

MODELOS PROPOSICIONAIS¹
Propositional Models

Frank Thomas Sautter²

RESUMO

Apresento “Modelos Proposicionais”, um jogo de cartas no qual cada carta contém uma fórmula da Lógica Proposicional Clássica. Esse jogo visa o ensino da noção de consistência lógica, e seu projeto é guiado por considerações sobre a informação semântica veiculada pelas fórmulas nas cartas.

Palavras-chave: Ensino de Lógica. Lógica Proposicional Clássica. Informação Semântica. Consistência Lógica.

ABSTRACT

I introduce “Propositional Models”, a card game in which each card contains a formula of Classical Propositional Logic. This game aims to teach the notion of logical consistency, and its design is guided by considerations about the semantic information conveyed by the formulas in the cards.

Key-words: Teaching Logic. Classical Propositional Logic. Semantic Information. Logical Consistency.

The rarest of all human qualities is consistency

Jeremy Bentham, *An Introduction to the Principles of Morals and Legislation*, 1789.

1. Introdução

Shiver (2013) desenvolveu dois jogos de cartas para a prática lúdica da derivação no âmbito da Lógica Proposicional Clássica (LPC). As cartas desses jogos são cartas lógicas, no sentido de que cada carta contém uma fórmula da LPC. A mecânica desses jogos é a de gerenciamento de mão: há uma coleção de cartas comunitárias e cada jogador recebe uma coleção de cartas para descartar; uma carta pode ser descartada desde que a fórmula nela contida seja derivável das fórmulas contidas nas cartas comunitárias; o objetivo é descartar o maior número de cartas. Sautter (2023) desenvolveu uma metodologia para o projeto do baralho de cartas para os jogos de Shi-

¹ <https://doi.org/10.51359/2357-9986.2024.258139>

² Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). E-mail: ftsautter@ufsm.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3033-9518>.

ver. Essa metodologia é guiada por uma abordagem informacional e impõe dois critérios para o projeto de baralhos de cartas adequados aos jogos de Shiver: alcançabilidade (*reachability*) de uma carta e balanço (*balance*) entre as cartas. Grosso modo, a alcançabilidade consiste em garantir, para cada carta, a existência de um conjunto de outras cartas de tal modo que a fórmula nela contida seja derivável das fórmulas contidas nas cartas desse conjunto; esse conjunto de outras cartas não pode ser nem muito grande, nem muito pequeno, para evitar a máxima dificuldade e a máxima facilidade da derivação. Já o balanço consiste em distribuir os cinco conectivos principais da LPC – a negação, a disjunção inclusiva, a conjunção, a condicional material e a bicondicional material – nas fórmulas contidas em cartas, de tal modo que a frequência dos conectivos no conjunto das fórmulas de cartas do baralho seja semelhante à frequência de sua distribuição nos exemplos dados em manuais de lógica, por exemplo³.

Os jogos de Shiver concentram-se na tarefa de derivação, que é uma das tarefas principais da Lógica, mas não a única. O teste e a manutenção da consistência é uma tarefa lógica igualmente importante. Testemunho dessa importância é o *elenchus*⁴ e a *obligationes*⁵. Também convém destacar que nem toda prosa filosófica é argumentativa – Nietzsche e Wittgenstein são exemplos paradigmáticos – mas sempre é possível, mesmo acerca dos filósofos supra-citados, questionar a consistência de seu conjunto de teses⁶.

³ Não é difícil de constatar que a negação é o conectivo, entre os cinco mencionados, com a maior frequência, e a bicondicional material é o conectivo, entre os cinco mencionados, com a menor frequência em exemplos utilizados em manuais de Lógica.

⁴ *Elenchus* é uma atividade dialética regrada, praticada na Antiguidade Clássica, em que o Respondedor tenta manter a consistência de suas crenças perante os ataques do Questionador. Ver (Castelnérac; Marion, 2009) para uma discussão detalhada do *elenchus*, tal como praticado por Sócrates e outros filósofos gregos, e a relação do *elenchus* com a noção de consistência lógica.

⁵ *Obligationes*, a exemplo do *elenchus*, é uma atividade discursiva a dois atores, que, ao menos em seu estágio inicial de desenvolvimento, visava a manutenção da consistência. Ver (Dutilh Novaes, 2005) para uma discussão detalhada da *obligationes*, tal como praticada pelos filósofos medievais, e a relação da *obligationes* com a noção de consistência lógica. Ver (Angelelli, 1970) para uma exposição da transformação da *obligationes* de um método erotemático, ou seja, um método guiado por perguntas e respostas, em um método argumentativo.

⁶ A despeito disso, são raros os manuais de Lógica que tratam da questão da consistência. Hodges (2001) trata da questão no início do seu manual, mas rapidamente passa a considerar a avaliação de argumentos; Gensler (2016, p. 88-93) tem uma seção dedicada ao assunto, curiosamente situada em um capítulo dedicado a falácias e à argumentação. Talvez o manual de Lógica (Informal) em que o assunto é tratado mais séria e completamente seja (Baggini; Stangroom, 2010).

Neste trabalho utilizo a metodologia desenvolvida em (Sautter, 2023) para a criação de um jogo de cartas lógicas – Modelos Proposicionais (MP) – que visa a prática lúdica da consistência no âmbito da LPC.

Na próxima seção apresentarei o funcionamento de MP, na seção seguinte utilizarei a abordagem informacional e a metodologia desenvolvida a partir dela para construir um baralho adequado para MP. Depois apresentarei algumas estratégias para bem jogar MP. Finalmente, discutirei brevemente as possibilidades e as limitações do desenvolvimento de uma versão quantitacional e de versões para lógicas polivalentes de MP.

1. Funcionamento

MP é um jogo de baralho em que se utilizam cartas lógicas, ou seja, em cada carta contém uma fórmula, contingente ou tautológica, da LPC. A Figura 1 apresenta quatro cartas lógicas.

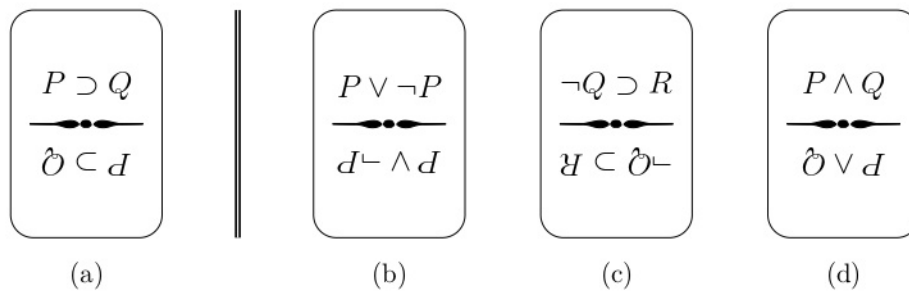


Figura 1. Exemplo de cartas lógicas de MP no início de uma partida
Fonte: Elaboração própria

Cada partida de MP pode ter dois ou três jogadores⁷. Cada partida é constituída por múltiplas rodadas, de tal modo que a ordem dos jogadores é alterada a cada rodada, visando não favorecer qualquer um deles⁸.

No início de uma partida os jogadores têm a pontuação zerada. Na primeira rodada de uma partida, o distribuidor de cartas retira uma carta do

⁷ Dado o funcionamento de MP, explicado a seguir nesta seção, e o baralho desenvolvido na próxima seção, é desaconselhável a participação de mais do que três jogadores, porque alguns jogadores poderiam ter um término precoce de sua participação em uma rodada de uma partida.

⁸ Se, por exemplo, há três jogadores J_1, J_2, J_3 , pode-se estabelecer a ordem de jogo $J_1, J_2, J_3, J_1, \dots$ na primeira rodada, $J_2, J_3, J_1, J_2, \dots$ na segunda rodada e assim por diante. Convém haver uma quantidade de rodadas em cada partida que seja um múltiplo do número de jogadores.

baralho; essa carta será a carta-base e, nesse momento, ela é a única carta do conjunto de base. Ele também distribui três cartas para cada jogador. A Figura 1 apresenta um exemplo de carta base (Figura 1(a)) e de mão de um jogador (Figuras 1(b) a (1d)). O jogador da vez deve descartar uma de suas cartas tal que, quando acrescida ao conjunto de base, esse permaneça consistente⁹. Se isso não for possível, a rodada é encerrada e o jogador ganha um ponto, caso contrário acrescenta-se a carta descartada ao conjunto de base, obtendo um novo conjunto de base, e passa-se a vez ao jogador seguinte. Se todas as cartas de todos os jogadores forem descartadas, a partida é encerrada com a pontuação dos jogadores permanecendo inalterada. Ganha a partida o jogador que, ao término das rodadas, tiver a menor pontuação¹⁰.

2. Projeto do Baralho

O projeto de um baralho adequado para MP será guiado por considerações sobre a informação semântica veiculada pelas fórmulas nas cartas.

Os infons (unidades mínimas de informação semântica, átomos informacionais) são dados pelos possíveis conjuntivos de formas normais conjuntivas completas¹¹ das fórmulas relativamente a um dado universo de variáveis proposicionais. Assim, por exemplo, se o universo do discurso é constituído pelas variáveis proposicionais P e Q, há quatro infons, a saber, $P \vee Q$, $P \vee \neg Q$, $\neg P \vee Q$, $\neg P \vee \neg Q$; e se o universo do discurso é constituído pelas variáveis proposicionais P, Q e R, há oito infons, a saber, $P \vee Q \vee R$, $P \vee Q \vee \neg R$, $P \vee \neg Q \vee R$, $\neg P \vee Q \vee R$, $P \vee \neg Q \vee \neg R$, $\neg P \vee \neg Q \vee R$, $\neg P \vee Q \vee \neg R$, $\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$. Quatro infons geram 16 funções proposicionais não-equivalentes entre si e oito infons geram 64 funções proposicionais não-equivalentes entre si. Desde que uma rodada envolve sete cartas, no caso de dois jogadores, e 10 cartas, no caso de três jogadores, e, desde que há uma recomendação para que se realizem ao menos tantas rodadas quantos são os

⁹ Observe-se que o conjunto de base é inicialmente consistente, porque ele é composto por uma única carta, a carta-base, e nela está contida uma tautologia ou uma contingência.

¹⁰ A pontuação invertida não é uma idiossincrasia de MP. Embora pouco frequente, ela também ocorre em outros jogos e esportes. Por exemplo, na modalidade de Saltos, no Hipismo, ganha o conjunto que, somados tempos e penalidades, obtiver a menor pontuação.

¹¹ A forma normal conjuntiva (completa) de uma fórmula é uma conjunção de disjunções.

jogadores envolvidos, a utilização de um baralho constituído por fórmulas a três variáveis proposicionais parece ser a decisão mais correta, porque minimiza a possibilidade de repetição de situações, sem tornar o jogo excessivamente complexo. Adota-se, portanto, um universo do discurso com as variáveis proposicionais P, Q e R.

Em termos de informação semântica, uma contraditória ou, em geral, uma inconsistência veicula todos os infons. Por outro lado, parece razoável garantir, ou praticamente garantir, que cada jogador possa descartar ao menos uma carta antes de se chegar a uma inconsistência. Desde que o universo do discurso é constituído por três variáveis proposicionais (P, Q e R), o que implica na existência de oito infons, e desde que uma partida inicia com uma carta-base, se todas as fórmulas veicularem no máximo dois infons, pode-se garantir, no caso de uma partida a dois jogadores, e praticamente garantir, no caso de uma partida a três jogadores, que cada jogador descarte ao menos uma carta antes que se chegue a uma inconsistência. Além disso, suponha que se queira, na média, que cinco cartas produzam uma inconsistência¹². Isso implica que, em média, cada fórmula veicula 1,6 infons, e é esse o valor utilizado no projeto do baralho.

Na Tabela 1 estão apresentadas oito fórmulas que veiculam um infon cada uma e na Tabela 2 estão apresentadas 26 cartas que veiculam dois infons cada uma. Para que se obtenha a média de 1,6 infons por fórmula, na Tabela 1 foram acrescentadas quatro tautologias, que não veiculam infon algum e, portanto, não alteram os modelos aos quais são acrescentadas¹³. O baralho é, portanto, constituído por 34 cartas.

Na Tabela 1 a primeira coluna expressa o número da carta; a segunda, o número de infons veiculados pela fórmula nela contida. Na terceira coluna estão expressos os infons veiculados pela fórmula contida na carta; maiúscula representa a própria variável proposicional e minúscula representa a negação da variável proposicional; por exemplo, PQR representa a disjunção $P \vee Q \vee R$, enquanto que Pqr representa a disjunção $P \vee \neg Q \vee \neg R$. A

¹² Cinco cartas (quatro, se descontada a carta-de-base) corresponde a dois terços das cartas dos jogadores, no caso de uma partida a dois jogadores e quatro nove avos, no caso de uma partida a três jogadores, o que garante, na média, nem uma rodada muito curta nem uma rodada muito longa. No cálculo utilizou-se o pior cenário possível, a saber, que a carta-base e as cartas descartadas não repetem infons.

¹³ As tautologias correspondem aos coringas de um baralho tradicional.

última coluna expressa uma fórmula tautologicamente equivalente, na linguagem dos cinco conectivos proposicionais usuais, tal como a fórmula aparece na carta.

Tabela 1. Fórmulas que veiculam zero ou um infons.

<i>Carta</i>	<i>Infons</i>	<i>Fórmula bruta</i>	<i>Fórmula lapidada</i>
1	0	-	$\neg P \supset (P \supset Q)$
2	0	-	$R \vee \neg R$
3	0	-	$\neg(Q \wedge \neg Q)$
4	0	-	$(Q \supset R) \supset (\neg R \supset \neg Q)$
5	1	PQR	$P \vee Q \vee R$
6	1	PQr	$R \supset (P \vee Q)$
7	1	PqR	$Q \supset (P \vee R)$
8	1	pQR	$P \supset (Q \vee R)$
9	1	Pqr	$(Q \wedge R) \supset P$
10	1	pQr	$(P \wedge R) \supset Q$
11	1	pqR	$(P \wedge Q) \supset R$
12	1	pqr	$\neg(P \wedge Q \wedge R)$

Fonte: Elaboração própria

A explicação dos elementos nas colunas da Tabela 2 é semelhante à explicação dos elementos nas colunas da Tabela 1, à exceção da terceira coluna. Nesse caso a fórmula bruta é a conjunção de dois infons. Por exemplo, “PQR, PQr” representa $(P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R)$, e “PQr, pQr” representa $(P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R)$.

Observe-se que o critério de alcançabilidade, aludido na Introdução, não se aplica ao presente caso, porque estamos lidando com a consistência e não com a derivação. Já o critério de balanço é satisfeito parcialmente, porque há uma frequência de ocorrências da conjunção abaixo do esperado, e nunca como operador principal. Essa situação é explicada pelas restrições impostas às fórmulas – veiculação de, no máximo, dois infons, e, em média, 1,6 infons –, desde que uma conjunção é, em geral, bastante mais informativa do que, por exemplo, uma disjunção inclusiva.

3. Estratégia

No auxílio ao controle da consistência do conjunto de base e da escolha de bons lances, sugiro a utilização daquilo que denomino “modelos parciais”, que são exemplificados a seguir¹⁴.

¹⁴ Os modelos parciais assemelham-se aos conjuntos de Hintikka, inclusive em sua estreita relação ao Método dos Tablôs Analíticos. Para uma discussão sobre os conjuntos de Hin-

Considere o conjunto $\Gamma = \{ P \supset Q, \neg Q \supset R \}$. Construa o tablô analítico completo para Γ , ou seja, o tablô em que todas as expansões possíveis foram executadas. A Figura 2 apresenta o tablô completo para Γ . Construa a família A_Γ de Γ , na qual cada elemento é o conjunto dos literais de um ramo aberto: $A_\Gamma = \{ \{ \neg P, Q \}, \{ \neg P, R \}, \{ Q \}, \{ Q, R \} \}$. A_Γ fornece modelos para Γ . Por exemplo, $\{ \neg P, Q \} \in A_\Gamma$ expressa que qualquer estrutura proposicional em que P seja falsa ($\neg P$ seja verdadeira) e Q seja verdadeira é um modelo para Γ . A família dos modelos parciais P_Γ de Γ é tal que $P_\Gamma = \{ C \in A_\Gamma : \neg \exists C' \in A_\Gamma, C' \subset C \}$. Nesse caso, $P_\Gamma = \{ \{ \neg P, R \}, \{ Q \} \}$. P_Γ seleciona, entre os elementos de A_Γ , aqueles que são mais liberais, ou seja, aqueles que impõem menos condições restritivas sobre os valores de verdade das variáveis proposicionais.

Tabela 2. Fórmulas que veiculam dois infons.

<i>Carta</i>	<i>Infons</i>	<i>Fórmula bruta</i>	<i>Fórmula lapidada</i>
13	2	PQR, PQr	$P \vee Q$
14	2	PQR, PqR	$P \vee R$
15	2	PQR, pQR	$Q \vee R$
16	2	PQR, Pqr	$P \vee (Q \equiv \neg R)$
17	2	PQR, pQr	$Q \vee (P \equiv \neg R)$
18	2	PQR, pqR	$R \vee (P \equiv \neg Q)$
19	2	PQR, pqr	$(P \vee Q \vee R) \wedge \neg(P \wedge Q \wedge R)$
20	2	PQr, PqR	$P \vee (Q \equiv R)$
21	2	PQr, pQR	$Q \vee (P \equiv R)$
22	2	PQr, Pqr	$R \supset P$
23	2	PQr, pQr	$R \supset Q$
24	2	PQr, pqR	$\neg(P \equiv Q) \vee \neg(P \equiv \neg R)$
25	2	PQr, pqr	$R \supset (P \equiv \neg Q)$
26	2	PqR, pQR	$R \vee (P \equiv Q)$
27	2	PqR, Pqr	$Q \supset P$
28	2	PqR, pQr	$\neg(P \equiv R) \vee \neg(P \equiv \neg Q)$
29	2	PqR, pqR	$Q \supset R$
30	2	PqR, pqr	$Q \supset (P \equiv \neg R)$
31	2	pQR, Pqr	$\neg(Q \equiv R) \vee \neg(P \equiv \neg Q)$
32	2	pQR, pQr	$P \supset Q$
33	2	pQR, pqR	$P \supset R$
34	2	pQR, pqr	$P \supset (Q \equiv \neg R)$
35	2	Pqr, pQr	$R \supset (P \equiv Q)$
36	2	Pqr, pqR	$Q \supset (P \equiv R)$
37	2	Pqr, pqr	$\neg(Q \wedge R)$
38	2	pQr, pqR	$P \supset (Q \equiv R)$
39	2	pQr, pqr	$\neg(P \wedge R)$
40	2	pqR, pqr	$\neg(P \wedge Q)$

Fonte: Elaboração própria

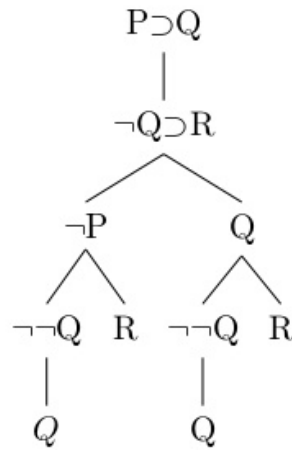


Figura 2. Tablô para a determinação de modelos parciais
Fonte: Elaboração própria

Voltemos ao exemplo da Figura 1, que apresenta o início de uma rodada em uma partida. A carta-base é $P \supset Q$ (Figura 1(a)), cujos modelos parciais são $\{\neg P\}$ e $\{Q\}$. A mão do primeiro jogador é composta pelas cartas $P \vee \neg P$ (Figura 1(b)), $\neg Q \supset R$ (Figura 1(c)) e $P \wedge Q$ (Figura 1(d)). As três cartas são compatíveis com a carta-base, ou seja, qualquer uma delas pode ser descartada. Porém os descartes não têm o mesmo valor estratégico. O descarte de $P \vee \neg P$, uma tautologia, não afeta o conjunto de base, ou seja, os modelos parciais do conjunto de base $\{P \supset Q, P \vee \neg P\}$ são $\{\neg P\}$ e $\{Q\}$. O descarte de $\neg Q \supset R$, uma contingente, afeta o conjunto de base ao restringir um de seus modelos parciais, ou seja, os modelos parciais do conjunto de base $\{P \supset Q, \neg Q \supset R\}$ são $\{\neg P, R\}$ e $\{Q\}$. Já o descarte de $P \wedge Q$, uma contingente, afeta o conjunto de base ao suprimir um modelo parcial e especializar o outro, uma vez que o único modelo parcial do conjunto de base $\{P \supset Q, P \wedge Q\}$ é $\{P, Q\}$. Portanto, visando trazer dificuldades para os demais jogadores, convém descartar $P \wedge Q$, uma vez que esse descarte limita as opções de modelos parciais disponíveis para os adversários.

4. Expansão

O desenvolvimento de uma versão quantificacional de MP – denomine-mo-la “Modelos Quantificacionais” (MQ) – não é uma tarefa complicada se temos em conta os seguintes resultados e considerações:

- Se o universo do discurso é finito, uma fórmula geral cujo operador principal é o quantificador universal pode ser expressa como uma conjunção. Por exemplo, se há n indivíduos no universo do discurso e há n constantes individuais k_i , uma para cada indivíduo, a fórmula geral $\forall x Px$ pode ser expressa como $Pk_1 \wedge Pk_2 \wedge \dots \wedge Pk_{n-1} \wedge Pk_n$.
- Semelhantemente, se o universo do discurso é finito, uma fórmula geral cujo operador principal é o quantificador existencial pode ser expressa como uma disjunção inclusiva. Por exemplo, se há n indivíduos no universo do discurso e há n constantes individuais k_i , uma para cada indivíduo, a fórmula geral $\exists x Px$ pode ser expressa como $Pk_1 \vee Pk_2 \vee \dots \vee Pk_{n-1} \vee Pk_n$.
- Pode-se utilizar fórmulas atômicas em que todas os termos são constantes individuais para a formação de infons para o projeto de um baralho para MQ do mesmo modo que utilizamos variáveis proposicionais (fórmulas atômicas) para a formação de infons para o projeto de um baralho para MP.

Os seguintes exemplos ilustram o procedimento:

- Se há dois indivíduos no universo do discurso, um deles referido pela constante individual k_1 e o outro pela constante individual k_2 , e há um único predicado monádico P , as fórmulas Pk_1 e Pk_2 são utilizadas para a formação dos infons, a saber, $Pk_1 \vee Pk_2$, $\neg Pk_1 \vee Pk_2$, $Pk_1 \vee \neg Pk_2$ e $\neg Pk_1 \vee \neg Pk_2$.
- Se há dois indivíduos no universo do discurso, um deles referido pela constante individual k_1 e o outro pela constante individual k_2 , e há um único predicado diádico Q , as fórmulas Qk_1k_1 , Qk_1k_2 , Qk_2k_1 e Qk_2k_2 são utilizadas para a formação dos infons, a saber, $Qk_1k_1 \vee Qk_1k_2 \vee Qk_2k_1 \vee Qk_2k_2$, $Qk_1k_1 \vee Qk_1k_2 \vee Qk_2k_1 \vee \neg Qk_2k_2$, $Qk_1k_1 \vee Qk_1k_2 \vee \neg Qk_2k_1 \vee Qk_2k_2$, e assim por diante.

O crescimento do número de infons é exponencial em relação ao número de constantes individuais e o número de predicados (e suas aridades)

utilizados, por isso é recomendável operar com duas constantes individuais, cada qual referida a um indivíduo distinto do universo do discurso, e, no máximo, dois predicados monádicos ou, então, um predicado diádico.

Contudo, se considerarmos o caso geral, em que pode haver uma quantidade qualquer de indivíduos no universo do discurso e uma quantidade qualquer de predicados de aridade finita qualquer, a proposta de MQ – a versão quantificacional de MP – torna-se inviável. Há um resultado de indecidibilidade para a Lógica Quantificacional Clássica (Mortari, 2016, p. 293-296) e, em razão disso, somente há formas normais parciais para a LQC – as formas normais distributivas de Hintikka (1965).

Sautter e Piccoli (2022) desenvolveram uma metodologia para a extração de infons em lógicas sentenciais polivalentes finitas, o que também permite a adaptação da técnica aqui adotada para o desenvolvimento de versões de MP para essa família de lógicas. Sautter e Piccoli (2022, p. 8-10) utilizam técnicas conhecidas de construção de tablôs para lógicas sentenciais polivalentes finitas e utilizam estes tablôs para a extração de infons, de maneira análoga à que exemplifiquei na Figura 2 da Seção 3 deste trabalho.

Considerações Finais

Neste trabalho desenvolvi um jogo para o aprendizado e a prática da consistência no âmbito da LPC. Também propus uma estratégia para o bem jogar deste jogo, que utiliza tablôs. Alguns manuais de Lógica apresentam o método de tablôs para a LPC, tais como os manuais de Mortari (2016, p. 263-280) e o de Nolt e Rohatyn (1991, p. 185-205), mas muitos outros não o apresentam. Em particular, quando a LPC é apresentada no âmbito escolar, utilizam-se, quase sempre, exclusivamente tabelas de verdade. O uso de tabelas de verdade para a determinação da consistência pode produzir partidas lentas e enfadonhas de MP. Portanto, a recomendação é ou a ampliação do ensino da LPC no âmbito escolar pela introdução do método de tablôs ou a utilização de MP apenas no âmbito universitário.

A compreensão plena do projeto do jogo depende do domínio da noção de informação semântica¹⁵, e, esta, depende do domínio das formas normais da LPC. A exemplo da discussão sobre consistência lógica, a discussão sobre formas normais da LPC é infrequente em manuais de Lógica. Hegenberg (2012, p. 81-84) a apresenta, mas ela está ausente em outros manuais de Lógica, como é o caso do manual de Mortari (2016).

As metodologias tradicionais para o ensino da Lógica Formal costumam ser pouco efetivas. Portanto, uma metodologia que incorpore elementos lúdicos, pelo histórico de sucesso do lúdico no processo de aprendizagem, pede urgência.

Recebido em 10/04/2023

Aprovado em 01/04/2024

REFERÊNCIAS

ANGELELLI, Ignacio. “The techniques of Disputation in the History of Logic”. *The Journal of Philosophy*, v. 67, n. 20, 1970, p. 800-815.

BAGGINI, Julian; STANGROOM, Jeremy. *Você pensa o que acha que pensa? Um check-up filosófico*. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

CASTELNÉRAC, Benoît; MARION, Mathieu. “Arguing for Inconsistency: Dialectic Games in the Academy”. In: PRIMIERO, Giuseppe; RAHMAN, Shahid (eds.), *Acts of Knowledge: History, Philosophy and Logic. Essays Dedicated to Göran Sundholm*. London: College Publications, 2009, p. 37-76.

DUTILH NOVAES, Catarina. “Medieval Obligationes as Logical Games of Consistency Maintenance”. *Synthese*, v. 145, n. 3, 2005, p. 371-395.

GENSLER, Harry J. *Introdução à Lógica*. São Paulo: Paulus, 2016.

HEGENBERG, Leônidas. *Lógica*. 3 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012.

HINTIKKA, Jaakko. “Distributive Normal Forms in First-Order Logic”. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, v. 40, 1965, p. 48-91.

¹⁵ Sautter e Mendonça (2014) apresentaram razões favoráveis ao ensino e utilização da noção de informação semântica no âmbito da LPC. Por exemplo, ela é mais eficiente na reparação de argumentos.

HODGES, Wilfrid. *Logic: An introduction to elementary logic*. Second edition. London: Penguin, 2001.

MORTARI, Cezar A. *Introdução à Lógica*. 2 ed. São Paulo: Editora UNESP, 2016.

NOLT, John; ROHATYN, Dennis. *Lógica*. São Paulo: Mc-Graw-Hill, 1991.

SAUTTER, Frank Thomas; MENDONÇA, Bruno Ramos. “Argumentos exuberantes e sua retificação”. *Analytica*, v. 18, n. 2, 2014, p. 109-121.

SAUTTER, Frank Thomas; PICCOLI, Amanda Lazzarotto. “Extração de infons em lógicas sentenciais polivalentes finitas”. *Cognitio*, v. 23, n. 1, 2022, e58525.

SAUTTER, Frank Thomas. “O jogo das cartas lógicas de Shiver”. *Argumentos: Revista de Filosofia*, v. 30, 2023, p. 111-119.

SHIVER, Anthony. “Propositional Logic Card Games”. *Teaching Philosophy*, v. 36, n. 1, 2013, p. 51-58.

SMULLYAN, Raymond Merrill. *First-Order Logic*. New York, Heidelberg, Berlin: Springer, 1968.



Esta obra está licenciada com uma Licença
[Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).