

## QUANTIFICADORES E O PROBLEMA DE FREGE

---

Bruno Ramos Mendonça<sup>1</sup>

### RESUMO

Em *Sobre o Sentido e a Referência*, Frege (2009) propôs a seguinte questão (no que segue, chamarei essa questão de ‘problema de Frege’): como é possível que frequentemente ampliemos nosso conhecimento ao descobrir a verdade de identidades da forma  $a=b$ ? A esse problema, um caso particular do problema da onisciência lógica, Frege dá a seguinte resposta em termos da distinção sentido-referência: alguém que ignora a validade de  $a=b$  não sabe que os sentidos de ambas as expressões denotativas envolvidas na equação identificam a mesma referência. Apesar de não ser consensual, essa solução é bastante influente. Logo, seria interessante verificar se ela poderia ser generalizada para outros casos do problema da onisciência lógica. O presente artigo aborda esse tema. Pretendo aqui mostrar que o problema de Frege e a sua solução em termos da distinção sentido-referência são generalizáveis a uma família mais ampla de casos de falha de onisciência lógica associados à nossa competência semântica no uso de quantificadores. Enquanto o problema de Frege original trata de casos de ignorância sobre a correferencialidade de dois termos singulares, a versão generalizada do problema trata de casos de ignorância sobre a co-extensionalidade de dois ou mais quantificadores ocorrendo em uma fórmula. Apelando a uma caracterização bidimensionalista do conceito de sentido, sustentarei que os quantificadores apresentam um elemento indexical e, conseqüentemente, estão associados a uma função caráter que, em certos contextos linguísticos tolerados pela situação epistêmica imperfeita de agentes racionais médios, atribuem domínios não co-extensionais a diferentes quantificadores ocorrendo em uma fórmula.

**Palavras-chave:** Problema de Frege. Quantificação. Onisciência Lógica. Sentido e Referência. Semântica Bidimensional.

### ABSTRACT

In *On Sense and Reference*, Frege (2009) tackles the following question (hereafter, I refer to it simply as ‘Frege’s puzzle’): how can we often augment our knowledge by discovering the truth of identities of the form  $a=b$ ? To this question, a subcase of the logical omniscience problem, Frege offers the

---

<sup>1</sup> Pesquisador de pós-doutorado CAPES (#88887.475401/2020-00) no Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência da Universidade Estadual de Campinas (CLE/ Unicamp).

E-mail: [bruno.amos.mendonca@gmail.com](mailto:bruno.amos.mendonca@gmail.com). ORCID: [0000-0002-0583-4042](https://orcid.org/0000-0002-0583-4042).

following response in terms of a sense and reference dichotomy: an individual who ignores that  $a=b$  is true does not know that the senses of the proper names occurring in the sentence pick out the same reference. Although not uncontroversial, Frege's solution is still very influential. Hence, it would be interesting to verify whether it can be generalized for other cases of the logical omniscience problem. The present paper deals with this issue. I want to show that Frege's puzzle as well as its solution in terms of a distinction between sense and reference can be applied to a broader set of cases of failure of logical omniscience related to our semantic competence in using quantifiers. Whereas Frege's original puzzle considers cases of ignorance on the correferentiality of two proper names, the generalized version of the puzzle regards cases of ignorance on the co-extensionality of two or more quantifiers occurring in a formula. Drawing upon a 2-dimensionalist characterization of the concept of sense, I hold that quantifiers display an indexical feature and, consequently, are associated to character functions that, in some counterfactual linguistic contexts not ruled out by the imperfect epistemic situation of ordinary rational agents, ascribe non-extensional domains to different quantifiers occurring in the considered formula.

**Keywords:** Frege's Puzzle. Quantification. Logical Omniscience. Sense and Reference. 2-Dimensional Semantics.

## 1. Introdução

Em *Sobre o Sentido e a Referência*, Frege (2009) propôs a seguinte questão (no que segue, chamarei essa questão de 'problema de Frege' simplesmente): como é possível que frequentemente ampliemos nosso conhecimento ao descobrir a verdade de identidades da forma  $a=b$ ? Para ficarmos em um exemplo fregeano, por muito tempo os astrônomos não sabiam que os nomes 'Hesperus' e 'Phosphorus' denotam o mesmo corpo celeste. A descoberta desse fato aumentou o nosso conhecimento astronômico. No entanto, a identidade de algo consigo mesmo é uma propriedade lógica fundamental de todos os entes. Logo, cabe perguntar, como é possível que nós, agentes racionais, por vezes ignoremos fatos lógicos tão básicos?

Na literatura contemporânea, uma versão mais geral desse problema (o assim chamado *problema da onisciência lógica*) tem interessado aos estudiosos das lógicas epistêmicas, lógicas modais que formalizam a expressão 'S sabe que...' em termos de um operador de necessidade. Os sistemas padrão de lógica epistêmica são lógicas modais *normais*, i.e., sistemas lógicos em que

vale o axioma K ( $K(p \rightarrow q) \rightarrow (Kp \rightarrow Kq)$ ) e a regra de necessitação:  $p \Rightarrow Kp$ . Ora, da normalidade desses sistemas formais se segue a propriedade de onisciência lógica: se S sabe que um conjunto de hipóteses  $T$  é o caso e  $q$  é uma consequência lógica de  $T$ , então S sabe que  $q$  é o caso. No limite, dado que as verdades lógicas são implicadas por qualquer conjunto de premissas, para toda verdade lógica  $q$ , S sabe que  $q$  é o caso (HENDRICKS & SYMONS, 2015, sec. 1). Contudo, a onisciência lógica é uma propriedade irrealista das lógicas epistêmicas normais. Um agente racional médio não conhece de antemão todas as verdades lógicas. Nesse sentido, há um interesse na literatura recente por definir sistemas de lógica epistêmica não-normais que validem somente versões enfraquecidas da onisciência lógica.

O problema da onisciência lógica está longe de ser apenas uma questão técnica sobre sistemas formais. Há uma contraparte conceitual do problema cuja solução não é óbvia: se um agente racional médio não conhece todas as verdades lógicas, quais são os fatos lógicos que ele eventualmente desconhece e quais são as razões subjacentes a essa ignorância? Sem uma análise prévia dessa questão, não podemos decidir qual enfraquecimento da propriedade de onisciência lógica é o mais adequado.

No seu ensaio clássico, Frege dá uma resposta à contraparte conceitual do problema da onisciência lógica restrito ao caso da identidade lógica. Resumidamente, Frege sustenta que o conteúdo semântico de expressões denotativas tais como os nomes próprios deve ser analisado em duas partes: se, por um lado, uma tal expressão possui uma referência, que é o ente por ela denotado, por outro lado essa relação de denotação é sempre mediada pelo sentido da expressão, i.e., o “modo de apresentação” (FREGE, 2009, p. 131) da referência. Embora seja tema de disputa entre os estudiosos da obra fregeana o que exatamente se deve entender pelo sentido de uma expressão denotativa, em termos gerais, com esse conceito Frege pretende capturar algum dispositivo semântico com base no qual os falantes podem identificar a referência de uma expressão denotativa. Assim, por exemplo, poder-se-ia argumentar que o sentido de um nome próprio (e.g., ‘Platão’) é uma propriedade que, em certo contexto de uso da linguagem, é satisfeita apenas pela referên-

cia do nome em questão (e.g., a propriedade ‘ter sido professor de Aristóteles’ poderia cumprir o papel de sentido do nome ‘Platão’).

Segundo o enquadramento fregeano, a competência semântica de um falante no uso de expressões denotativas está associada ao conhecimento do sentido dessas expressões. De fato, por vezes é possível que o falante até mesmo ignore se um dado nome próprio possui referência. Além disso, uma série de nomes próprios de nossa linguagem são referencialmente vazios, mas ainda assim são semanticamente carregados na medida em que possuem sentido. Com base na distinção sentido-referência, Frege explica o fenômeno da ignorância sobre o valor de verdade de identidades da forma  $a=b$  nos seguintes termos: um sujeito que ignora a validade de  $a=b$  não sabe que os sentidos de ambas as expressões denotativas envolvidas na equação identificam a mesma referência.

Ainda que esteja longe de ser consensual, a solução do problema de Frege em termos da distinção sentido-referência é bastante influente. Logo, seria interessante verificar se seria possível generalizar essa solução para outros casos do problema da onisciência lógica. O presente artigo aborda esse tema. Pretendo aqui mostrar que o problema de Frege (e a sua solução em termos da distinção sentido-referência) é generalizável a uma família mais ampla de casos de falha de onisciência lógica associados à nossa competência semântica no uso de quantificadores.

Os quantificadores são expressões de nosso vocabulário lógico de difícil categorização. Em primeiro lugar, deve-se notar que os quantificadores não são simples conectivos lógicos. Os conectivos conjunção, negação etc. expressam funções de verdade, mas os quantificadores apenas com um alto custo teórico poderiam ser assim concebidos (FREIRE, 2015). Portanto, se pretendemos evitar a conclusão de que os quantificadores configuram uma espécie *sui generis* de expressão linguística, nos restam apenas duas alternativas de análise: ou os quantificadores constituem uma forma de predicação, ou eles são um tipo especial de expressão denotativa.

Frege (1983) foi um proponente importante da ideia de que quantificadores são predicados de segunda ordem. Os predicados de primeira ordem

são as expressões que comumente utilizamos para dizer algo sobre os objetos denotados por diferentes termos singulares. Por exemplo, a expressão ‘ser presidente’ é um predicado de primeira ordem na medida em que nos permite formar frases como ‘Macron é presidente’. Por outro lado, os predicados de segunda ordem são expressões com as quais formamos frases cujos sujeitos lógicos são os próprios predicados de primeira ordem. Assim, por exemplo, na frase ‘A presidência é um cargo político’, ‘ser um cargo político’ é um predicado de segunda ordem aplicado a uma versão nominalizada do predicado de primeira ordem ‘ser presidente’. Da mesma forma, de acordo com Frege, a verdadeira forma lógica de um enunciado existencial ‘Existe algo que é  $F$ ’ é ‘o conceito  $F$  é instanciado’, em que ‘ser instanciado’ é um predicado de segunda ordem aplicado ao predicado de primeira ordem ‘ser  $F$ ’. Ou seja, para Frege, o quantificador existencial não é mais do que uma versão mascarada do predicado de segunda ordem ‘ser instanciável’.

A ideia de que quantificadores são tipos especiais de expressão denotativa aparece em diferentes lugares da literatura lógica. Em primeiro lugar, a concepção substitucional dos quantificadores (KRIPKE, 1976) está associada a uma perspectiva denotativa sobre o papel semântico dessas expressões linguísticas. Informalmente falando, em uma concepção substitucional dos quantificadores, um enunciado existencial  $\exists x Fx$  e um enunciado universal  $\forall x Fx$  teriam, respectivamente, o mesmo conteúdo de uma disjunção  $Fa \vee Fb \vee Fc \vee \dots$  e de uma conjunção  $Fa \wedge Fb \wedge Fc \wedge \dots$  infinitárias, em que  $a, b, c, \dots$  são termos singulares para cada elemento da estrutura de interpretação alvo. Ou seja, desse ponto de vista, os quantificadores seriam expressões que denotariam genericamente todo o universo de discurso.

Também Fine (1983) nos sugere uma concepção dos quantificadores como denotadores genéricos, por sua vez sem recurso a elementos infinitários. Nessa obra, Fine sugere uma visão segundo a qual, em uma sentença universal  $\forall x Fx$ , o sujeito lógico é um objeto genérico obtido a partir de um princípio de abstração das propriedades comuns a todos os elementos do universo de discurso.

Não é fácil determinar quem está certo no debate entre concepções predicativas e denotativas da semântica dos quantificadores. Note que ambas as posições são fortemente carregadas do ponto de vista teórico na medida em que igualmente dependem da assumpção de um hiato entre a forma gramatical ‘superficial’ dos enunciados e a sua estrutura lógica ‘profunda’. Além disso, ambas as posições, nas suas diferentes vertentes, podem depender da assumpção de algum tipo de pluralismo ontológico, seja via propriedades de segunda ordem, seja pela introdução de objetos genéricos. Apesar disso, argumento aqui que, assumindo-se uma concepção denotativa dos quantificadores é possível estabelecer uma via de generalização do problema de Frege e de sua solução em termos da distinção sentido-referência a um conjunto maior de casos de falha da onisciência lógica. A disponibilidade de uma via de unificação de casos de ignorância lógica pode contar como uma razão a favor da concepção denotativa da semântica dos quantificadores.

A ignorância sobre a verdade de identidades da forma  $a=b$  se revela na falha de substituição de idênticos em contextos intensionais. Por exemplo, alguém poderia saber que a Hesperus é um planeta e ao mesmo tempo acreditar que a Phosphorus não é um planeta. Um caso semelhante de falha de substituição ocorre em contextos quantificacionais. Consideremos o seguinte exemplo (de certa forma, esse é um caso bastante idealizado, mas serve como protótipo de cenários mais realistas). A fórmula

$$(*) \neg(\forall x \exists y (\varphi x \wedge \neg \varphi y))$$

é uma verdade lógica. O tablô semântico abaixo nos oferece uma demonstração de sua validade:

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| (1) $\forall x \exists y (\varphi x \wedge \neg \varphi y)$ |                                 |
| (2) $\exists y (\varphi a \wedge \neg \varphi y)$           | (Instanciação universal em 1)   |
| (3) $\varphi a \wedge \neg \varphi b$                       | (Instanciação existencial em 2) |
| (4) $\exists y (\varphi b \wedge \neg \varphi y)$           | (Instanciação universal em 1)   |
| (5) $\varphi b \wedge \neg \varphi c$                       | (Instanciação existencial em 4) |

- (6)  $\neg \varphi b$  (Eliminação da conjunção em 3)  
(7)  $\varphi b$  (Eliminação da conjunção em 5)  
X

Dito informalmente, essa demonstração explora o fato de que o quantificador existencial ocorrendo na fórmula  $\forall x \exists y (\varphi x \wedge \neg \varphi y)$  oferece uma ‘testemunha’ que, se instanciada no quantificador universal, gera uma contradição. Logo, o indivíduo que ignora a validade da fórmula (\*) ignora que o domínio do quantificador existencial está incluído no domínio do quantificador universal.<sup>2</sup>

No problema de Frege original, a ignorância sobre a verdade de uma identidade é ignorância sobre a correferencialidade de dois termos singulares. Similarmente, no caso quantificacional acima apresentado, a ignorância sobre a validade de (\*) é ignorância sobre a co-extensionalidade dos quantificadores que ocorrem na fórmula. Portanto, pode-se definir uma versão generalizada do problema de Frege do seguinte modo:

*Problema de Frege generalizado:* Há casos em que um agente racional ignora a validade lógica de uma fórmula porque desconhece a co-extensionalidade dos quantificadores que nela ocorrem.

O caso de ignorância sobre a validade de (\*) é um exemplo (idealizado) entre outros possíveis do problema de Frege generalizado. É uma questão ainda em aberto determinar um *teorema de caracterização* do conjunto de casos de ignorância lógica que podem ser capturados pela definição generalizada do problema de Frege. Este artigo passa ao largo dessas questões mais técnicas (que devem ser investigadas em um trabalho futuro). Ao invés disso, no restante deste trabalho, me dedico a apresentar como é possível adaptar a distinção sentido-referência para o exame da semântica dos quantificadores e da versão generalizada do problema de Frege.

---

<sup>2</sup> Apesar da idealidade do exemplo (\*), ele é um protótipo de casos realistas de ignorância lógica. A construção de tablôs fechados para  $\pi_2$ -fórmulas não é um simples procedimento de aplicação mecânica de regras sintáticas, mas envolve frequentemente engenhosidade, algo que pode faltar ao agente racional.

## 2. Sentido e bidimensionalismo semântico

Apesar do seu apelo, o conceito de sentido tal como apresentado por Frege não é suficientemente claro. Como dito acima, Frege entende por sentido um modo de apresentação da referência, um dispositivo semântico que cumpre o papel de identificar o objeto do discurso em um dado contexto de uso da linguagem. No entanto, isso ainda é insuficiente: apenas com base nessa explicação, não ficamos sabendo que tipo de dispositivo semântico é esse e como ele é capaz de cumprir tal função. O *bidimensionalismo semântico* promete nos oferecer um melhor entendimento do sentido das expressões denotativas.

O marco histórico inicial do bidimensionalismo semântico é o trabalho de Kaplan (1989) sobre a semântica de expressões indexicais. Expressões como ‘eu’, ‘agora’, ‘aqui’ possuem um duplo aspecto. Por um lado, o conteúdo dessas expressões apresenta um componente estático: em qualquer contexto de uso da palavra ‘eu’, essa expressão sempre denota o proferidor do ato linguístico. Por outro lado, o conteúdo de expressões indexicais apresenta igualmente um elemento dinâmico: na boca de diferentes falantes, ‘eu’ denota pessoas diferentes. Para explicar essa dupla faceta das expressões indexicais, Kaplan lança mão das noções de *caráter e conteúdo*.

O conteúdo de uma expressão é o seu valor semântico propriamente dito. Por exemplo, se Macron diz ‘eu sou o presidente da França’, a expressão ‘eu’ ocorrendo nessa frase denota, nesse contexto de uso, Macron. Logo, o conteúdo de ‘eu’, nesse contexto de uso da expressão, é Macron. O caráter, por sua vez, é uma função que, em cada contexto de uso, atribui à expressão dada um conteúdo semântico. Assim, o caráter da expressão ‘eu’ é tal que, quando essa expressão é utilizada por Macron, a função atribui o conteúdo Macron a ‘eu’, quando a expressão é utilizada por Barack Obama, a função atribui o conteúdo Obama e assim por diante. Logo, os conceitos de caráter e conteúdo capturam, respectivamente, os elementos estático e dinâmico da semântica de expressões indexicais.

O sucesso da análise do significado dos indexicais em termos da distinção caráter-conteúdo sugeriu, em seguida, aplicações mais generalizantes



desse par conceitual à semântica da linguagem natural. Inspirados pelo argumento da *Terra Gêmea* de Putnam (1973), filósofos externalistas passaram a sustentar que o conteúdo semântico de uma sentença qualquer pode variar entre contextos de uso da linguagem. Contudo, o externalismo semântico se associa imediatamente a um risco de ceticismo semântico: se uma mesma sentença pode ter conteúdos diferentes em distintos contextos de uso, como é possível a comunicação intercontextual? Motivado por essa questão, Stalnaker (1978) propôs uma generalização da semântica bidimensional para o corpo global da linguagem.

Para Stalnaker, toda sentença está associada a uma função caráter que, em cada contexto de uso da linguagem, lhe atribui uma proposição, a qual, por sua vez, em termos modais, pode ser descrita como uma função que leva de mundos (contextos de uso da linguagem) a valores de verdade. Assim, por exemplo, o caráter da frase ‘O copo está cheio d’água’ é uma função tal que, na Terra (i.e., no contexto atual de uso da linguagem) atribui à frase um conteúdo que é verdadeiro na Terra e falso na Terra Gêmea, e na Terra Gêmea atribui ao enunciado um conteúdo verdadeiro na Terra Gêmea e falso na Terra. Esse comportamento do caráter de ‘O copo está cheio d’água’ pode ser visualizado a partir da seguinte tabela:

	Terra	Terra Gêmea
Terra	V	F
Terra Gêmea	F	V

Tabela 1: Terra e Terra Gêmea representam diferentes contextos de uso da linguagem. As linhas da tabela representam em termos vero-condicionais os conteúdos de ‘O copo está cheio d’água’ em cada contexto linguístico considerado. As colunas representam o modo como cada contexto linguístico avalia cada conteúdo atribuível ao enunciado.

O que é então veiculado na comunicação intercontextual de ‘O copo está cheio d’água’, de acordo com Stalnaker, é a *proposição diagonal* do enunciado, i.e., o conteúdo proposicional gerado pela função ponto fixo da Tabela

1 (representado pela linha diagonal da tabela). Ou seja, para esse autor, em uma comunicação intercontextual, o que se veicula é somente um núcleo comum minimal das diferentes interpretações de um enunciado, o que, no mais das vezes, não é mais do que o seu valor de verdade atual em cada contexto linguístico. Assim por exemplo, em uma comunicação entre um terráqueo e seu *doppelgänger* da Terra Gêmea, a proposição transmitida pela asserção de ‘O copo está cheio d’água’ (i.e., a proposição diagonal desse enunciado) apresenta um conjunto de condições de verdade tal que tanto na Terra quanto na Terra Gêmea ela é verdadeira.

Um aparente problema da proposta de Stalnaker é o seu caráter formalista, i.e., faltam elementos a essa teoria semântica para barrar cenários em que, em algum contexto de uso linguístico, o enunciado ‘O copo está cheio d’água’ poderia receber interpretações selvagens como ‘O copo está cheio de água tônica’ (para mais detalhes, cf. SCHROETER & BIGELOW, 2009). Diante disso, autores como Jackson (2004) reforçam a leitura indexical da noção de caráter. Desse modo, em defesa do bidimensionalismo de Stalnaker, se poderia morder a bala sustentando a razoabilidade de tais cenários semânticos. Dessa perspectiva, o caráter das expressões de nossa linguagem apresentaria uma indexicalidade implícita. Por exemplo, a expressão ‘água’ denotaria *aquilo* que enche os rios e mares e serve para matar a sede. O que de fato cumpre essa função em cada contexto de uso da linguagem poderia variar bastante livremente.

Cabe notar que a ideia de que a nossa linguagem está repleta de elementos indexicais se associa à tese de que nossa competência semântica está acompanhada de um conhecimento imperfeito da referência das expressões denotativas. Embora sejamos plenamente capazes de utilizar a palavra ‘água’, nós não sabemos o que essa palavra denota em cada contexto de uso da linguagem. Nossa competência semântica não depende desse conhecimento. De fato, pode inclusive ser o caso que nós não sejamos capazes de rastrear a referência de um termo mesmo no contexto atual de uso da linguagem (esse é o caso histórico dos usuários do conceito de água antes do estabelecimento de

sua fórmula química).<sup>3</sup> No que segue, argumento que algo similar se passa com nossa competência no uso de quantificadores.

Antes de voltarmos ao tema dos quantificadores e ao problema de Frege generalizado, note que, concebendo-se a noção fregeana de sentido em termos do conceito bidimensionalista de caráter, podemos dar a seguinte caracterização modal do problema de Frege original e de sua solução fregeana. Seja @ o atual contexto de uso da linguagem em que os nomes 'Hesperus' e 'Phosphorus' correferem o planeta Vênus. A identidade 'Hesperus=Phosphorus' em sua interpretação atual é verdadeira em @ e, dado que os nomes próprios são designadores rígidos, é também verdadeira, nessa mesma interpretação, em todos os outros mundos possíveis. Logo, 'Hesperus=Phosphorus' em sua interpretação atual é logicamente verdadeira. No entanto, em alguma interpretação contrafactual, 'Hesperus' e 'Phosphorus' denotam objetos celestes distintos em algum mundo possível. Ou seja, sob essa interpretação deviante, 'Hesperus=Phosphorus' não é logicamente verdadeira. Portanto, o fenômeno da ignorância sobre a validade da equação 'Hesperus=Phosphorus' se deve ao fato de que a situação epistêmica de um agente racional pode ser incapaz de determinar qual é a interpretação atual do enunciado.

Essa caracterização modal do problema de Frege e de sua solução fregeana apresenta ao menos duas propriedades importantes. Em primeiro lugar, ela preserva a logicalidade do problema, i.e., essa formalização mostra claramente que o problema de Frege é um caso particular do problema da onisciência lógica. Em segundo lugar, ela mostra que, concebida em termos modais, a solução fregeana do problema da informatividade das identidades da forma  $a=b$  não exige a consideração de mundos classicamente impossíveis. Ou seja, o recurso à semântica bidimensional nos mantém no terreno da lógica modal clássica. Esse é um aspecto importante ao qual retornaremos mais adiante.

---

<sup>3</sup> Note, contudo, que essa observação é compatível com a tese defendida por alguns bidimensionalistas (e.g., JACKSON, 1994) de que é possível oferecer uma forma de análise *a priori* do conteúdo semântico de nossas expressões linguísticas.

### 3. Uma solução fregeana para o problema de Frege generalizado

Se assumirmos que os quantificadores são tipos especiais de denotadores genéricos, tal como pressuposto pela concepção substitucional da quantificação, por exemplo, então é plausível considerar que essas expressões linguísticas também apresentam algum tipo de indexicalidade. No que segue, argumento que nosso uso competente de quantificadores depende da atenção a caracteres que selecionam, em cada contexto de uso da linguagem, um domínio de quantificação admitindo, contudo, certa variabilidade nas características dos domínios selecionados.

Em termos modelo-teóricos, o domínio de um quantificador nunca é absoluto, mas antes está sempre relativizado a um universo de discurso *dado*. Nesse sentido, o quantificador universal denota genericamente todos os indivíduos dados, e o quantificador existencial denota genericamente alguns dos indivíduos dados. Naturalmente, o universo de discurso dado não está fixado de antemão, mas pode variar entre contextos de uso da linguagem. Se, passando do lado de fora de uma sala de aula, vemos o professor escrever no quadro-negro a fórmula ' $\forall x (0 < x)$ ', não sabemos ainda qual é o domínio do quantificador universal que nela ocorre. Ele varia entre os números naturais apenas ou considera inclusive os racionais positivos? Para decidir essa questão é preciso olhar para o contexto de uso do enunciado, i.e., precisamos saber qual é o tema da aula.

De todo modo, para entender o significado de um quantificador não é necessário conhecer a configuração extensional do domínio de quantificação atualmente dado. É possível compreender o sentido da fórmula ' $\forall x (0 < x)$ ' mesmo sem saber qual é o domínio de quantificação de  $\forall$ . Logo, é plausível sustentar que a expressão 'dado' nessa explicação informal do significado dos quantificadores envolve uma indexicalidade implícita: o que está dado pode variar entre contextos linguísticos, para conhecer a configuração extensional do domínio de quantificação atualmente dado é preciso olhar para o contexto de uso do quantificador, mas a nossa competência semântica no uso dessa expressão não requer esse conhecimento.

No entanto, se os quantificadores enquanto expressões denotativas indexicais têm caráter, quais são as condições mínimas que uma tal função impõe a conjuntos para que esses possam cumprir o papel de domínios de quantificação? Com base nos tablôs semânticos (em especial, nas regras sintáticas de instanciação universal e existencial), é plausível afirmar ao menos o seguinte:

- *Caráter do quantificador universal*: o domínio dado inclui ao menos todas as 'testemunhas' previamente consideradas.
- *Caráter do quantificador existencial*: o domínio dado inclui ao menos uma 'testemunha' nova, não considerada previamente.

Assim caracterizados, os caracteres dos quantificadores universal e existencial toleram contextos linguísticos em que algum enunciado da forma  $\forall x \exists y (\varphi x \wedge \neg \varphi y)$  é verdadeiro: na medida em que as 'testemunhas' novas oferecidas pelo quantificador existencial não foram consideradas anteriormente ao nosso uso do quantificador universal, o caráter de  $\forall$  não exige que elas estejam contidas no domínio por ele selecionado. Sob essa caracterização, os caracteres dos quantificadores toleram, portanto, contextos nos quais a fórmula (\*) não tem sua validade lógica reconhecida. Tais contextos linguísticos podem ser modelizados através da *semântica urna* (RANTALA, 1979), um fragmento expressivo da lógica clássica que enfraquece as relações de dependência entre quantificadores ocorrendo em uma fórmula. Nesse sistema formal, é possível construir modelos impossíveis (não-clássicos), que satisfazem a fórmula  $\forall x \exists y (\varphi x \wedge \neg \varphi y)$  ao não incluírem o domínio do quantificador existencial no domínio do quantificador universal. Para mais detalhes cf. Mendonça (No prelo).

Como vimos no final da seção anterior, com base no bidimensionalismo semântico pode-se oferecer a seguinte solução para o problema de Frege original: um agente racional pode não saber que  $a=b$  porque a sua situação epistêmica tolera contextos linguísticos contrafactuais em que os caracteres de  $a$  e  $b$  apontam para referências distintas. Similarmente, pode-se dar a seguinte

solução bidimensional ao problema de Frege generalizado: um agente racional pode não saber que uma certa fórmula quantificada é logicamente válida porque a sua situação epistêmica tolera contextos linguísticos contrafactuais que não reconhecem a co-extensionalidade de dois ou mais quantificadores ocorrendo na fórmula. Nesses contextos linguísticos, os caracteres dos quantificadores em questão selecionam domínios não co-extensionais, ao contrário do que acontece no contexto linguístico atual. Consequentemente, em tais contextos contrafactuais a fórmula em questão é vista como expressando uma contingência e não uma verdade lógica.

Note que ao passarmos da solução bidimensional do problema de Frege original à solução bidimensional da sua versão generalizada, alguns dos recursos conceituais utilizados se sofisticaram. Em particular, enquanto na solução do problema original, os contextos contrafactuais de uso da linguagem considerados são ainda cenários clássicos do ponto de vista lógico, o mesmo não se dá quando passamos à versão generalizada do problema. Contextos contrafactuais que não reconhecem a co-extensionalidade de domínios de quantificação são necessariamente cenários impossíveis do ponto de vista da lógica clássica, i.e., a modelização formal desses cenários requer inevitavelmente a adoção de algum sistema de lógica não-clássica. Assim, por exemplo, um possível contexto em que os nomes ‘Hesperus’ e ‘Phosphorus’ não referem ao mesmo corpo celeste ainda é um cenário que respeita todas as leis da lógica clássica. Portanto, a consideração de um tal cenário não exige uma revisão da lógica. No entanto, um contexto que não reconhece que o domínio do quantificador existencial ocorrendo na fórmula  $\forall x \exists y (\varphi x \wedge \neg \varphi y)$  está incluído do domínio do quantificador universal é necessariamente não-clássico.

Deve-se notar que a revisão da lógica exigida pela solução bidimensional do problema de Frege generalizado tem uma razão puramente epistemológica. É necessário revisar a lógica para que se possa melhor caracterizar a situação epistêmica dos indivíduos acerca dos fatos lógicos. No entanto, os cenários contrafactuais que podem ser assim modelizados são apenas epistemicamente possíveis, i.e., eles são tolerados pela situação epistêmica de um indivíduo que ignora que uma certa fórmula expressa uma verdade lógica, mas

eles não são de fato possíveis. Logo, de um ponto de vista ontológico, nós ainda estamos mergulhados na lógica clássica, embora reconheçamos que o estudo da relação epistemológica que os indivíduos mantêm com ela por vezes nos exige a adoção de recursos conceituais não-clássicos.

### **Conclusão**

No presente artigo, vimos como, a partir da adoção de uma concepção denotativa dos quantificadores, é possível caracterizar uma versão generalizada do problema de Frege. Enquanto o problema de Frege original trata de casos de ignorância sobre a correferencialidade de dois termos singulares, a versão generalizada do problema por sua vez trata de casos de ignorância sobre a co-extensionalidade de dois ou mais quantificadores ocorrendo em uma fórmula. Além disso, a partir de uma análise bidimensionalista da distinção sentido-referência, foi possível sugerir uma solução fregeana para o problema generalizado.

Esse resultado é bastante relevante pois indica como se pode unificar casos do problema da onisciência lógica à primeira vista distintos entre si. No entanto, uma questão permanece: será possível fazer mais? Será possível oferecer uma generalização ainda mais profunda do problema de Frege? Me parece que sim. Por exemplo, a definibilidade infinitária dos quantificadores existencial e universal em termos dos conectivos disjunção e conjunção talvez indique uma via de generalização do problema de Frege ao caso da lógica proposicional. No entanto, uma análise mais detalhada dessa questão ainda depende de investigação futura.

### **Referências**

FINE, K. "A defence of arbitrary objects". *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volumes*, v. 57, 1983, p. 55-89.

FREGE, G. *Os Fundamentos da Aritmética*. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

\_\_\_\_\_. "Sobre o sentido e a referência". In: *Lógica e Filosofia da Linguagem*. São Paulo: Edusp, 2009, p. 129-158.

FREIRE, R. A. “First-order logic and first-order functions”. *Logica Universalis*, v. 9, n. 3, 2015, p. 281-329.

HENDRICKS, V.; SYMONS, J. “Epistemic logic”. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Stanford: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2015.

JACKSON, F. “Armchair Metaphysics”. In: MICHAEL, M.; O’LEARY-HAWTHORNE, J. (Eds.) *Meaning in Mind*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994, p. 23–42.

\_\_\_\_\_. “Why we need A-intensions?” *Philosophical Studies*, v. 118, n. 1-2, 2004, p. 257-277.

KAPLAN, D. “Demonstratives”. In: ALMOG, J. et al. (Eds.). *Themes from Kaplan*. London: Oxford University Press, 1989, p. 481-564.

KRIPKE, S. “Is There a Problem About Substitutional Quantification?” In: EVANS, G.; MCDOWELL, J. (Eds.), *Truth and Meaning*. London: Oxford University Press, 1976, p. 324-419.

MENDONÇA, B. R. “New semantics for urn logics: taming the enduring scandal of deduction”. *No prelo*.

PUTNAM, H. “Meaning and reference”. *The Journal of Philosophy*, v. 70, n. 19, 1973, p. 699-711.

RANTALA, V. “Urn models: a new kind of non-standard model for first-order logic”. In SAARINEN, E. (Ed.). *Game-Theoretical Semantics*. Amsterdam: Springer, 1979, p. 347–366.

SCHROETER, L.; BIGELOW, J. “Jackson’s classical model of meaning”. In RAVENSCROFT, I. (Ed.). *Minds, Ethics, and Conditionals: Themes from the Philosophy of Frank Jackson*. Oxford: Oxford University Press, 2009.

STALNAKER, R. “Assertion”. *Syntax and Semantics*, v. 9, 1978, p. 315–332.