **Art d'Occident**: le moyen age roman et gothique. Paris: Armand Colin, 1983.

GRABAR, André. **L'art de la fin de l'Antiquité et du Moyen-âge**. Paris: College De France, 1968.

GUILLOU, André. **La civilisation byzantine**. Paris: Arthaud, 1974.

HUGO, Victor. **Notre-Dame de Paris**: 1482. Livre 2, Tome 1. Paris: Eugène Hugues, 1876.

LASKO, Peter. **Ars sacra, 800-1200**. New Haven: Yale University Press, 1994.

LIONS, J-L. **Petite encyclopédie des mathématiques**. Paris – Londres – Athènes: Éditions Pagoulatos, 1980.

MCCORMICK, Michael. **Les pèlerins occidentaux à Jérusalem, Ville-IXe Siècles**. In: Voyages et voyageurs à Byzance et en Occident du VIe au XIe siècle. Liège:



Presses universitaires de Liège, 1999. Disponível em:
<http://books.openedition.org/pulg/4751>. Acesso em: 22 de maio de 2023.

MILNER, Max. **Quoi tuera quoi ? Les enjeux de l'invention de l'imprimerie chez Victor Hugo et Gérard de Nerval**. In: Livraisons d'histoire de l'architecture. N. 20, 2010. Disponível em: <https://journals.openedition.org/lha/251>. Acesso em: 27 de maio de 2023.

O'KANE, Bernard. **Treasures of Islam: artistic glories of the Muslim world**. London: Duncan Baird, 2007.

SENAC, Philippe. **Le monde musulman, des origines au XIe siècle**. Paris: Armand Colin, 2007.

VALOIS, Raynald. **Signification anthropologique de l'espace pictural**. Laval théologique et philosophique. Vol. 35, N. 2, 1979. Disponível em:
<https://www.erudit.org/en/journals/ltp/1979-v35-n2-ltp3388/705719ar.pdf>. Acesso em: 24 de maio de 2023.

VERNET, Juan. **Ce que la culture doit aux Arabes d'Espagne**. Paris: Sindbad, 1985.

VIOLLET-LE-DUC, Eugène. **Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle**. 1854-1868. Disponível em:
https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle. Acesso em: 27 de maio de 2023.