

Um estudo sobre as figuras geométricas espaciais com estudantes do 3º ano do Ensino Médio a luz da Teoria de Van Hiele

A study on spatial geometric figures with 3rd year high school students in the light of Van Hiele's Theory

Thainá Morgana Ferreira Leite^{1*}

 <https://orcid.org/0009-0000-3386-433X>

Fabricio Fernandes Cavalcante^{2*}

 <https://orcid.org/0009-0000-0193-9093>

Franklin Fernando Ferreira Pachêco^{3*}

 <https://orcid.org/0000-0002-4600-2103>

Resumo

O objetivo deste texto foi identificar em que nível de compreensão da teoria de Van Hiele se enquadram estudantes do 3º ano do Ensino Médio quanto ao estudo das figuras geométricas espaciais. Para isso, utilizou-se a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, em especial, os níveis de compreensão (Visualização ou reconhecimento, Análise, Dedução informal ou ordenação, Dedução formal e Rigor). Em termos metodológicos, participaram 10 estudantes do Ensino Médio de uma escola pública estadual, localizada no município de Iati, do estado de Pernambuco. Usou-se como instrumento para coleta de dados um teste contemplando cinco questões, sendo cada uma delas elaborada de acordo com um nível de compreensão da teoria de Van Hiele. Os resultados mostram que, de acordo com os níveis de compreensão da teoria de Van Hiele, dois estudantes se enquadram até o nível 2 (Análise) e 8 estão em progresso no nível 1 (Visualização ou reconhecimento). Nenhum dos estudantes conseguiu responder as questões relacionadas ao nível 3 (Dedução Informal), Nível 4 (Dedução Formal) e o nível 5 (Rigor).

Palavras-chave: Geometria Espacial. Ensino Médio. Teoria de Van Hiele.

Abstract

The aim of this text was to identify what level of understanding of Van Hiele's theory students in the 3rd year of high school fall into regarding the study of spatial geometric figures. For this, Van Hiele's theory of the development of geometric thinking was used, in particular, the levels of understanding (Visualization or recognition, Analysis, Informal deduction or ordering, Formal deduction and Rigor). In methodological terms, 10 high school students from a state public school, located in the municipality of Iati, in the state of Pernambuco, participated. A test comprising five questions was used as an instrument for data collection, each of which was elaborated according to a level of understanding of Van Hiele's theory. The results show that, according to the levels of understanding of Van Hiele's theory, two students fit up to level 2 (Analysis) and 8 are in progress at level

Recebido em: 05/12/2022 - Aceito em: 24/10/2023

^{1*} Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) / Polo Águas Belas, PE, Brasil. E-mail: thainafleite@gmail.com.

^{2**} Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) / Polo Águas Belas, PE, Brasil. E-mail: falecomfabriciofernandes@hotmail.com.

^{3**} Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Escola Municipal Juscelino Kubitschek (EMJK), Colombo, PR, Brasil. E-mail: pacheco.franklin9@gmail.com.



Μαθηματικά: epistemologia e educação, Caruaru (PE), v.1, 2023

DOI: <https://doi.org/10.51359/2965-1794.2023.256845>

Esta obra está licenciada com uma [Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

1 (Visualization or recognition). None of the students could answer the questions related to level 3 (Informal Deduction), Level 4 (Formal Deduction) and level 5 (Rigor).

Keywords: Space Geometry. High school. Van Hiele's Theory.

1 Introdução

O presente texto é um recorte do trabalho de conclusão de curso, intitulado de “*Geometria Espacial e a Teoria de Van Hiele: um estudo sobre o conhecimento geométrico de estudantes do 3º ano do Ensino Médio*”, no qual foi desenvolvido na licenciatura em matemática (modalidade de Educação à Distância) do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE).

Dentre os diversos conteúdos que integram a disciplina de matemática no decorrer das etapas escolares da Educação Básica⁴, optou-se pelo debate das figuras geométricas espaciais porque Pereira (2001) e Barbosa (2011) apontam que estudantes do Ensino Médio apresentam dificuldades no estudo de sólidos geométricos. Por um lado, essas dificuldades estão presentes porque alguns professores lecionam esse conteúdo no ambiente da sala de aula de maneira superficial. Por outro lado, de acordo com Rogenski & Pedroso (2009), alguns estudantes possuem dificuldades na Geometria Espacial por apresentarem lacunas de conhecimentos da Geometria Plana, ou seja,

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos (p. 5).

Essas inquietações também foram identificadas por Costa, Bermejo & Moraes (2009). Além disso, eles apontam outras dificuldades que os estudantes mostram ao estudarem esse objeto matemático, tais como: a linguagem do objeto matemático, a representação dos sólidos e seus elementos, bem como o uso excessivo de fórmulas. Além disso, Silva *et al.* (2015), Mizerski & Vicente (2017) e Santos *et al.* (2019) revelam que estudantes ao se depararem com atividades sobre figuras geométricas espaciais possuem dificuldades em reconhecer suas planificações, em demonstrar as suas propriedades e em diferenciar as formas dos objetos geométricos.

Diante do exposto, este recorte se concentrou em identificar em que nível de compreensão da teoria de Van Hiele se enquadram estudantes do 3º ano do Ensino Médio quanto

⁴Educação Infantil, Ensino Fundamental (Anos iniciais e Anos finais) e Ensino Médio



ao estudo das figuras geométricas espaciais. Para isso, usou-se a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico proposta por Van Hiele (1957). Escolheu-se esse aporte teórico porque ele permite, por meio dos níveis de compreensão (Reconhecimento, Análise, Dedução informal, Dedução e Rigor), a identificação de conhecimentos geométricos de estudantes e/ou de professores.

Em relação a metodologia, participaram desse estudo 10 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma instituição de ensino localizada na cidade de Iati. Aplicou-se, portanto, como instrumento de coleta de dados, um teste⁵ contendo cinco questões, de acordo com os níveis de compreensão da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

2 Geometria Espacial na Educação Básica: conhecimentos sobre o Ensino Médio

A Geometria é uma área de conhecimento da Matemática. Ela “[...] está presente no convívio da sociedade, para ser utilizada a partir das necessidades do homem, seja para medir, construir ou reconhecer formas, calcular áreas e volumes; e ainda sobre o estudo do espaço” (Santos, 2015, p. 18).

De acordo com a proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Geometria começa a ser explorada na escola por meio da vivência cotidiana a partir da associação/visualização de seus objetos geométricos (planos e tridimensionais), sendo seguida pelo estudo desses objetos com o uso de fórmulas, demonstrações de propriedades e também da geometria com a álgebra, percorrendo, assim, todo o ensino básico (Brasil, 2018).

No decorrer da Educação Básica, a Geometria é subdividida em três (Plana, Espacial e Analítica). Dentre elas, optou-se pela Geometria Espacial que estuda as figuras tridimensionais, ou seja, aquelas que possuem três dimensões (largura, altura e comprimento) (Brasil, 2018). Elas estão presentes na vida do homem em diversas áreas (social, educacional etc.). No âmbito social, por exemplo, o formato de uma lata de leite pode representar no mundo físico o objeto matemático cilindro. No contexto educacional, de acordo com a BNCC (Brasil, 2018), eles integram as distintas etapas escolares da Educação Básica.

As figuras geométricas espaciais são estudadas por meio de duas classes: Poliedros (Cubo, Paralelepípedo, Pirâmide, Prisma) e Corpos Redondos (Cilindro, Cone e Esfera) (Brasil,

⁵Essa vivência foi realizada de maneira remota. Após o professor da disciplina de Matemática aceitar que sua turma do 3º ano do Ensino Médio realizasse o teste, os pesquisadores agendaram um dia e disponibilizam o material durante a aula, de modo síncrona, para os estudantes responderem. Não houve intervenção dos pesquisadores sobre os resultados.

2018). Na Figura 1, por exemplo, são expostos o cubo, paralelepípedo, pirâmide, prisma, cilindro, cone e esfera. Adotou-se que os poliedros são figuras geométricas espaciais compostas por arestas, vértices e faces (todas planas), enquanto os corpos redondos possuem pelo menos uma de suas faces não planas (arredondado). Algumas ilustrações constam na Figura 1.

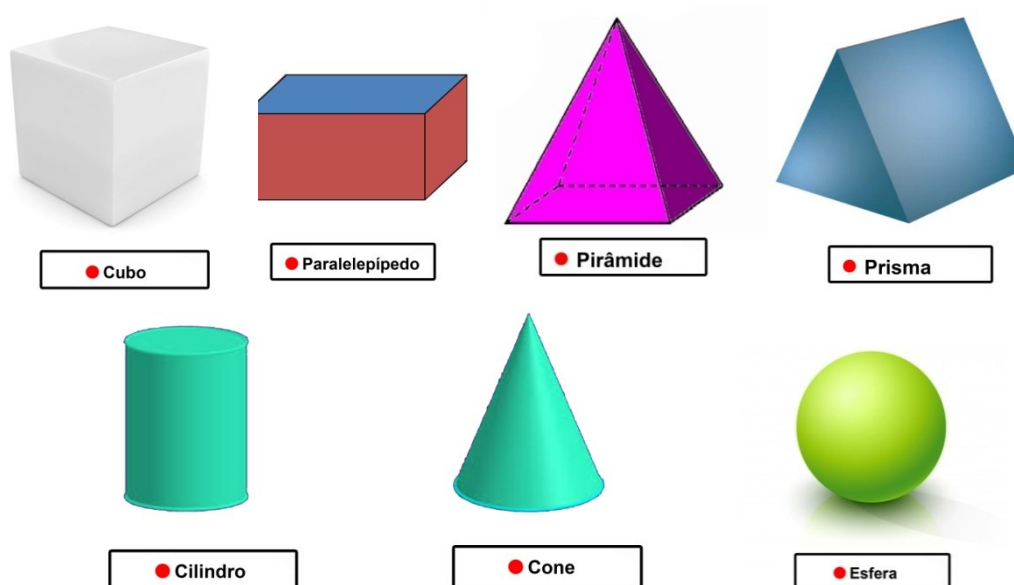


Figura 1 - Figuras geométricas espaciais

Fonte: Acervo da pesquisa

Algumas pesquisas (Ferner *et al.* 2016; Silva & Siqueira, 2016) apontam que os conteúdos da Geometria (Plana e Espacial) não estão apenas no fim, mas no início, meio e por vezes nos capítulos finais. Apesar disso, no livro didático⁶ de matemática, elas são exploradas pela definição, exposição do seu formato e verificação de suas propriedades.

Pesquisas anteriores sobre Geometria Espacial (Costa, Bermejo & Moraes, 2009; Silva *et al.*, 2015; Mizerski & Vicente, 2017; Santos *et al.*, 2019), apontam que estudantes possuem dificuldades na apropriação e demonstrações das propriedades das figuras geométricas espaciais, bem como no reconhecimento de suas formas, planificações etc. Como uma maneira de superar tais dificuldades, Silva *et al.* (2014), Mizerski e Vicente (2017) e Santos *et al.* (2019) destacam que o uso de atividades lúdicas no processo de ensino e de aprendizagem contribuem para os estudantes compreenderem esses objetos geométricos.

3 A Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: reflexões e potencialidades

⁶Esse recurso é o mais usual pelo professor para exploração de conhecimentos na sala de aula presencial.

A teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele (1957) foi produzida pelo casal de professores holandeses Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Marie Van Hiele. Eles atuavam no ensino de matemática de estudantes, nos dias atuais o equivalente a Educação Básica do Brasil. No decorrer de suas aulas, esses pesquisadores observaram que seus estudantes apresentavam algumas dificuldades nos conteúdos de Geometria. Com o falecimento da Dina Van Hiele-Geldof, esse aporte teórico foi sendo ampliado e discutido por Pierre Marie Van Hiele.

Dentre tais dificuldades da Geometria plana, por exemplo, pode-se citar o reconhecimento, identificação e provas de figuras geométricas, etc. Na intenção de propor soluções para enfrentar tais limitações, elaboraram um modelo que identificasse o nível de conhecimento geométrico de sujeitos (estudantes e/ou professores) e vivências para melhorar a qualidade de seu raciocínio geométrico (Pachêco & Silva, 2017).

Pesquisas brasileiras (Villiers, 2010; Cardoso, 2016; Pachêco & Silva, 2017) apontam que a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico é interessante para o âmbito escolar porque permite identificar os níveis de conhecimentos geométricos de sujeitos (estudantes e professores), sendo, possível, ainda, ser usada pelo professor como um instrumento para promover um melhor processo de ensino de conteúdos de Geometria.

Para Pachêco e Silva (2017), “o professor pode utilizar esta teoria como um instrumento pedagógico para identificar em que nível de conhecimentos geométricos seus estudantes se apresentam” (p. 6). Isso porque permitirá aos professores estruturarem aulas sobre Geometria, verificar o conhecimento dos estudantes (potencialidades e limitações) e trabalhar sobre elas na sala de aula fazendo-os avançar na compreensão e saber da Geometria.

Quanto a aprendizagem de Geometria, apoiando-se nesse arcabouço de Van Hiele, Cardoso (2016) indica que:

[...] ocorre em níveis hierárquicos de conhecimento; quando o ensinamento ocorre em um nível cognitivo acima do qual o aluno se encontra os conceitos não são compreendidos e fixados; o crescimento relativo à idade não produz automaticamente um crescimento no nível do pensamento geométrico (p. 3).

É possível verificar, por exemplo, que essas pesquisas (Cardoso, 2016; Pachêco & Silva, 2017) frisam que o uso da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele na sala de aula pelo professor permite a esse profissional elaborar aulas e atividades, compreender e fazer avançar as dificuldades que os estudantes possuem quanto ao conteúdo estudado na sala de aula. Sendo assim, um guia para saber lidar com estudantes com níveis

diferentes de saber geométrico, avaliando assim as suas habilidades.

Esse aporte teórico possui três características (níveis de compreensão, fases de aprendizagens e propriedades da teoria). Dentre elas, apesar de todas serem essenciais, usou-se apenas os níveis de compreensão. Sobre isso, a “[...] principal característica da teoria é a distinção de cinco diferentes níveis de pensamentos com relação ao desenvolvimento da compreensão dos estudantes acerca da Geometria” (Villiers, 2010, p. 400).

Para Pachêco e Silva (2017) “os níveis de compreensão, são organizados de maneira hierárquica em que só é possível atingir um determinado nível após passar pelas distintas características que as integram” (p. 8). Em relação aos níveis de compreensão, portanto, verifica-se que os sujeitos após atingirem os cinco níveis desenvolveram o raciocínio geométrico (Cardoso, 2016; Rodrigues & Kaiber, 2016; Pachêco & Silva, 2017).

4 Níveis de compreensão da teoria de Van Hiele

São cinco níveis de compreensão (Reconhecimento, Análise, Dedução informal, Dedução e Rigor) que integram a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. O Quadro 1 apresenta os níveis de compreensão e suas respectivas características (Alves & Sampaio, 2010).

Quadro 1

Níveis de compreensão da teoria de Van Hiele

Níveis de Compreensão	Características
Visualização ou reconhecimento (Nível 1)	-Reconhece visualmente uma figura geométrica; -Tem condições de aprender o vocabulário geométrico; -Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura.
Análise (Nível 2)	-Identifica as propriedades de uma determinada figura; -Não faz inclusão de classes.
Dedução informal ou Ordenação (Nível 3)	-Já é capaz de fazer inclusão de classes; -Acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra.
Dedução Formal (Nível 4)	-É capaz de fazer provas formais; -Raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
Rigor (Nível 5)	-É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas; -É neste nível que as geometrias não- euclidianas são compreendidas.

Fonte: Alves & Sampaio (2010, p. 70)

De acordo com as informações dispostas no Quadro 1, elaborou-se as análises dos resultados deste texto. Dentre os três elementos da teoria de Van Hiele (níveis de compreensão, fases de aprendizagens e propriedades da teoria), as análises dos resultados se concentraram

apenas nos níveis de compreensão porque a partir deles é possível identificar os conhecimentos dos estudantes, alcançando-se a proposta investigativa proposta neste texto. Abordagem essa que corresponde a proposta de investigação desta pesquisa.

5 Metodologia

Participaram do estudo empírico 10 estudantes⁷ do 3º ano do Ensino Médio de uma instituição de ensino pública estadual, localizada no município de Iati, do estado de Pernambuco. Por não interferir no conhecimento dos participantes envolvidos por meio de investigações pedagógicas, abordou-se uma ênfase exploratória (Minayo, 2014).

O teste foi composto por cinco questões. Cada uma das questões foi elaborada de acordo com as características de um nível de compreensão da teoria do pensamento geométrico proposto por Van Hiele, ou seja, a primeira questão (nível 1), a segunda questão (nível 2), a terceira questão (nível 3), a quarta questão (nível 4) e a quinta questão (nível 5).

A primeira questão, elaborada de acordo com o nível 1, apresentou um conjunto de figuras geométricas espaciais. Seu objetivo foi identificar os poliedros. Conforme mostra a Figura 2.

1- Dentre as opções de figuras geométricas espaciais assinale as que podem ser classificadas enquanto poliedros:

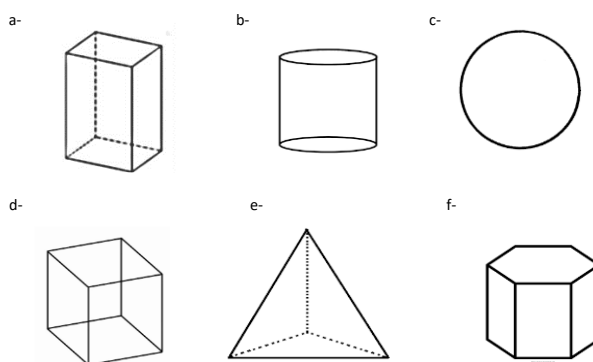


Figura 2 - Reconhecimento das figuras dos poliedros:

Fonte: Acervo da pesquisa

A segunda questão, como mostra a Figura 3, abordou as características do nível 2 (análise). Seu objetivo foi o de verificar o conhecimento geométrico dos estudantes do Ensino

⁷Para preservar a integridade dos participantes, adotou-se a nomenclatura: E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9 e E10.

Médio referentes às propriedades das figuras geométricas espaciais.

2- Cite as propriedades dos sólidos geométricos:

Figura 3 - Identificação de propriedades dos sólidos geométricos

Fonte: Acervo da pesquisa

A terceira questão, como exposto na Figura 4, contemplou as características do nível 3 (dedução informal). Seu intuito foi identificar as semelhanças e as distinções entre as propriedades do cubo e do paralelepípedo. Entre as semelhanças, por exemplo, é possível destacar que ambas as representações geométricas possuem 6 lados e 12 arestas. Quanto as distinções, têm-se que a representação do quadrado possui os seis lados congruentes, enquanto o paralelepípedo tem três pares de lados congruentes.

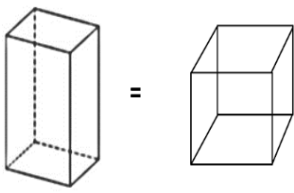
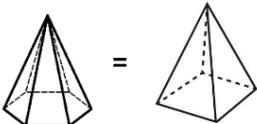
Poliedros	Propriedades
	
	

Figura 4 - Inter-relações dos sólidos geométricos poliedros

Fonte: Acervo da pesquisa

A Figura 5 mostra a quarta questão que abordou os elementos do nível 4 (dedução formal). Seu objetivo foi demonstrar que todo poliedro convexo é euleriano, mas que o inverso não é possível em sua completude.

4 - Demostre de acordo com o teorema de Euler que todo poliedro convexo é euliriano, mas nem todo poliedro euleriano é convexo.

Figura 5 - Prova que todo poliedro convexo é euliriano, mas o oposto não ocorre

Fonte: Acervo da pesquisa

A quinta questão, que se encontra expressa na Figura 6, apoiou-se no nível 5 (rigor). Seu objetivo foi o de verificar se estudantes do Ensino Médio realizam comparação de axiomas (Geometria Plana) com afirmações referentes à Geometria Espacial.

5- Analise as sentenças 1 e 2.

- 1) Se dois planos distintos possuem mais de um ponto em comum, sua intersecção é uma reta (DANTE, 2009, p. 359)
- 2) Um poliedro é constituído por arestas, faces e vértices.

Verifique se existe semelhanças ou diferenças entre elas. Essas arestas dos poliedros seriam a intersecção de planos?

Figura 6 - Comparação entre axioma da Geometria plana e sentença da Geometria Espacial

Fonte: Dante (2009, p. 359).

Diante das respostas apresentadas pelos estudantes nessas questões, identificou-se o conhecimento geométrico que eles possuem quanto as figuras geométricas espaciais. Para manter a integridade física e intelectual dos estudantes, eles foram identificados pelas siglas: E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9 e E10.

6 Análises e discussões dos resultados

Os resultados presentes nessa seção foram organizados em três momentos. No primeiro momento, verificou-se o total de participantes que acertaram todas as questões do teste ou acertaram parcialmente as questões teste ou erraram todas as questões do teste. Esses resultados estão expostos na Tabela 1.

Tabela 1

Resultado geral das respostas dos estudantes sobre as questões do teste

Categorias	Acertaram todas as questões do teste	Acertaram parcialmente as questões teste	Erraram todas as questões do teste
Quantitativo de estudantes	0	10	0
Percentual	0%	100%	0%

Fonte: Acervo da pesquisa

De acordo com os dados expostos na Tabela 1, todos os 10 estudantes (100%) submetidos ao teste tiveram acertos parciais, ou seja, acertaram uma ou duas questões. As questões 3, 4 e 5 não foram respondidas por nenhum dos 10 estudantes. De acordo com os protocolos analisados, eles não tentaram respondê-las.

A realidade desses resultados corrobora com o destacado no estudo de Costa, Bermejo & Morais (2009) quando pontuam que estudantes do Ensino Médio possuem dificuldades no reconhecimento, descrição (propriedades) e demonstração de figuras geométricas espaciais.

O segundo momento foi constituído pela identificação do nível de conhecimento geométrico dos estudantes do Ensino Médio. Para isso, analisou-se cada resposta dos 10



estudantes sob o olhar da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele,

Por cada questão corresponder a um nível de compreensão, categorizou-se que o estudante ao acertar totalmente a questão concebia todas as características de conhecimentos geométricos do respectivo nível de compreensão. Por exemplo, um estudante que acertou a questão 3, e acertou as anteriores (1 e 2), enquadra-se no nível 3 (Dedução informal ou ordenação). Isso porque, a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele é de forma hierárquica, ou seja, logo, um estudante que está no nível 3 (Dedução informal ou ordenação) concebe conhecimento geométricos dos níveis 1 (Visualização ou reconhecimento) e 2 (Análise), conforme sinaliza Pachêco & Silva (2017).

Nessa perspectiva, os resultados expressos no Quadro 2 sinalizam o nível de conhecimento geométrico que cada estudante se adequa sobre a Geometria Espacial (sólidos geométricos). Adotou-se P para os estudantes que estão progredindo nos elementos geométricos elencados nos níveis de compreensão da teoria de Van Hiele. Por exemplo, o E10 não reconheceu todas as figuras geométricas espaciais, então ele está evoluindo no âmbito das características do reconhecimento dos poliedros. Usou-se o X para os estudantes que mobilizaram conhecimentos geométricos corretos de modo a acertar às questões.

Quadro 2

Respostas dos estudantes

Questões do Teste	Estudantes do ensino médio submetidos ao teste									
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
Questão 1	P	P	P	X	P	P	X	P	P	P
Questão 2				X	P		X	P	P	
Questão 3										
Questão 4										
Questão 5										

Fonte: Acervo da pesquisa

Os estudantes E1, E2, E3, E6 e E10 acertaram parcialmente apenas a primeira questão. O E2, conforme expõe a Figura 7, dentre o conjunto de figuras geométricas espaciais considerou como poliedros apenas o cubo, o paralelepípedo retângulo reto e o tetraedro, desprezando o prisma de base hexagonal.

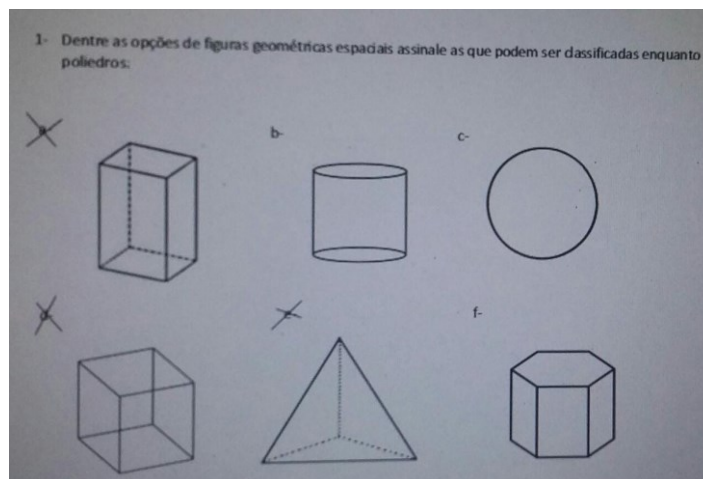


Figura 7 - Resposta do E2

Fonte: Acervo da pesquisa

Apesar de o E2 não ter assinalado o prisma de base hexagonal enquanto um poliedro, ele está progredindo em relação ao reconhecimento dos sólidos geométricos que são classificados em pirâmide e prisma. Estando, o E2 em progresso no nível 1 (Visualização ou reconhecimento) de acordo com a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

Outro resultado que vale destacar é que o E6 assinalou a representação da esfera enquanto um poliedro. Esse erro mostra que ele não diferencia os poliedros dos não poliedros pelo reconhecimento visual, ou seja, a partir de seu formato.

Os E5, E8 e E9 acertaram parcialmente a primeira questão e a segunda questão. Na primeira questão, o E5, o E8 e o E9 não assinalaram o prisma. É possível destacar que eles estão em desenvolvimento de raciocínio geométrico no que diz respeito ao nível 1 (Visualização ou reconhecimento) de algumas figuras geométricas espaciais.

Apesar disso, vale ressaltar, nesse sentido, que as propriedades das figuras geométricas espaciais descritas na segunda questão pelos E5, E7, E8 e E9 são as dos sólidos geométricos conhecidos e apropriados por esses participantes no decorrer de suas trajetórias escolar da Educação Básica. Com isso, para essas figuras geométricas espaciais, esses estudantes estão em progresso em relação ao nível 2 (Análise) da teoria de Van Hiele.

Dentre os 10 estudantes (100%) apenas o E4 e o E7 conseguiram responder duas questões corretamente (a primeira e a segunda). Esse resultado corrobora com o pensamento de Costa, Bermejo & Moraes (2009) quando sinalizam que a geometria espacial é fruto de dificuldades por estudantes, isso porque “a maioria dos alunos consultados alega que encontram dificuldades em utilizar (e lembrar) as fórmulas, e também em reconhecer os sólidos” (p. 9).

Verificou-se, por meio dos resultados do Quadro 2 que nenhum (0%) dos dez estudantes (100%) conseguiram resolver as questões 3, 4 e 5, questões essas que contemplavam o nível 3 (Dedução informal ou ordenação), o nível 4 (Dedução formal) e nível 5 (Rigor), respectivamente, da teoria de Van Hiele.

Dos dez estudantes (100%), apenas o E4 e o E7 (20%) se enquadram até o nível 2 (Análise). Já os E5, E8, E9 E1, E2, E3, E6 e E10 estão evoluindo dentro do nível 1 (Visualização ou reconhecimento).

Após analisar as respostas dos estudantes em relação ao teste de modo geral (primeiro momento) e identificar que nível de compreensão (segundo momento) cada estudante se adequava no momento da vivência do teste, iniciou-se o terceiro momento. Nele, identificou-se por questão os erros e os acertos dos estudantes. Na primeira questão, que os estudantes teriam que assinalar os poliedros, apenas o E4 e o E7 (20%) conseguiram responder corretamente. Esse teor de baixo acerto corresponde ao fato de os estudantes não compreenderem o prisma de base hexagonal como poliedro, e sim como um corpo redondo por conceber duas bases, como mostra o protocolo (Figura 7) do E2. Esse fato destaca que esses estudantes devem, ainda, progredir sobre aprendizagem reconhecimento das figuras geométricas espaciais.

Na segunda questão do teste, em que os estudantes teriam que citar as propriedades dos sólidos geométricos, o E7 citou alguns elementos que integram as propriedades dos sólidos geométricos, sendo elas: largura, comprimento e altura. Características essas que estão associadas aos sólidos geométricos classificados como poliedros (faces, arestas e vértices) e não poliedros. Essas informações estão na Figura 8.

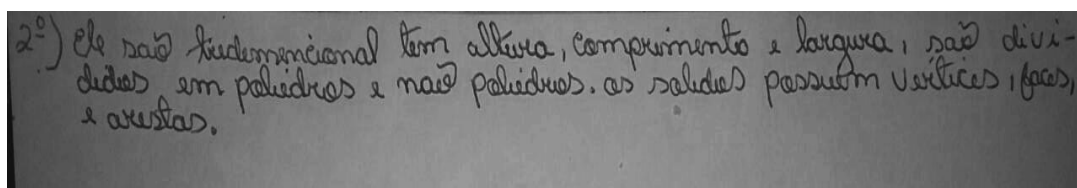


Figura 8 - Identificação de propriedades dos sólidos geométricos

Fonte: Acervo da pesquisa

Por meio da Figura 8, observou-se que o E7 destaca os elementos das propriedades das figuras geométricas espaciais de maneira geral, sem especificar os tipos de sólidos ou sua classificação. Por exemplo, poderia ter sido descrito as propriedades do cubo (poliedro): seis faces no formato de quadrado contendo os quatro lados com comprimento congruentes e

ângulos internos e externos congruentes. Sendo constituído por três dimensões: largura, comprimento e altura. De modo geral, os E5, E8 e E9 (30%) conseguiram responder parcialmente, sem aprofundamento, a segunda questão. Eles, por exemplo, citaram que os sólidos geométricos não são as figuras geométricas planas.

Nenhum estudante (0%) conseguiu responder as três últimas questões: a terceira, a quarta e a quinta. Resultado semelhante foi encontrado na pesquisa de Pachêco & Silva (2017), por exemplo, no qual mostrou que os participantes (professores investigados que lecionavam na Educação Básica) não alcançaram o nível 5 (Rigor) em relação a conteúdos de Geometria Plana.

Sobre a tentativa de resolução delas, todos os estudantes (100%) afirmaram não lembrar das técnicas de como resolvê-las. Deste modo os resultados da pesquisa mostraram que os estudantes investigados possuem lacunas de conhecimento referentes ao estudo das figuras geométricas espaciais. Além disso, o teste aplicado revelou que nem todos conseguiram responder a primeira e a segunda questões, que são os níveis menos complexos da teoria de Van Hiele.

De acordo com os resultados obtidos nessa pesquisa, pode-se destacar que esses 10 estudantes (100%) do Ensino Médio apresentam lacunas de conhecimentos referentes à Geometria Espacial. Sob a ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, o E4 e o E7 conseguiram citar as propriedades dos poliedros, atingindo o nível 2 (Análise). Os E5, E8 e E9 conseguiram responder parcialmente a segunda questão estando em progresso no nível 2 (Análise). Os E1, E2, E3, E6 e E10 estão evoluindo no que se refere ao reconhecimento das figuras geométricas espaciais.

Como dificuldades, por meio dos dados coletados, pode-se elencar o não conhecimento sobre as propriedades, relações entre os objetos geométricos e demonstração de figuras geométricas espaciais. De modo geral, as maiores facilidades encontradas foram no reconhecimento dos poliedros, mesmo que alguns estudantes não tenham assinalados todos.

Os resultados dessa pesquisa apontam para os dados dos estudos anteriores de Rogenski & Pedroso (2009) e Santos *et al.* (2019) que sinalizam que estudantes do Ensino Médio possuem lacunas (reconhecer, citar propriedades etc.) de conhecimentos sobre Geometria Espacial.

7 Considerações finais

Este recorte de TCC, debateu os resultados de um teste contendo cinco questões para 10 estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Cada uma das questões abordou um nível de



compreensão da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Os resultados mostram que dentre os dez estudantes (100%), apenas dois (E4 e E7) se enquadram até o nível 2 (Análise), 3 estudantes (E5, E8 e E9) estão progredindo no nível 2 (análise) e cinco estudantes (E1, E2, E3, E6 e E10) estão evoluindo dentro do nível 1 (Visualização ou reconhecimento).

À luz da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico, em especial sob o olhar dos níveis de compreensão, os estudantes não mobilizaram conhecimentos geométricos referentes aos os níveis 3 (Dedução informal ou ordenação), 4 (Dedução formal) e 5 (Rigor).

Esses resultados reafirmam o que pontuam os estudos de Rogenski & Pedroso (2009) e Santos *et al.* (2019), ou seja, que estudantes do Ensino Médio possuem lacunas (reconhecer, citar propriedades etc.) de conhecimentos sobre Geometria Espacial.

Desse modo, sugere-se que próximos trabalhos científicos investiguem sob a ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele o conhecimento referente a Geometria Espacial de estudantes do Ensino Fundamental (anos iniciais e finais). Isso porque, a Geometria Espacial é um conhecimento essencial na formação do estudante da Educação Básica e sendo analisada sob o aporte teórico de Van Hiele possibilita os professores e os pesquisadores compreender as lacunas de conhecimentos que persistem nessa área de conhecimento.

Referências

- Alves, G. S. & Sampaio, F. F. (2010). O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, 5 (1), 69–76.
https://www.fsma.edu.br/si/edicao5/FSMA_SI_2010_1_Principal_2.pdf
- Barbosa, C. P. (2011). *Desenvolvimento do Pensamento Geométrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta de ensino para professores e formadores de professores*. [Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto].
https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/3074/3/PRODUTO_DesenvolvendoPensamentoGeom%C3%A9trico.pdf
- Brasil, S. E. F. (2018). *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: BNCC.
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf
- Cardoso, E. (2016). *Uma Proposta de Níveis de Aprendizagem para o Tópico de Funções no Ensino Médio*. [Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro].



<https://pemat.im.ufrj.br/index.php/pt/producao-cientifica/dissertacoes/2016/139-uma-proposta-de-niveis-de-aprendizagem-para-o-topico-de-funcoes-no-ensino-medio>

Costa, A. C.; Bermejo, A. & Moraes, M. (2009). Análise Do Ensino De Geometria Espacial. *Anais do X Encontro Gaúcho de Educação Matemática* (pp. 1-10).

http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_49.pdf

Dante, L. R. (2005). *Matemática*. São Paulo: Ática.

Ferner, D. *et al.* (2016). Geometria Espacial: Análise de Uma Coleção de Livros Didáticos do Ensino Médio. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo. (pp. 1-12).

https://sites.unipampa.edu.br/pibid2014/files/2014/08/xiiennem_002.pdf

Kerr, L.R.F.S. & Kendall, C. (2013). *A pesquisa qualitativa em saúde*. Rev Rene, 14 (6).

<http://www.periodicos.ufc.br/rene/article/view/3708>

Minayo, M. C. (2014). *O desafio do conhecimento: pesquisas qualitativas em saúde*. São Paulo (SP): Hucitec.

<https://lojahucitec.com.br/produto/maria-cecilia-de-souza-minayo-o-desafio-do-conhecimento-pesquisa-qualitativa-em-saude/>

Mizerski, E. S. & Vicente, A. (2017). *Uma Proposta Para o Ensino Da Geometria Espacial No Segundo Ano do Ensino Médio*, Paraná, PR: diaadiaeducação.

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unioeste_edelinasaletemizerski.pdf

Pachêco, F. F. F. & Silva, A. D. P. R. O pensamento geométrico de professores de matemática: um estudo sob a ótica da teoria de Van Hiele. In *Anais do XV Congresso Internacional de Tecnologia na Educação*, Recife. (pp. 1-15).

<https://www.pe.senac.br/congresso/anais/2017/pdf/comunicacao-oral/O%20PENSAMENTO%20GEOM%20C%89TRICO%20DE%20PROFESSORES%20DE%20MATEM%20C%81TICA-Um%20Estudo%20Sob%20a%20C%93tica%20da%20Teoria%20de%20Van%20Hiele.pdf>

Pereira, M. R. O. (2001). A geometria escola: uma análise dos estudos sobre o abandono do seu ensino. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Católica de São Paulo].

<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11182>

Rodrigues, D.S. & Kaiber, C.T. (2016). A Geometria Espacial no Ensino Médio: Uma Análise em Livros Didáticos com apoio no Modelo de van Hiele. In *Anais do XXI Seminário Internacional de Educação*, Cachoeira do Sul. (pp. 1-12).

<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/download/9463/6983/>

Rogenski, M. L. C. & Pedroso, S. M. D. (2009). *O Ensino da Geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades*. Paraná, PR: diaadiaeducação.

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>



- Sampieri, R. H.; Collado, C. F. & Lucio, M. P. B. (2013). *Metodologia de Pesquisa*. Porto Alegre, RS: Penso.
- Santos, J. C. (2015). *Uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática: Contribuições da Teoria de Van Hiele*. [Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Matemática, Universidade Estadual da Paraíba].
<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/8602>
- Santos, J. J. F. *et al.* (2019). GEOMETRIA ESPACIAL: Uma proposta desenvolvida no 3º ano do ensino médio. In *Anais do VII Encontro de Iniciação a Docência da UEPB e V encontro de formação de professores da educação básica*. Campina Grande. (pp. 1-6).
<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/64509>
- Silva, L. O. *et al.* (2015). Geometria espacial: construindo sólidos geométricos com palitos de picolé. In *Anais do II Congresso Nacional de Educação*. Campina Grande, (pp. 1-9).
<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/16107>
- Silva, E. C.; Siqueira, J. E. (2016). Geometria Espacial no Ensino Médio: Análise de um livro didático de Matemática. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo. (pp. 1-12).
https://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7648_4094_ID.pdf
- Villiers, M. (2010). Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. *Educação Matemática Pesquisa*, 12 (3), pp. 400-431.
<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167>