



Revista Brasileira de Geografia Física

Homepage: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/rbgfe>



Elaboração e Extrapolação de Curvas-chave na Região Amazônica

Luanna Costa Dias¹, Lindemberg Lima Fernandes², David Franco Lopes³

¹Bacharel em Engenharia Sanitária e Ambiental, Técnica em Geociências do Serviço Geológico do Brasil, Avenida Doutor Freitas, 3645 – Marco, CEP 6609590 – Belém, PA (91) 3182-1320, luanna.dias@cprm.gov.br (autor correspondente) ²Dr. em Desenvolvimento Sustentável, Professor Associado, Faculdade de Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal do Pará, Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, CEP 66075-110, Belém, PA (91) 98341-8628, lberge@ufpa.br ³Mestre em Engenharia Química, Engenheiro Hidrólogo do Serviço Geológico do Brasil, Avenida Doutor Freitas, 3645 – Marco, CEP 6609590 – Belém, PA (91) 3182-1346, david.lobes@cprm.gov.br

Artigo recebido em 31/07/2019 e aceito em 17/12/2019

RESUMO

O estudo consiste na elaboração e extrapolação de curvas-chave localizadas na Região Amazônica. A elevada disponibilidade hídrica da Região requer hidrogramas precisos para gestão dos Recursos Hídricos. Foram escolhidas cinco estações, com período de dados de 1971 a 2015 e o uso de 463 medições de descarga, para elaboração de curvas-chave do tipo potência e relacionando “cota x vazão” empregando duas formas de calibração: utilização do programa GrafChav e da ferramenta Solver do Excel, tendo o coeficiente de Nash-Sutcliffe (NS) como validação. A extrapolação foi realizada pelos métodos: Logarítmico, Velocidade x Área e Stevens, sendo validadas pela metodologia de pseudo-extrapolação. As duas formas de calibração da curva-chave (GrafChav e Excel) são eficientes. Quanto à extrapolação, a que obteve maior erro em relação à curva-chave foi o método de Stevens. O método com menor erro é o Velocidade x Área, desde que apresente tendência linear na relação entre cota e velocidade. A curva-chave é a etapa primordial na consistência de dados fluviométricos e requer técnicas bem aplicadas para incrementar na confiabilidade dos dados gerados. Palavras-chave: Curva-chave; Calibração; Extrapolação.

Development and Extrapolation of Rating Curves in Amazon

ABSTRACT

The study consists in the development and extrapolation of rating curves located in the Amazon. The high water availability of the Region requires accurate hydrographs for water resources management. Five stations were chosen, with a data period from 1971 to 2015 and the use of 463 discharge measurements, for the elaboration of power-type rating curves and relating “stage x flow” employing two forms of calibration: using the GrafChav program and the Excel Solver tool, with the Nash-Sutcliffe (NS) coefficient as validation. The extrapolation was performed by the following methods: Logarithmic, Velocity x Area and Stevens, being validated by the pseudo-extrapolation methodology. The two forms of rating curve calibration (GrafChav and Excel) are efficient. Regarding extrapolation, the one that obtained the greatest error in relation to the key curve was the Stevens method. The method with the smallest error is Speed x Area, as long as it presents a linear trend in the relationship between dimension and speed. The rating curve is the primordial step in the consistency of fluviometric data and requires applied good techniques to increase the reliability of the generated data. Keywords: Rating Curve, Calibration, Extrapolation.

Introdução

O Serviço Geológico Americano (USGS, 2002) define curva-chave como uma relação matemática entre variáveis dependentes e independentes. Para Taylor (2011) são relações matemáticas que permitem a conversão de um fenômeno físico em uma estimativa do fenômeno relacionado. A relação é complexa e existem

técnicas para sua construção, através de equipamentos utilizados na leitura e medição, além de métodos de cálculo e conversão. O objetivo da curva-chave é determinar a vazão do rio através de análise gráfica e hidráulica. O estudo da curva-chave permite, através de análise estatística, otimizar as informações hidrológicas.

O tipo de curva-chave mais comumente utilizada no Brasil é a que relaciona a vazão de um rio com o seu nível, que é a relação “cota x vazão”. É muito mais prático medir a cota do rio do que realizar medições diárias de vazão para obtenção dos hidrogramas, o que reduz o custo na gestão de dados fluviométricos.

Há diversas metodologias para elaboração de curvas-chave. Mirauda et al. (2011) utiliza a entropia para a caracterização probabilística da curva e avaliação da incerteza. É possível estimar a vazão em rios com a utilização de sensoriamento remoto através de informações topográficas para obtenção de informações hidráulicas como proposto por Bjerklie et al. (2005), Nathanson et al. (2012), Pan e Nichols (2013) e Leon et al. (2014).

A curva-chave pode ser obtida através da velocidade indexada, que é aquela medida em um lugar fixo da seção de medição gerando vazão instantânea (Velasco e Cook, 2011; Huang, 2004). O método é ideal para rios em que há instabilidade da relação cota x vazão. No Brasil, é aplicado por Gamaro et al. (2008) no Rio Paraná à montante da entrada do Reservatório da Hidrelétrica Itaipu Binacional.

De acordo com Asfora e Cirilo (2009) apud Martins et al. (2011), os processos hidrológicos que determinam as vazões dos rios são estocásticos no tempo e no espaço. A vazão do rio será sempre uma estimativa da vazão associada a um determinado risco de falha.

Conhecer a vazão dos rios é fundamental para mensuração do balanço hídrico. No entanto, medir nível e vazão do rio não é trivial quando se tem a Região Amazônica como área de estudo devido a sua densa rede de drenagem, pois as grandezas são complexas – distâncias, vazões, intensidades pluviométricas, etc. Os instrumentos empregados para o levantamento de dados são os mesmos em todo o Brasil, mas a capacitação e experiência do hidrotécnico são preponderantes para a correta medição dos dados hidrológicos.

Os hidrotécnicos devem ser especializados para manusear os instrumentos, que são na sua maioria os molinetes e os medidores acústicos de vazão, por isto, é muito mais prático medir a cota do rio através dos linígrafos ou sensores de pressão. Além disso, tem-se o difícil acesso dentro da região, falta de pessoal capacitado para efetuar as leituras de nível e dificuldades de realizar medições em seções largas.

Nem sempre as medições de vazão acompanham toda a série de cotas observadas. Para

solucionar isto, é necessário extrapolar a curva-chave até a cota máxima e mínima observada. De acordo com Filho et al. (2003) as extrapolações, que são calculadas por leis hidráulicas, são sempre de caráter duvidoso. Para Lang et al. (2010), a razão principal para não se medir vazão nas cheias são as altas velocidades, perigo para os técnicos e equipamentos, dificuldades operacionais durante o pico de cheia, etc. Além disso, durante as inundações muitas réguas linimétricas podem ser danificadas, resultando em lacunas no registro de inundação.

A curva-chave é a base para a gestão dos recursos hídricos, o seu desenvolvimento é requerido para diversas análises hidrológicas, como os estudos de disponibilidade hídrica, estudos de potenciais hidrelétricos, captação de água, modelagem chuva-vazão, sistema de alerta de eventos extremos e avaliação do fluxo do rio (Sahoo et al., 2014). A curva-chave é o estudo inicial para a consistência de dados fluviométricos, pois calcula as vazões dos hidrogramas. Falhas na elaboração podem comprometer a gestão dos recursos hídricos.

O objetivo deste trabalho é a calibração, através da relação “cota x vazão” e extrapolação de curvas-chave de rios da Região Amazônica. O artigo apresenta situações reais que podem comprometer a representatividade da curva-chave, como mudança na validade, divisão em dois ou mais ramos e alterações nas características locais.

Material e métodos

A Região Amazônica é conhecida mundialmente por sua disponibilidade hídrica. De acordo com Bispo (2007), toda região hidrográfica Amazônica, que abrange vários países além do Brasil, contém 20% da disponibilidade mundial de água doce. Dentro da Região Amazônica - que também é conhecida como Amazônia Legal, divisão levando em consideração as características naturais - tem-se a presença de quatro bacias hidrográficas.

Das cinco estações fluviométricas utilizadas neste trabalho, duas (Caramujo e Boca do Inferno) estão localizadas na Bacia do Rio Amazonas, a estação de Parauapebas na bacia do Rio Tocantins e as estações de Cunaní e Tararú Ponte na Bacia Atlântico trecho Norte e Nordeste, ver Figura 1. O critério utilizado para a escolha das estações foi a distribuição uniforme na Região Amazônica, e que representa-se as suas sub-

bacias, levando em consideração situação peculiares de cada estação, o que interfere na elaboração da curva-chave.

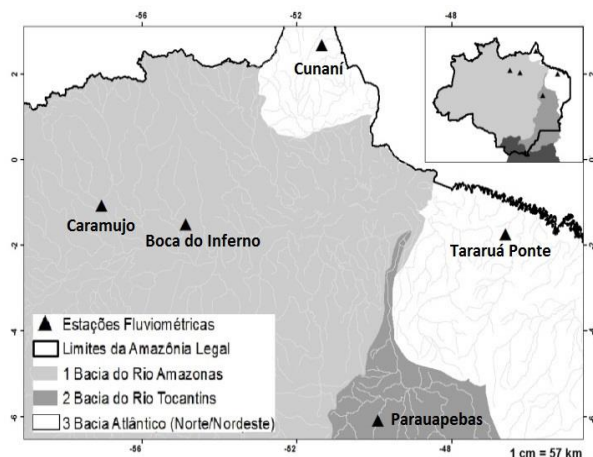


Figura 1. Localização das estações fluviométricas dentro dos limites de suas sub-bacias.

Estas estações fluviométricas integram Rede Hidrometeorológica Nacional gerida pela Agência Nacional de Águas (ANA) e são operadas pelo Serviço Geológico do Brasil (CPRM). A Rede Hidrometeorológica é composta por 4.543 estações de monitoramento em todo país. O acesso aos dados é através do banco de dados *on line Hidroweb*. As estações utilizadas neste trabalho são as que possuem uma relação “cota x vazão” unívoca e estável e que não sofrem influência de remanso. Abaixo se tem uma descrição sucinta de cada estação com seu código, as informações citadas estão disponíveis no acervo de dados da CPRM-Superintendência Regional de Belém/PA.

- Caramujo (16460000): Estação instalada em 1986, no estado do Pará. À margem esquerda do rio Trombetas, afluente da margem esquerda do Rio Amazonas com curso de aproximadamente 750 km, área de drenagem de 51.700km² e largura em torno de 125m. A seção tem conformação meandante de natureza rochosa. Sua margem esquerda é de alta inclinação e a margem direita baixa, ambas as margens são rochosas e sem vegetação.
- Boca do Inferno (17090000): Estação instalada na década de 70, no estado do Pará, na Bacia do rio Amazonas. Localizada à margem esquerda do rio Curuá distante 400m, aproximadamente, da montante da foz do Igarapé Boca do

Inferno. Leito de natureza arenosa com presença de vegetação rasteira. Sua área de drenagem é de 19.800km² com largura próxima de 180m.

- Parauapebas (2907010000): Estação instalada em 2008, no estado do Pará, na Bacia do rio Itacaiúnas. Localizada à margem direita do rio Parauapebas e instalada no Serviço Autônomo de Água e Esgoto do município de mesmo nome. Sua área de drenagem é de 6.850km² com largura de 38m. Apresenta leito rochoso e vegetação exuberante em sua margem esquerda.
- Cunani (30070000): Localizada no estado do Amapá na Bacia do Atlântico Norte/Nordeste, foi instalada em 1995. Esta inserida à margem esquerda do Rio Cunani que tem extensão de 100Km e desagua no Oceano Atlântico, área de e largura de 90m e área de 296km². Com leito arenoso e margens de baixa inclinação com a presença de argila e vegetação rasteira
- Tararua Ponte (32450002): Instalada em 1975, próxima à ponte que liga a BR-308, no estado do Pará, à margem esquerda do Rio Piriá. Sua conformação é retilínea. As margens esquerda e direita possuem média inclinação e composição arenosa com presença de vegetação rasteira. A área de drenagem é de 2.630Km² e largura média de 85m.

Análise dos dados hidrológicos

O primeiro passo, antes do traçado da curva-chave, é listar todas as medições de descarga líquida da estação. É necessário verificar o banco de dados através do *software* Hidro (Disponibilizado gratuitamente pela ANA) e levantar as maiores informações possíveis das estações, como os relatórios das medições inseridas no banco, as fichas descritivas da estação com as principais ocorrências e constatar se há os arquivos com as medições antigas.

Após o levantamento de dados, plota-se um gráfico de dispersão de pontos em planilha eletrônica com todos os dados obtidos, incluindo os dados antigos e recentes e os dados brutos.

De acordo com Taylor (2011), a curva-chave deve incluir no mínimo de 12 a 15 medições. Realizadas durante todo o regime hidrológico, com boa distribuição nos extremos máximos e mínimos

da série de cotas. Com poucas medições a curva ficará mal definida, podendo introduzir erros sistemáticos na avaliação das descargas.

Para as medições que se distanciam muito da curva devem ser realizadas as seguintes análises: Verificar o resumo da medição para constatar se ocorreu erro de digitação; O relatório de inspeção e as fichas de campo devem ser analisados para constatar todas as ocorrências in loco; A análise da leitura das cotas no dia da medição, buscando no próprio banco ou nas cadernetas de observações fluviométricas; Verificar o instrumento de medição de vazão utilizado neste período, pois pode ter ocorrido má calibração ou uso indevido do aparelho e/ou medição realizada fora da seção de medição e se possível, pedir informação ao técnico que realizou a medição.

Caso não seja possível corrigir este dado, é possível descartar as medições fora da curva mediante justificativa. É importante manter estas medições incoerentes no banco de dados bruto, para analisar se as novas medições possuem a mesma tendência.

É fundamental verificar todos os dados do resumo de medição, já que não serão utilizados apenas os dados de cota e vazão. A área, a velocidade e a profundidade são de extrema importância para obtenção e validação de uma curva-chave.

Elaboração da Curva-chave

A curva-chave é uma análise de regressão linear. A relação “cota x vazão” é a forma mais objetiva para determinar a vazão de uma seção do rio. Para isto é definida as características do leito do curso d’água, que para Tucci (2007) são as condições de escoamento, geometria do rio através do seu traçado e perfil, declividade superficial, elementos da seção transversal, mobilidade no fundo e rugosidade através do coeficiente k de Manning-Strickler.

A determinação destas características é fundamental para o traçado da curva, pois a vazão varia de acordo com esses fatores ainda que o nível seja o mesmo. Como o nível é uma variável temporal é necessário calibrar um modelo para que as futuras vazões sejam determinadas pelo nível do rio através de uma expressão matemática gerada para cada caso.

De acordo com Jaccon e Cudo (1989) as características geométricas da seção estão em função da profundidade do curso d’água,

garantindo que a vazão é função indireta no nível d’água. Assim é possível aproximar a relação “cota x vazão” de uma expressão do tipo potência (Equação 1):

$$Q=a(h-h_0)^b \quad 1) \quad ($$

Em que: h é o nível da régua correspondente à vazão (Q); h_0 é o nível para o qual a vazão é nula; a e b são constantes determinadas para cada local.

O valor de h_0 pode ser positivo ou negativo, dependendo da posição do zero das réguas fluviométricas com relação ao fundo do rio. Para determinar os parâmetros de ajuste a partir dos pares (Q e H), a expressão é linearizada (Equação 2), determinando-se a e b por regressão linear e h_0 por tentativa e erro (Cordeiro e Medeiros, 2003).

$$\log Q = \log a + b \cdot \log (h - h_0) \quad 2) \quad ($$

Outra forma de representação é a polinomial, em que as representações de polinômio de primeiro (reta), segundo (parabólica) ou de terceiro grau (cúbica) são mais frequentes (Jaccon e Cudo, 1989).

As leis hidráulicas mostram que nas melhores condições pode haver uma relação única e permanente. A simplificação será válida quando a variação da linha d’água, da enchente para a vazante, for desprezível se comparada à precisão do método de medição de vazão. Projetos de curto prazo, onde há pouco tempo para escolha da localização da estação e obtenção da série de medições, influem na construção de uma curva detalhada (Birgand et al, 2013; Melo, 2013; Velasco e Cook, 2011).

A elaboração da curva-chave requer bastante cuidado. Em situações em que há influência da maré ou remanso Jaccon e Cudo (1989) apresentam técnicas para calibragem destas estações, como o método do desnível normal.

O traçado da curva é feito seguindo-se a regra de igual repartição dos pontos, minimizando-se a soma dos desvios relativos entre a descarga medida e a descarga lida na curva, para uma mesma cota. Neste trabalho as curvas são calibradas utilizando o Método de otimização não linear dos mínimos quadrados, o objetivo é minimizar a diferença quadrada entre as vazões medidas e calculadas, considerando-se valores iniciais dos parâmetros a , b e h_0 da Equação 1 para minimizar

a diferença quadrada entre as vazões medidas e calculadas.

Para verificar se a minimização dos desvios entre vazão medida e calculada é válida, utilizou-se o coeficiente de Eficiência de Nash-Sutcliffe, que é considerado umas das estatísticas mais sensíveis a valores extremos (Legates e McCabe, 1999).

De acordo com Machado e Vettorazzi (2003) apud Baltokoski et al. (2010), o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe, calculado pela Equação 3, é um dos mais importantes critérios estatísticos para avaliar o ajuste de modelos hidrológicos.

$$NS = 1 - \frac{\sum (Q_{med} - Q_{cal})^2}{\sum (Q_{med} - \bar{Q}_{med})^2} \quad 3) \quad ($$

Em que NS é o coeficiente de Nash-Sutcliffe sendo adimensional, Q_{cal} é a vazão calculada pela equação potencial (m^3/s) e Q_{med} é a vazão medida (m^3/s). O NS pode variar do negativo infinito a 1, sendo o valor 1 indicativo de perfeito ajuste.

As ferramentas utilizadas para calibrar as curvas-chave foram o programa GrafChav e a ferramenta Solver do Excel.

O programa *GrafChav*, desenvolvido pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) em parceria com a CPRM, para o tratamento de dados, ajusta os pontos do gráfico na equação potencial (Equação 1) utilizando o método dos mínimos quadrados. É possível dividir os dados por períodos e cotas em até três segmentos de reta, além de apresentar os gráficos das relações “cota x área” e “cota x velocidade”. A entrada dos dados é em formato “.mdb”. O programa não aceita valores nulos de vazão.

A outra forma utilizada para ajustar os parâmetros a , b , h_0 da Equação 1, é a ferramenta Solver da planilha eletrônica da Microsoft Excel®, sendo a função objetiva o NS . Os parâmetros da equação, inicialmente definidos arbitrariamente, determinam a condição do h_0 ser menor ou igual à cota mínima medida, para evitar possíveis erros.

A validação da curva é feita a partir da análise do NS e da distribuição uniforme dos desvios nos gráficos de “desvio x cota” e “desvio x tempo”, além da análise visual das curvas (Piscocoy et al., 2013).

De acordo com Liew et al. (2003) apud Viola (2012), o desvio (Equação 4) significa a tendência média das estimativas produzidas pelo

modelo. Apresentam os seguintes intervalos e respectivas interpretações de D : <10%, muito bom; entre 10% e 15%, bom; entre 15% e 25%, satisfatório e >25%, o modelo produz estimativas inadequadas à tendência.

$$D(\%) = \left(\frac{Q_{cal} - Q_{med}}{Q_{cal}} \right) \times 100\% \quad 4)$$

As curvas são elaboradas com a série de dados consistidos e brutos. As curvas apresentam medições com molinete e alguns dados mais recentes com o uso de equipamentos acústicos de medição de vazão como o ADCP, ADP ou *flow tracker*.

Extrapolação da Curva-chave

Hydrology Project (HP, 1999) enfatiza que extrapolar não é simplesmente estender a curva-chave, embora em alguns casos isto seja aceitável. No entanto, uma nova seção de controle pode ser aplicada, a cheia pode atingir as planícies de inundação, o coeficiente de rugosidade e o leito podem mudar. De acordo com DNAEE (1982), uma curva bem apoiada com medições no ramo alto poderá ser estimada com maior credibilidade.

A extrapolação do ramo inferior é realizada com o prolongamento da equação da curva-chave até a cota mínima observada. Segundo Tucci (2007), calibrar até as cotas baixas em rios perenes, pode não ser possível se não existir um controle de jusante estável, sendo que neste caso as medições são indispensáveis, já que em cotas baixas o escoamento é mais sensível e instável a calibragem. Caso esta condição de controle estável seja confirmada é possível prolongar a curva até a cota mínima, que é o método logarítmico. O ideal é realizar medições de descarga para evitar a extrapolação no ramo inferior.

Existem diversos métodos para extrapolação de cotas superiores de curva-chave que utilizam as características hidráulicas da seção de medição. A descrição a seguir é apenas dos métodos usados neste artigo, que são o método Logarítmico, Stevens e “velocidade x área”.

a) Método Logarítmico: É o método mais utilizado para extrapolação superior no Brasil. Segundo Fill (1987) apud Sefione (2002), baseia-se na hipótese de que pelo menos o trecho superior da curva-chave, na faixa de cotas medidas, obedece à equação na forma de potência apresentada na Equação 1, mantendo os mesmos coeficientes (a e

b) na faixa de cotas extrapoladas. Logo, é um prolongamento da equação da curva-chave para as cotas altas.

Segundo Sefione (2002), o método é chamado logarítmico, pois a solução analítica recai na aplicação logarítmica nos dois termos da mesma (ver Equação 2). Ao plotar a curva em escala log-log o gráfico resultante é uma reta.

A aplicação do método requer as seguintes condições de acordo com Filho et al. (2003): Relação $Q=f(h)$ com bom alinhamento (unívoca) das medições médias e altas; Medições existentes até uma cota suficientemente elevada para que a direção da reta seja bem definida; Perfil transversal sem descontinuidade de forma nas cotas extrapoladas; Seção com forma aproximadamente trapezoidal, isto é bem encaixada e Controle de jusante permanente entre as cotas médias e altas.

b) Método de Stevens: De acordo com Jacon e Cudo (1989), é o método que utiliza a fórmula de Chezy (Equação 5) para escoamento uniforme em canais:

$$V=C\sqrt{R_h i} \quad 5) \quad ($$

Onde: V é velocidade média do escoamento na seção (m/s); C é o coeficiente variável, em função do raio hidráulico e da natureza do leito; R_h é o raio hidráulico (m) e i é a declividade da linha de carga. Igualando a equação de Chezy com da Continuidade (Equação 6):

$$\frac{Q}{A_m \sqrt{R_h}} = C \sqrt{i} \quad 6) \quad ($$

Onde $A_m \sqrt{R_h}$ é o fator geométrico e $C \sqrt{i}$ é o fator declividade.

De acordo com Rizzardi et al. (2012), o fator geométrico é considerado quando ao plotar o fator geométrico $A_m \sqrt{R_h}$ em função da vazão (Q) é obtido uma linha reta, pelo menos no trecho final da curva.

Determina-se o valor de $A_m \sqrt{R_h}$ em função da cota que se deseja extrapolar, visto que este é função da cota e pode ser calculado para qualquer valor desta, caso esteja dentro dos limites de levantamento da seção. Prolonga-se a reta do gráfico de $A_m \sqrt{R_h}$ x Q até o valor de $A_m \sqrt{R_h}$ já calculado (Sefione, 2002).

De acordo com Jacon e Cudo (1989) as condições de aplicação do método de Stevens são:

O escoamento deve ser quase uniforme (pseudo-uniforme); Perfil estável ou com baixa instabilidade e $A_m \sqrt{R_h}$ não variando entre cheia e depleção e dispor de número de medições corretamente alinhadas refletindo a estabilização da curva $Q=f(A_m \sqrt{R_h})$.

Jacon e Cudo (1989) afirmam que o método é ideal para rios largos onde o raio hidráulico pode ser considerado igual à profundidade, apesar de que na prática raio hidráulico e profundidade são diferentes.

c) Método Velocidade x Área: De acordo com Filho et al. (2003), este método é aplicável a seção irregular, as condições de escoamento são frequentemente heterogêneas em uma seção transversal complexa. O método também é conhecido como “Área x Velocidade”.

Em resumo, consiste na obtenção da vazão pela equação da continuidade ($Q=A \times V$) através de duas relações: “cota x área” e “cota x velocidade”. A curva “cota x velocidade” será extrapolada como uma reta ajustada para esses pontos, quando essa tendência for bem definida e houver um número de pontos suficiente para admiti-la. Em algumas estações a curva “cota x velocidade” se aproxima de uma função exponencial, que é considerada para aplicação do método.

A extrapolação da curva de velocidade nem sempre será significativa, portanto, deverá ser feita uma análise criteriosa quanto às anormalidades que possam alterar a velocidade (seção transversal, vegetação, controle, etc.) (DNAEE, 1982). Tucci (2007) afirma que uma desvantagem do método é a sua dependência da variável velocidade, medida comumente em seções diferentes, o que pode comprometer o resultado.

Pode ocorrer na prática alguns locais de batimetria diferente de uma medição para outra, o que compromete a relação cota x área, já que há variação na forma. E até mesmo na mesma seção de medição, em que ocorre o extravasamento do leito menor para o leito maior do rio gerando alteração na velocidade do leito menor e do maior.

Avaliação dos métodos de extrapolação

A extrapolação da curva-chave deve ser feita pelo maior número de métodos cujas condições e informações o permitam, comparando-se os resultados obtidos.

Gomes et al.. (2001) apud Sefione (2002), propõem uma metodologia para análise conjunta de métodos de extrapolação num conjunto de estações

fluviométricas situadas no mesmo rio. Eles admitem que as seções ao longo do mesmo rio, mesmo considerando as planícies de inundação, podem guardar entre si a relação que justifique a análise em conjunto de suas curvas-chave. Outra metodologia de comparação é a extrapolação da curva-chave utilizando a transferência de vazões extremas de outras estações no mesmo rio.

Como as estações deste trabalho não estão localizadas no mesmo rio, a comparação dos métodos será realizada pela pseudo-extrapolação. A metodologia foi desenvolvida por Sefione (2002), e consiste na calibração da curva-chave até a cota mais próxima da metade da faixa total de cotas medidas e em que é possível aplicar o método, a partir daí será extrapolada a curva-chave, que posteriormente será comparada com a curva-chave total de todas as medições.

A principal limitação do método deve-se ao comportamento geométrico e hidráulico da seção acima da faixa de cotas medidas (extrapolação) divergir muito em relação a faixa de cotas da pseudo-extrapolação. Para auxiliar a comparação entre os métodos será calculado o erro na cota máxima e o erro médio das extrapolações em relação à vazão medida, que será descrito na metodologia deste trabalho.

O Erro na Cota Máxima ($E_{h_{max}}$), Equação 7, permite quantificar uma sub ou superestimativa de cada metodologia na cota máxima extrapolada, visto ser o valor desta vazão uma referência no processo de extrapolação.

$$E_{h_{max}} = \frac{Q_{e_m} - Q_{c_m}}{Q_{c_m}} \quad (7)$$

Onde: Q_{e_m} é a vazão pseudo-extrapolada de uma determinada metodologia na cota máxima medida e Q_{c_m} é a vazão da curva-chave na cota máxima medida.

O Erro Médio (E_m), Equação 8, corresponde a média dos erros na faixa extrapolada

(Nh), calculados em intervalos de cota de 1cm. Apresenta uma noção de quanto à curva de pseudo-extrapolação está afastada da curva-chave em toda sua extensão.

$$E_m = \frac{\sum \left| \frac{Q_{e_h} - Q_{c_h}}{Q_{c_m}} \right|}{Nh} \quad (8)$$

Onde: Q_{e_h} é a vazão extrapolada na cota h por dada metodologia, Q_{c_h} é a vazão da curva-chave na cota h , Q_{c_m} é a vazão na cota máxima medida e Nh é o número de vazões calculadas na faixa da pseudo-extrapolação de 1 em 1 cm.

Resultados e discussão

A curva-chave não é fixada apenas na análise numérica, mas é importante levar em conta as principais características das estações. Antes do traçado e análise das características naturais foi realizado o levantamento com todas as informações da estação.

A Tabela 1 apresenta as informações necessárias para elaboração das curvas de cada estação. Após a coleta dos dados plotou-se os gráficos: “cota x vazão”, “cota x área” e “cota x velocidade”, para verificar a conformidade dos dados e possíveis alterações no período de validade da curva.

Determinação do Período de validade das curvas-chave

O que pode alterar a curva-chave são as condições de escoamento já que ocorre mobilidade do leito, devido os processos de erosão e assoreamento, principalmente em leitos arenosos e argilosos, e também as ações antrópicas contribuem para alterações na velocidade, raio hidráulico e velocidade, como será visto na estação de Tararua Ponte.

Tabela 1. Informações das estações utilizados para a elaboração das curvas-chave.

Estação e Código	Período de dados	Nº de medições	Vazão medida (m³/s)		Cota medida (cm)		Cota da série histórica (cm)	
			Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín
Caramujo (16460000)	20/09/1986 a 23/11/2014	60	53	6379	1155	1796	1133	2130
Boca do Inferno (17090000)	28/03/1973 a 21/03/2015	160	3	1414	332	1242	297	1625

Parauapebas (30070000)	31/03/2010 a 16/02/2015	12	7	424	495	957	493	1230
Cunani (30070000)	08/10/1995 a 27/10/2014	52	1	80	269	540	225	667
Tararuá Ponte (32450002)	15/04/1971 a 17/10/2014	179	1	385	84	856	70	968

Procura-se estabelecer a mudança do período de validade após a passagem de uma cheia entre a última medição do período anterior e a primeira da nova tendência, o que é feito através da análise do cotograma (Cordeiro e Medeiros, 2003; Tucci, 2007).

Ao analisar apenas a plotagem dos gráficos fica difícil identificar em que período houve a mudança no período de validade das curvas-chave. Para determinar o período exato realizou-se a calibragem inicial das curvas-chave através da equação do tipo potência (Equação 1) aplicando-se a ferramenta Solver do Excel e o programa GrafChav.

Ao realizar a análise dos desvios das medições em relação à curva calculada, e plotando os desvios em função das cotas e do tempo, foi possível determinar o período em que houve mudança na curva e confirmando com os gráficos “cota x velocidade” e “cota x área”. Das cinco estações, apenas duas tiveram mudança de validade, que são Boca do Inferno (17090000) e Tararuá Ponte (32450002). A análise dos perfis transversais também foi realizada para verificar as possíveis mudanças.

A estação Tararuá Ponte apresenta três períodos de validade, conforme apresentado na Figura 2, verifica-se a divergência da relação “cota x velocidade” do período a partir de 2007.

A estação Boca do Inferno apresenta perfil transversal estável, o que altera o período de validade é a relação “cota x área”. Ao observar as imagens da Figura 3, nota-se que houve uma diminuição da mata ciliar que era bem exuberante.

As imagens obtidas das seções de régua na Figura 2 mostram poucas alterações com o decorrer do tempo no local da estação. Nas imagens mais recentes tem-se apenas o aumento da vegetação. A maior alteração nesta estação observa-se nos perfis transversais. Os perfis para o segundo (1990 a 2006) e terceiro período (2007 a 2014) apresentaram mudanças, pois a partir de 2007 houve alteração no local na seção de medição, que se aproximou da montante da ponte, e isto obstruiu o escoamento e aumentou a vazão. A antiga seção de medição (1990 a 2006) é bem encaixada por se distanciar da ponte. A alteração ocorreu, pois a vazão extrapolava para as planícies de inundação, ocorrendo perda da vazão neste trecho

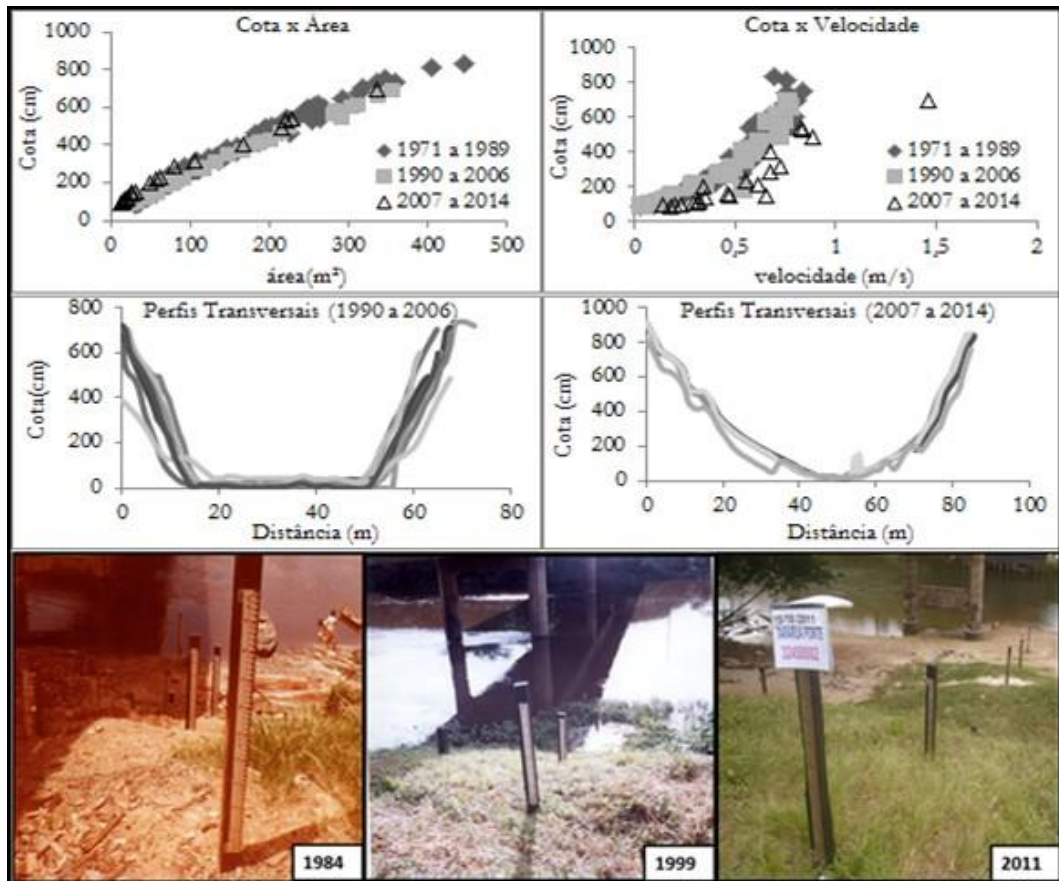


Figura 2 – Características Hidráulicas Tararú Ponte (32450002)

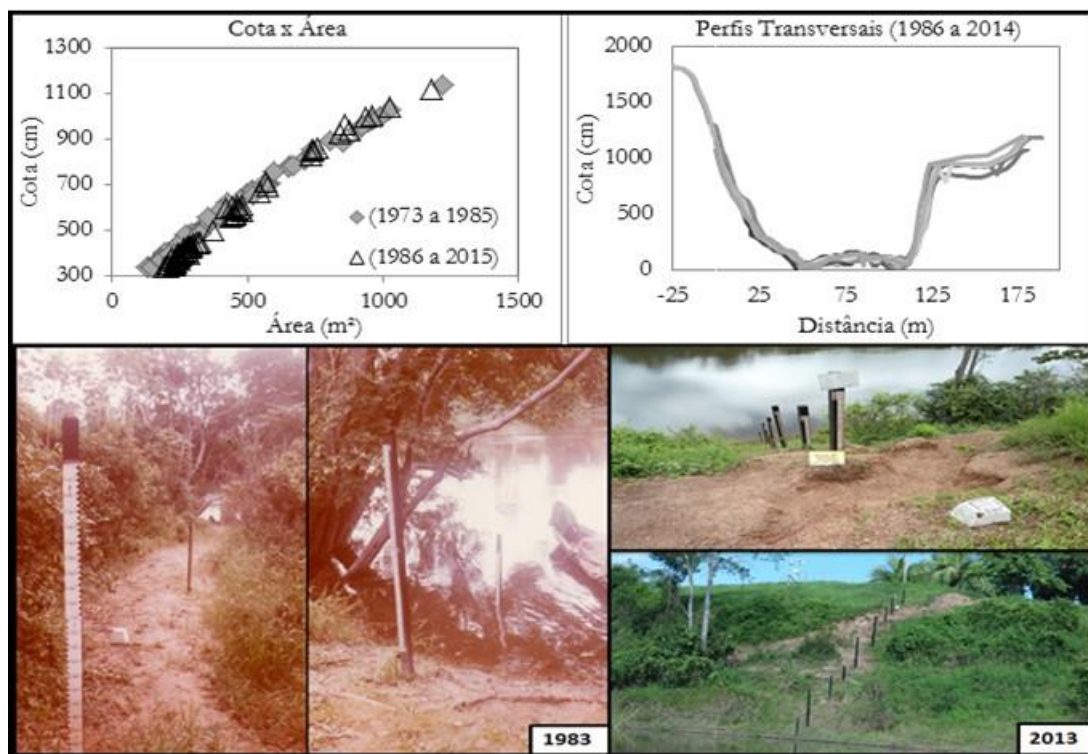


Figura 3. Características Hidráulicas – Boca do Inferno (17090000). E anomalias de precipitação (a) e de temperatura (b) anos de 1961-2016 em Belém/PA.

Divisão das curvas em ramos

A calibração inicial da curva-chave indica ao hidrólogo a divisão das estações por ramos, quando uma única equação não se adequa a toda amplitude da curva. Uma das estações foi Boca do Inferno, em que as duas curvas estão divididas em dois ramos na cota de 430 cm.

A estação de Caramujo foi dividida em dois ramos na cota de 1550 cm, pois a partir desta cota

a relação “cota x área” tem mudança significativa (Figura 4). A partir da cota de 1550 cm há extravasamento da seção do rio, aumentando a área da seção. Apesar desta inconformidade, a relação “cota x vazão” não se altera, no entanto, o ideal é dividi-la, pois a curva-chave é pautada na estabilidade das características hidráulicas da seção, além de que os métodos de extrapolação dependem destas características.

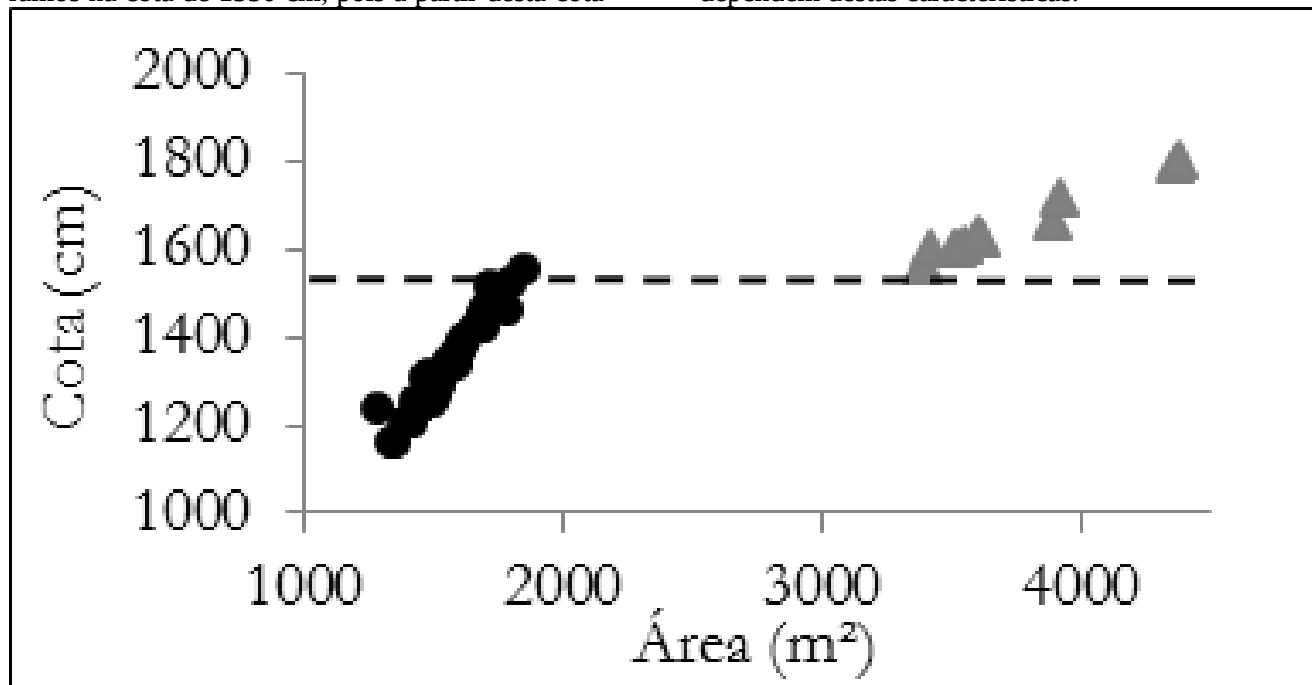


Figura 4. Relação Cota x Área – Caramujo (16460000)

Calibração e Validação da curva-chave

Após a análise das características das estações e da calibração preliminar para determinar os períodos de validade e da divisão em ramos, foi calibrado as curvas-chave do tipo potência através da ferramenta Solver e do programa GrafChav. A Tabela 2 e 3 apresentam os parâmetros para cada ferramenta, os valores dos desvios médio, máximo e mínimo e o coeficiente de Nash-Sutcliffe *NS*.

Os parâmetros das equações são bem próximos nas duas ferramentas. A única estação

que apresenta divergência é a de Boca do Inferno no período de 1973 a 1985 pelo GrafChav, em que o valor de *b* está muito elevado. De acordo com Eletrobrás (2010), para que a equação tenha significado físico, o expoente *b* não deve se distanciar muito de 5/3, que seria o expoente da profundidade média em uma das representações da equação de Manning. Em todas as outras equações a recomendação é válida. Além disso, o desvio máximo da medição em relação à curva é de -82,93%. Valor que não é recomendado para consistência de curvas-chave.

Tabela 2. Resultados da Calibração - Solver (Excel).

Estação e Código	Amplitude		Equação			NS	Desvio(%)		
	Período	Cota (cm)	a	h	b		Máx	Mín	Méd
Caramujo (16460000)	01/01/1986 a 31/12/2015	1130 a 1550	135,61	10,94	1,99	0,985	-20,64	0,34	5,88
		1550 a 1796	109,26	10,45	2,00	0,935	14,02	0,87	5,01
Boca Do Inferno (17090000)	01/01/1973 a 31/12/1985	300 a 430	33,11	2,94	2,71	0,946	25,05	1,27	12,03
		431 a 1130	85,77	3,40	1,11	0,989	23,49	0,23	5,73
	01/01/1986 a 31/12/2015	295 a 430	8,95	2,57	3,89	0,934	25,74	-0,42	12,90
		431 a 1242	49,71	2,94	1,40	0,956	21,91	-1,87	10,12
Parauapebas (29070100)	01/01/2010 a 31/12/2015	490 a 957	29,70	4,51	1,65	0,997	8,08	0,39	4,58
Cunani (30070000)	01/01/1995 a 31/12/2015	215 a 540	6,29	2,15	2,22	0,961	25,44	0,04	9,52
Tararuá Ponte (32450002)	01/01/1971 a 31/12/1989	70 a 856	14,43	0,63	1,53	0,992	-26,12	0,01	6,95
	01/01/1990 a 31/12/2006	80 a 683	17,60	0,71	1,52	0,995	22,94	0,00	5,23
	01/01/2007 a 31/12/2015	80 a 701	16,68	0,66	1,57	0,992	25,74	-0,36	6,80

Tabela 3. Resultados da Calibração –GrafChav.

Estação e Código	Amplitude		Equação			NS	Desvio(%)		
	Período	Cota (cm)	a	h	b		Máx	Mín	Méd
Caramujo (16460000)	01/01/1986 a 31/12/2015	1130 a 1550	169,58	11,06	1,85	0,982	-21,75	0,07	6,38
		1550 a 1796	1174,37	13,30	1,06	0,933	15,38	0,49	4,86
Boca Do Inferno (17090000)	01/01/1973 a 31/12/1985	300 a 430	0,00001	-0,01	10,86	0,904	-82,93	0,31	16,91
		431 a 1130	66,59	3,16	1,23	0,988	24,80	-0,06	5,76
	01/01/1986 a 31/12/2015	295 a 430	0,60	1,88	5,49	0,936	27,27	2,39	13,71
		431 a 1242	127,80	3,81	0,93	0,897	33,25	0,14	11,10
Parauapebas (29070100)	01/01/2010 a 31/12/2015	490 a 957	30,14	4,52	1,63	0,997	7,67	0,13	4,54
Cunani (30070000)	01/01/1995 a 31/12/2015	215 a 540	7,29	2,20	2,11	0,964	24,48	0,32	9,76
Tararuá Ponte (32450002)	01/01/1971 a 31/12/1989	70 a 856	14,76	0,66	1,53	0,992	22,57	0,08	6,29
	01/01/1990 a 31/12/2006	80 a 683	17,17	0,69	1,54	0,995	-21,47	0,02	5,36
	01/01/2007 a 31/12/2015	80 a 701	16,68	0,66	1,57	0,992	25,74	-0,36	6,80

Isso ocorre, pois o programa GrafChav não aceita condicionantes para minimizar os desvios, diferente da ferramenta Solver em que é possível adicionar condicionantes para que a curva acompanhe a série de medições. Quando há um grande número de medições de vazão com valores

baixos, a curva obtida pelo GrafChav dá mais peso a esses valores, o que modifica a curvatura para valores maiores de níveis, onde existem poucos pontos, criando uma falsa tendência.

A estação de Boca do Inferno apresentou desvios máximos no período de 1986 a 2015 pelo

GrafChav superior a 25%. Nesta estação a curva aceitável é pela ferramenta Solver, que mantém desvio máximo próximo de 25% nos dois períodos. Nas demais estações as duas ferramentas são aceitáveis, podendo ser definida como curva-chave aquela que apresenta o NS mais próximo de 1 e melhor distribuição dos desvios no gráfico “cota x tempo”.

Pseudo-extrapolação e avaliação dos métodos

De acordo com a Tabela 1, todas as estações precisam ser extrapoladas no ramo superior. No ramo inferior todas as curvas-chave satisfazem a cota mínima observada.

A aplicação dos métodos de extrapolação superior é com base nos dados das curvas-chave calibradas pelo Solver, pois obteve resultados satisfatórios e há mais facilidade na manipulação dos dados devido à plataforma em planilha

eletrônica. Nas curvas divididas em ramos, a pseudo-extrapolação é realizada na curva-chave do ramo superior.

As Figuras 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 apresentam a aplicação dos três métodos (Logarítmico, Stevens e Velocidade x Área), a curva-chave e as medições. Todas as metodologias foram aplicadas em todas as estações, exceto na estação Boca do Inferno (01/01/1973 a 31/12/1985), Figura 6, em que a relação “cota x velocidade” não se enquadrou em nenhuma função, o que impossibilitou a aplicação do método.

Observa-se que os três métodos se distanciam nas estações. Apenas em Parauapebas (Figura 8) e Tarauá Ponte (01/01/1971 a 31/12/1989), Figura 10, que os três métodos se aproximam. Nas Figuras 9, 11 e 12 o método de Stevens se distancia significativamente da curva-chave através da análise visual do gráfico.

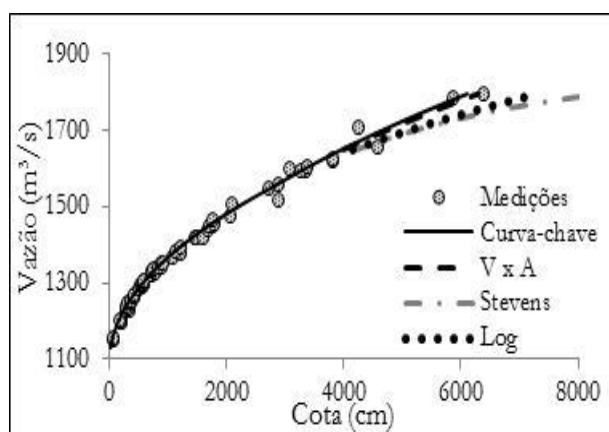


Figura 5. Pseudo-extrapolação Caramujo

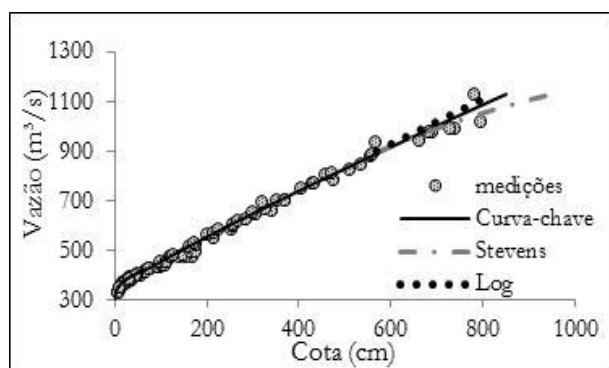


Figura 6. Pseudo-extrapolação Boca do Inferno (01/01/1973 a 31/12/1985)

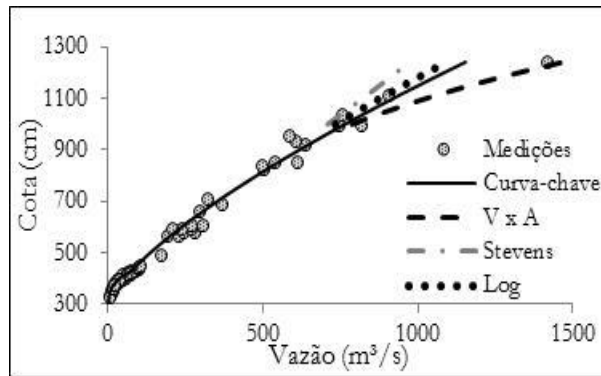


Figura 7. Pseudo-Extrapolação Boca do Inferno (01/01/1986 a 31/12/2015)

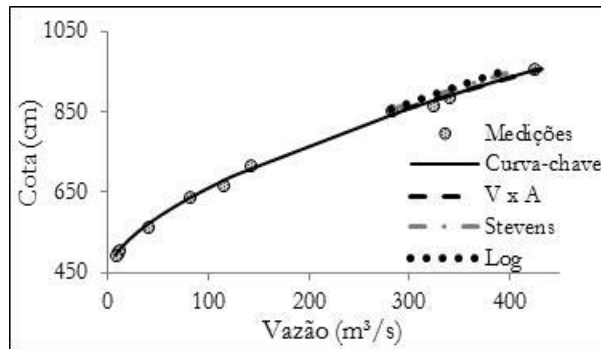


Figura 8. Pseudo-Extrapolação Parauapebas

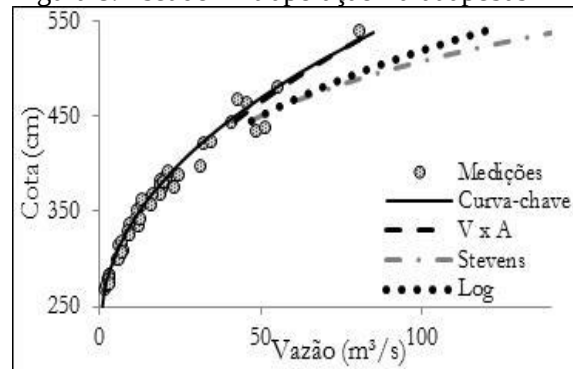


Figura 9. Pseudo-Extrapolação Cunaní

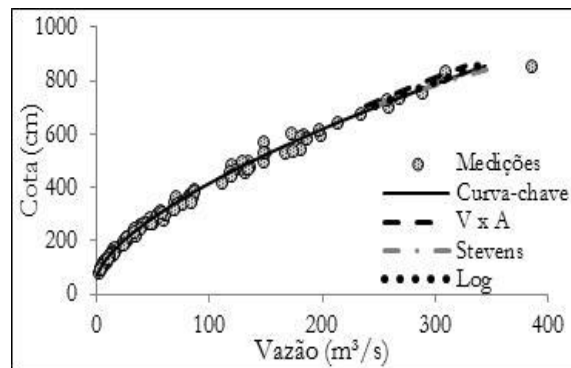


Figura 10. Pseudo-Extrapolação Tararú Ponte (01/01/1971 a 31/12/1989)

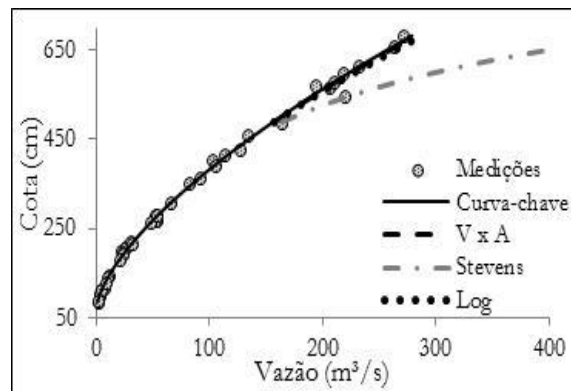


Figura 11. Pseudo-Extrapolação Tararú Ponte (01/001/1990 a 31/12/2006).

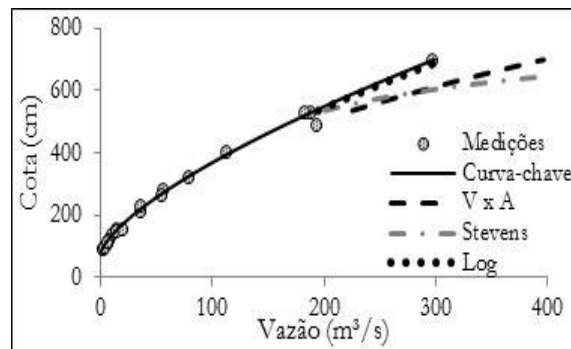


Figura 12. Pseudo-Extrapolação Tararú Ponte (01/01/2007 a 31/12/2014).

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos na determinação do Erro na Cota Máxima das pseudo-extrapolções em relação à curva-chave. A extrapolção pelo método de Stevens é a que apresenta maior erro na cota máxima. Como o método é dependente da variável Raio Hidráulico

(considerado igual à profundidade), qualquer alteração nesta variável desestabiliza a metodologia de acordo com Sefione (2002), principalmente quando há alargamento brusco da seção – planícies de inundação.

Tabela 4 - Erros na Cota Máxima das Pseudo-Extrapolções.

Período	Faixa Pseudo-extrapolada	Erro na cota máxima			Método com maior erro
		Log	Stevens	VxA	
Caramujo (1986 a 2015)	1650 a 1796	0,20	0,37	0,03	Stevens
Boca do Inferno (1973 a 1985)	431 a 1130	-0,03	0,12		Stevens
Boca do Inferno (1986 a 2015)	431 a 1242	-0,05	-0,16	0,27	VxA
Parauapebas (2010 a 2015)	490 a 957	-0,07	-0,04	0,01	Log
Cunani (1995 a 2015)	215 a 540	0,39	0,67	-0,01	Stevens
Tararú Ponte (1971 a 1989)	70 a 856	-0,02	0,04	-0,55	VxA
Tararú Ponte (1990 a 2006)	80 a 683	0,03	0,73	0,01	Stevens
Tararú Ponte (2007 a 2015)	80 a 701	0,03	0,99	0,33	Stevens

A Figura 13 apresenta o erro médio de cada método. Mesmo nas estações divididas por períodos

há variação dos métodos que apresentam maior erro médio. Como é o caso de Tararú Ponte e Boca

do Inferno, em que na mesma estação a metodologia de extrapolação de curva-chave é variável com o tempo.

O método de Stevens é o que apresenta os valores mais elevados do erro médio nas estações de Caramujo, Boca do Inferno (1973 a 1985),

Ao observar a Figura 7, nota-se que a pseudo-extrapolação da estação Boca do Inferno (1986 a 2015), pelo método da Velocidade x Área, se aproxima da medição na cota máxima. Nem a curva-chave e os outros métodos se aproximam desta medição. Como há diversos fatores que

Cunaní, Tararú Ponte (1990 a 2006) e Tararú Ponte (2007 a 2015). Já o método Velocidade x Área apresenta elevados valores de erro médio e erro na cota máxima nas estações Boca do Inferno (1986 a 2015), Tararú Ponte (1971 a 1989) e em Tararú Ponte (2007 a 2015).

Logarítmico se apresentou como o mais eficiente. O método apresenta erro médio elevado em Caramujo e Cunaní, e em Parauapebas, que apesar de não possuir um erro significativo é o mais elevado se comparado aos demais. Estas estações apresentam descontinuidade na forma do perfil

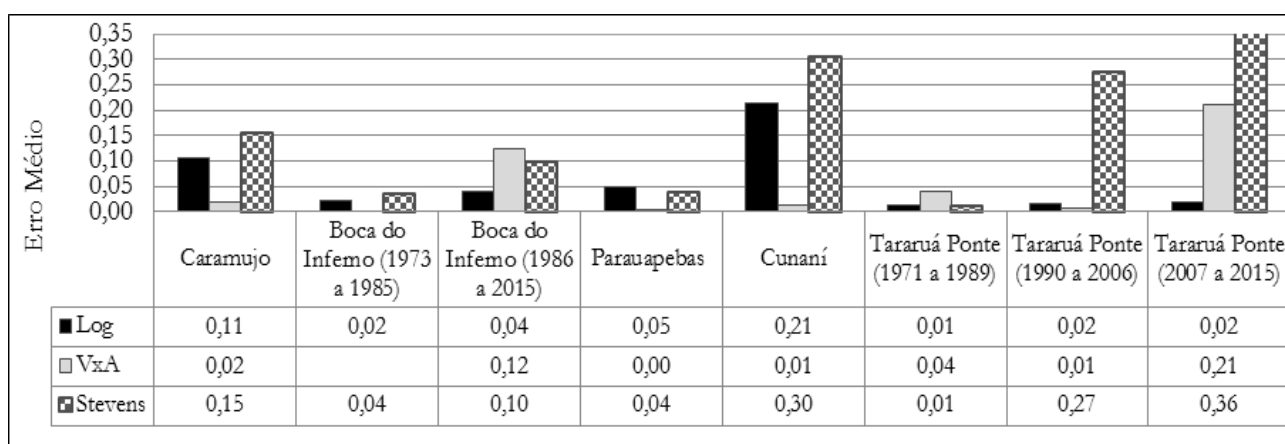


Figura 13. Erro Médio da Pseudo-Extrapolação.

afetam a confiabilidade das medições em cotas máximas, não se pode afirmar que o rio segue a tendência desta medição ou da curva-chave. Para confirmar tal justificativa é necessário realizar mais medições nesta faixa de cotas para confirmar ou não esta nova tendência.

Além disso, a estação Boca do Inferno (1986 a 2015) e Tararú Ponte (2007 a 2015) apresentam uma baixa correlação no gráfico “cota x velocidade” (Figura 14)

Nestas estações foram utilizadas equações exponenciais, assim como em Tararú Ponte nos demais períodos. O uso destas equações não é muito usual nas extrapolações de curva-chave. As bibliografias clássicas DNAEE (1982), Jacon e Cudo (1989) e Tucci (2007) recomendam a aplicação do método apenas se houver tendência linear. Por isto, o método de Velocidade x Área será eficiente quando as medições se alinharem de forma linear e outros tipos de equações podem ser o menos ideal.

Nas estações em que ocorreu instabilidade da relação “cota x velocidade”, o Método

transversal, o que limita a confiabilidade do Método Logarítmico que é pautado em definir uma reta bem alinhada na faixa extrapolada.

Para a extrapolação da curva-chave, o método de Stevens foi o menos eficaz. Rizzardi (2012) ao aplicar o método de Stevens e Logarítmico em Restinga Seca obteve maior eficiência com o método Logarítmico. A pesquisa de Sefione (2002), com aplicação dos métodos Logarítmico, Manning, V x A e Stevens em 100 estações nos estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina, obteve maior eficiência com o método de Stevens, na metodologia se utilizou os dados dos perfis transversais e não das medições como neste trabalho.

Conclusões

A elaboração de curvas-chave utilizando o Solver e o GrafChav é eficiente para obtenção dos parâmetros da equação. O solver foi mais preciso na Estação Boca do Inferno, devido a facilidade de inserir condicionantes no Excel, no entanto, o

GrafChav é uma ferramenta eficaz para calibrar uma curva-chave.

E é de fundamental importância buscar diversas ferramentas para determinar a curva-chave de uma estação fluviométrica, já que erros na elaboração comprometem a confiabilidade das vazões geradas e consequente implicações no uso dos recursos hídricos.

O método de pseudo-extrapolação é eficiente para determinação do melhor método de extrapolação. O método “Velocidade x Área” é o mais efetivo quando se tem ajuste linear da relação cota e velocidade.

O método de Stevens não foi eficiente neste trabalho, isto não significa que ele seja o menos ideal. Recomenda-se aplicar os métodos de extrapolação em um número maior de estações para verificar a aplicabilidade do método de Stevens. Outra forma de aplicação é utilizar as características hidráulicas do perfil transversal, em vez de igualar o Raio Hidráulico e a profundidade. A realização destes estudos pode modificar o cenário apresentado neste trabalho para o uso do método de Stevens.

As estações apresentadas estão localizadas em diferentes sub-bacias dentro da Amazônia Legal e com considerável distanciamento geográfico. As características locais de cada região não implicam na comparação dos métodos de extrapolação. O que define o método é a análise direta das características do rio. Contudo, é importante estudar se o melhor método em uma estação se manterá nas demais estações localizadas na mesma sub-bacia.

A elaboração da curva-chave requer atenção redobrada, pois é à base dos estudos hidrológicos. A aplicação de diversas ferramentas e equações aumenta a qualidade dos dados gerados.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Serviço Geológico do Brasil – CPRM financiador do estágio acadêmico que resultou neste trabalho e a Universidade Federal do Pará - UFPA pelo auxílio de seus docentes.

Referências

Baltokoski, V. et al., 2010. Calibração de Modelo para a simulação de vazão e de fósforo total nas sub-bacias dos Rios Conrado e Pinheiro – Pato Branco (PR). Revista Brasileira de Ciências do Solo, 253-261. DOI:

<http://dx.doi.org/10.1590/S0100-06832010000100026>.

Birgand, F., Lellouche, G., Appelboom, T.W., 2013. Measuring flow in non-ideal conditions for short-term projects: Uncertainties associated with the use of stage-discharge rating curves. Journal of Hydrology, 186-195. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.09.007>

Bispo, C.J.C., 2007. Balanço de água em área de cultivo de sojo no leste da Amazônia. Dissertação (Mestrado). Belém, UFPA.

Bjerklie, D.M. et al., 2005. Estimating discharge in Rivers using remotely sensed hydraulic information. Journal of Hydrology, 191-209 . DOI:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2004.11.022>

Cordero, A.; Medeiros, P. A., 2003. Estimativa da curva-chave de Blumenau. Anais do Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos.

DNAEE. Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica, 1982. Sistemática para análise de consistência de dados fluviométricos. Brasília.

ELETRONBRAS. Centrais Elétricas do Brasil S/A, 2010. Diretrizes para estudos e projetos de Pequenas Centrais Hidrelétricas. Brasília.

Filho, D. P.; Santos, I.; Fill, H. F, 2003. Sistema de ajuste e extrapolação de curva de descarga- STEVENS. Anais do Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos.

Gamaro, E. M. et al., 2008. Utilização de um equipamento horizontal Doppler para monitoramento de vazão: Relatório de Utilização em Guaira Braço Direito. Anais do Congresso Paraguayo de Recursos Hidricos.

Huang, H, R.D., 2014. Index-Velocity rating development for rapidly changing flows in an irrigation canal using Broadband StreamPro ADCP and Channel Master H-ADCP. International Conference on Managing Rivers in the 21° Century: Issues & Challenges.

HP. Hydrology Project, 1999. How to extrapolate rating curve. India.

Jacon, G., Cudo, K.J., 1989. Curva-chave: análise e traçado, DNAEE, Brasília.

Lang, M. et al., 2010. Extrapolation of rating curves by hydraulic modelling, with application to flood frequency analysis. Hydrological Sciences Journal, 883-898. DOI: <https://doi.org/10.1080/02626667.2010.504186>

Legates, D.R., McCabe, G.J., 1999. Evaluating the use of “goodness off it” measures in hydrologic

- and hydroclimatic model validation. *Water Resources*. 69-86.
- Leon, J.G. et al., 2014. Rating curve in the Amazon Basin combining altimetry-derived water stages and discharge. *Space for Hydrology Workshop European Space Agency*. DOI:<http://dx.doi.org/10.1590/S1415-43662011001000010>.
- Melo, C.R. Curso de análise de vazões brutas, 2013, CPRM. Brasília.
- Mirauda, D., Greco, M., Moscarelli, P., 2011. Entropy based Expeditive Methodology for Rating Curves Assessment. *World Academy of Science, Engineering and Technology: International Journal of Environmental, Chemical, Ecological and Geophysical Engineering*, 849-854.
- Nathanson, M., 2012. Modelling rating curves using remotely sensed LiDAR data. *Hydrological Processes*, 1427-1434.
- Pan, F.; Nichols, J., 2013. Remote sensing of river stage using the cross-sectional inundation area-river stage relationship (IARSR) constructed from digital elevation model data. *Hydrological Processes*, 3596-3606. DOI: <https://doi.org/10.1002/hyp.9469>
- Piscocya, R.C.C.C et al. 2013. Análise de consistência de dados fluviométricos de estações de monitoramento da ANA localizadas nas sub-bacias 10 e 11. *Anais do XX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*.
- Rizzardi, A. S. et al., 2012. Comparação de métodos de extrapolação da curva-chave para estação fluviométrica de Restinga Seca – RS. *Anais do Congresso Internacional de Tecnologias para o Meio Ambiente*.
- Sahoo, B. et al., 2014. Rating Curve Development at Ungauged River Sites using Variable Parameter Muskingum Discharge Routing Method. *Water Resour Manage*, 3783-3800. DOI: 10.1007/s11269-014-0709-9.
- Sefione, A. L., 2002. Estudo Comparativo de Métodos de Extrapolação Superior de Curvas-Chave. *Dissertação (Mestrado)*. Porto Alegre, UFRGS.
- Taylor, P., 2011. Rating curve and gauging information, *National Research FLAGSHIPS*, Tasmania.
- Tucci, C. E. M. et al., 2007. *Hidrologia: Ciência e aplicação*. Editora da UFRGS/ABRH. Porto Alegre.