



ISSN:1984-2295

Revista Brasileira de Geografia Física

Homepage: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/rbgf>



Análise comparativa entre a aplicação de métodos de interpolação, para a geração de modelos digitais de elevação

Francisco Carlos Moreira Gomes¹, Ricardo Tavares Zaidan², Cezar Henrique Barra Rocha³

¹Bacharel e mestre em Geografia pela Universidade Federal de Juiz de Fora, francisco.gomes@ich.ufjf.br e-mail correspondente.

²Dr. em Geografia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, professor do Departamento de Geociências da UFJF

³Doutor em Geografia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, professor titular da faculdade de Engenharia Civil da UFJF

Artigo recebido em 23/05/2022 e aceito em 28/06/2022

RESUMO

Os modelos digitais de elevação (MDE), são o input inicial para um grande número de modelos e metodologias de análise espacial. Sendo que a qualidade dos resultados extraídos a partir de um MDE, está ligado diretamente a qualidade de sua resolução espacial. Todavia o custo de aquisição de um MDE com uma boa escala espacial é oneroso, fato que pode inviabilizar certos tipos de pesquisa. Neste sentido, boa parte das pesquisas passam a recorrer a opções de MDE gratuitos, mas com resoluções espaciais piores. Mas, existem algumas técnicas estatísticas capazes de promover uma possível melhora na qualidade da resolução espacial nos MDE, como as realizadas no SRTM que fundamentaram a criação do sistema TOPODATA. Desta forma, esse presente artigo empreendeu uma análise estatística da qualidade das informações contidas em MDE de escala mais generalistas, quando interpolados para outras resoluções espaciais superiores. Com o intuito de mensurar os ganhos e perdas reais, discutindo as potencialidades e desafios da aplicação destas técnicas. Assim, esse presente artigo foi dividido em introdução, onde é apresentada a temática e ideia norteadora do artigo. Posteriormente é executada uma breve reflexão teórica sobre MDE e suas diversas variantes, assim como sobre o funcionamento dos métodos de interpolação analisada. No tópico de matérias e métodos, foram descritos todos os procedimentos necessários a execução desta pesquisa, que por fim fundamentaram os resultados e discussões. Por fim são tecidas breves considerações finais frente a temática e agradecimentos.

Palavras-chave: Modelos em Geografia Física, Geoestatística, Geoprocessamento

DEM, Geostatistics and interpolators: An analysis of their applications

ABSTRACT

Digital elevation models (DEM) are the initial input for a large number of spatial analysis models and methodologies. Since the quality of the results extracted from a DEM is directly linked to the quality of its spatial resolution. However, the cost of acquiring a DEM with a good spatial scale is expensive, a fact that can make certain types of research unfeasible. In this sense, a good part of the research turns to free DEM options, but with worse spatial resolutions. However, there are some statistical techniques capable of promoting a possible improvement in the quality of spatial resolution in DEM such as those performed in the SRTM that underpinned the creation of the TOPODATA system. Thus, this article undertook a statistical analysis of the quality of the information contained in more general-scale DEM, when interpolated to other higher spatial resolutions. In order to measure real gains and losses, discussing the potential and challenges of applying these techniques. Thus, this article was divided into an introduction, where the theme and guiding idea of the article is presented. Subsequently, a brief theoretical reflection is carried out on MDE and its various variants, as well as on the functioning of the analyzed interpolation methods. In the topic of materials and methods, all the procedures necessary for the execution of this research were described, which finally substantiated the results and discussions. Finally, brief final remarks on the theme and acknowledgments are made.

Keywords: Models in Physical Geography, Geostatistics, Geoprocessing

Introdução

Os modelos digitais de elevação (MDE) são o input inicial para grande parte de modelos e metodologias voltadas para a análise espacial. Esses MDE, são representações tridimensionais da superfície que possibilitam, gerar diversas informações sobre característica de uma determinada área de interesse, dentre as quais destaca-se: a declividade, hipsometria, acumulação de fluxos, orientação de vertentes, modelos de sombreamento etc.

Contudo, a qualidade dos produtos gerados por meio dos MDE, está intimamente ligada a resolução espacial que esse mesmo MDE possui originalmente. Assim, quanto maior a resolução espacial de um MDE, maior também será a qualidade dos produtos derivados dele. Mas a resolução espacial do MDE, influencia diretamente no seu custo de aquisição. Haja vista que a geração de um MDE tem um alto custo valor agregado, tanto de equipamentos como de pessoal especializado para operar esses mesmos equipamentos e tratar os dados gerados no levantamento. Assim, é possível afirmar que quanto maior a resolução espacial de um MDE, melhores e mais precisos devem ser os equipamentos para o levantamento e mais qualificados o pessoal empregado. Ambos os fatores, que aumentam consideravelmente o custo do produto.

Porém, por mais que os MDE sejam fundamentais para as análises espaciais, nem sempre as pesquisas e/ou prefeituras de cidades menores são capazes de direcionar recursos financeiros para a compra ou geração de um MDE. Assim, normalmente gestores e pesquisadores brasileiros, para viabilizar financeiramente as suas análises, se valem de MDE gratuitos disponíveis no mercado, que em sua maioria são de menores resoluções espaciais.

Cientes deste problema, custo *versus* resolução espacial, diversos pesquisadores por meio de técnicas geoestatísticas buscaram aprimorar a resolução espacial dos MDE gratuitos disponíveis, com o objetivo de gerar novos produtos com melhores resoluções espaciais. No Brasil, o caso de maior sucesso é dado ao professor Valeriano (2008; 2010; 2010a), o qual foi capaz de gerar um aprimoramento da resolução espacial dos MDE da missão SRTM de 90 m para cerca de 30 m.

Todavia, por mais que 30 m de resolução espacial viabilize inúmeras análises, em meio a outras demandas, essa escala espacial ainda é insuficiente. Principalmente, por não possibilita a observação de fenômenos a um nível local, coibindo estudos com uma escala de maior detalhe, os quais geram mais impacto direto na sociedade.

Assim, desde os primeiros MDE da missão SRTM, até os dias de hoje, já se passaram mais de 20 anos. E das primeiras iniciativas de Valeriano, se vão mais de uma década. Neste período, com desenvolvimento e aprimoramento tecnológico, surgiram novas opções de MDE gratuitos e com melhor resolução no mercado. Um destes novos produtos, são os MDE gerados com dados derivados do Satélite japonês ALOS, obtidos pelo sensor PALSAR.

Alguns autores testaram as potencialidades do uso dos MDE derivados do satélite ALOS, como Quina (2019), acerca da sua capacidade de estimular novos estudos em locais com carência de dados com melhores escalas espaciais:

(...) em função do custo-benefício das imagens do satélite ALOS, para a geração de Modelos Digitais de Elevação, por exemplo, a utilização deste produto pode ser de grande valia para a geração de produtos cartográficos, principalmente para áreas onde existem poucas informações cartográficas com detalhes (Quina, 2019, p. 122).

Porém, surge o questionamento, de quais seriam os efeitos (ganhos e/ou perdas) de aplicar técnicas geoestatísticas de interpolação nestes MDE do ALOS-PALSAR de 12,5 m a fim de obter produtos com uma resolução espacial melhor que 12,5 m, semelhante a ideia geral Valeriano (2008; 2010; 2010) no MDE do SRTM. E para além da simples aplicação das técnicas de Krigagem, entendendo que existem inúmeros interpoladores, quais seriam os mais indicados para a execução deste procedimento se comprovada sua viabilidade?

Com o intuito de responder a esses questionamentos, o presente artigo tem como objetivo promover uma análise comparativa entre o processo de interpolação com diferentes técnicas geoestatística em MDE para uma melhora na sua resolução espacial. Para tal, foi realizado um estudo de caso usando MDE derivados de dados sensor ALOS-PALSAR, na

tentativa de verificar quais são as reais perdas e ganhos na qualidade dos MDE ao executar tais procedimento.

Revisão teórica

Modelos digitais de elevação e interpoladores

Um modelo digital de elevação pode ser definido de maneira simples como uma representação tridimensional de uma superfície, onde é descrita matematicamente como uma matriz regular, a qual cada célula possui um valor altimétrico de um corpo celeste qualquer. Li, Zhu e Gold (2004), relatam que o primeiro uso registrando de um modelo digital de elevação foi na década de 80 com as aplicações de Miller e Laflamme:

The first application of DTM is in civil engineering, more precisely, highway engineering. In 1957, Roberts (1957) proposed the use of DTMs for highway design. One year later, Miller and Laflamme (1958) used the data to set up a cross-section (profile) model and coined the concept of DTMs for the first time. Thereafter, Roberts and his colleagues at MIT developed the first terrain modeling system. This system could not only interpolate in the sections 50 (profiles), but also calculate the cut-and fill between sections and provide useful data for engineering design.(Li et al., 2004, p. 285)

Porém, desde as aplicações de Miller e Laflamme, devido ao constante avanço tecnológico e o surgimento de novas técnicas e metodologias outras maneiras e aplicações foram encontradas para a geração destes modelos da superfície terrestre. Na constância que se aumentavam as formas e os tipos de levantamento (assim como a maneira que os dados eram apresentados) iniciou-se debates sobre a forma correta de nomear e definir os produtos que eram criados, de acordo com o tipo de levantamento e forma como era modelada a superfície de interesse.

Mas, ainda hoje não ocorre uma padronização entre os nomes. Uma vez que, os nomes passaram a variar de acordo com o país de origem do pesquisador que utiliza ou da localização da agencia disponibiliza os dados. Pois, Hasmann, Camargo e Orenha-Ottaiano (2014) ao realizarem um estudo comparativo entre os nomes internacionais e as traduções e

transliterações aplicadas nos materiais brasileiros:

O sensoriamento remoto é uma área predominantemente desenvolvida no exterior. Países como Estados Unidos, China, Alemanha e Rússia, por exemplo, têm avançados centros de pesquisa e desenvolvimento dessas técnicas para serem aplicadas em prol do bem-estar e defesa do ser humano. No Brasil, por ser um país onde está disciplina é considerada emergente, a fixidez lexical ainda se encontra no início. Para Pavel (2003), a maioria dos grupos fixos de palavras deriva das disciplinas-mãe, além disso, notamos não haver uma padronização em suas utilizações. Em razão dessa não padronização, este artigo teve como objetivo mostrar as dificuldades que tradutores ou alunos podem encontrar ao ter de lidar com acrônimos e siglas na área de sensoriamento remoto.(Hasmann et al., 2014)

Assim, frente a falta de consenso é necessário apresentar as definições e nomes usados ao longo do artigo para designar os materiais trabalhos e produtos gerados ao longo da pesquisa. Isso é necessário a fim de não gerar interpretações ambíguas ou desconexas com o texto apresentado.

O primeiro termo apresentado, são os Modelos Digitais do terreno (MDT), que é usado para definir uma matriz regular com uma posição ajustada em um referencial espacial x e y (coordenadas), no qual o valor da variável Z vai determinar sua temática. Neste sentido os MDT são a forma de definir mais simples possível um determinado material, pois com a variável Z “Pode-se modelar valores de altura (relevo), profundidade (batimetria), temperatura, teor de um elemento químico, ou qualquer outro fenômeno associado a cada posição espacial da área de interesse”(Felgueiras et al., 1989, p. 3).

Entre os MDT, aqueles em que a variável Z é composta por valores de altimetria somado aos valores de altura dos copos que estão sobre a superfície, são denominados de Modelos Digitais de Superfície (MDS) (Viana, 2017). Por outro lado, aqueles MDT que tem como a variável Z apenas a topografia do relevo, excluindo a altura dos corpos sobre ele, são chamados de MDE (Li et al., 2004). Em síntese todos os MDE e MDS são MDT, mas nem todo MDS é um MDE, salvo em locais os quais não existam corpos sobre a superfície (Figura 1).

Contudo tanto os MDS como os MDE, na sua Geração parte de um princípio semelhante, os quais a partir de pontos amostrais com os valores altimétricos conhecidos, forma-se o que se chama em sensoriamento remoto de nuvem de pontos amostrais. Onde a partir de um “n” número de pontos, se infere os valores de outros pontos de valor desconhecidos, localizados ao redor dos pontos amostrais centrais. Todo esse processo, é o que se chama de processo de interpolação de dados.

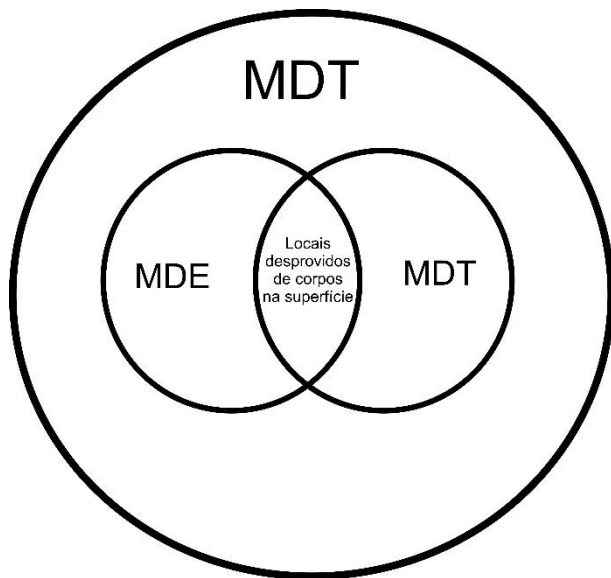


Figura 1: Relação entre MDT, MDS e MDE

Fonte: Do Autor, 2021

Interpolação e interpoladores

Independente da forma de sua nuvem de pontos usada na geração de um modelo tridimensional do terreno (seja um MDE ou MDS), é necessário a partir dos pontos amostrais (locais de valores conhecidos), determinar os valores dos demais pontos vizinhos circundantes fazendo inferências. E para esse processo de determinação dos valores dos pontos desconhecidos, ocorre a necessidade de recorrer a algumas técnicas geoestatísticas, chamadas de interpoladores.

De maneira geral, todos os interpoladores geoestatístico partem da premissa que aqueles pontos mais próximos entre si, tendem na realidade a serem mais parecidos que aqueles pontos mais distantes (MATOS, 2005). Mas, os interpoladores são baseados em formulações matemáticas, que

tendem a gerar resultados diferentes devido a maneira como cada um trata e correlacionam os dados, durante os cálculos.

Devido a essas singularidades inerentes a cada método de interpolação não é incomum que ocorra divergências entre pesquisadores de qual interpolador é mais indicado para determinada situação, sem apresentarem de fato um respaldo mais técnico que justifique sua escolha. Desta forma, frente a grande quantidade de interpoladores disponíveis, é preciso entender o funcionamento teórico e prático de cada técnica com o foco de alinhar amostra e o escopo à técnica aplicada, evitando inconsistências nos resultados encontrados.

Neste sentido, para o processo de análise deste artigo, foram destacados 4 os interpoladores mais comuns disponíveis na maioria dos *softwares* de geoprocessamento e sensoriamento remoto. Porém, antes de empreender as discussões estatísticas sobre seu desempenho, serão apresentadas suas características forma conceitual, assim seu método de funcionamento, potencialidades e limitações.

Inverso da Potência das Distâncias (IDW)

O interpolado IDW, em síntese, tem a idealização mais simples da estatística/geoestatística em seu funcionamento. Durante seus cálculos de inferência, considera que os pontos mais próximos entre si, são mais parecidos do que aqueles pontos mais distantes:

(...)este interpolador local, considera que pontos mais próximos têm valores similares e possuem maior influência sobre o valor a ser interpolado, enquanto que pontos mais distantes são independentes e não exercem influência no resultado (G. Miranda et al., 2018, p. 235).

Desta maneira, segundo Childs e Esri (2004), para que esse método tenha um bom resultado no processo de inferência espacial, é fundamental à existência de uma nuvem de pontos amostrais densa, que consiga capturar bem as variações dentro do terreno analisado, complementando ainda que o :

IDW determines cell values using a linear-weighted combination set of sample points. The weight assigned is a function of the distance of an input point from the output cell location. The greater the distance, the less influence the cell

has on the output value. (Childs & Esri, 2004, p. 33)

Assim, o cálculo realizado pelo IDW funciona estimando os valores dos pontos vizinhos a partir do ponto amostrais centrais. Nestes pontos amostrais centrais serão ainda atribuídos pesos e raios de abrangência para cada um deles, os quais quanto maiores os valores do raio e peso, de um ponto maior será também sua influência entre os pontos ao seu redor (Figura 2).

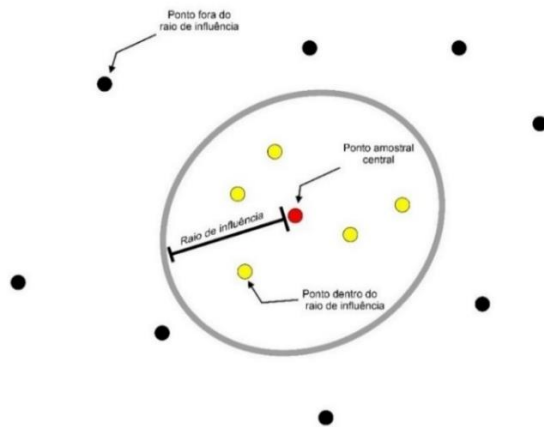


Figura 2: Esquema do funcionamento do IDW

Fonte: Gomes (2021)

Splines

Os Splines são técnicas que valem de formulações matemáticas para gerar superfícies, obrigando a superfície modelada, ao passar sobre um ponto amostral, “tocá-lo” a fim de acompanhar seus valores altimétricos. Matos (2005) sustenta que existem diversos parâmetros e ajustes que podem ser calibrados ao utilizar os Splines, com o objetivo de adequar seu modelo aos pontos amostrais, e ainda complementa, especificando que para se trabalhar com MDE, os Splines tem dificuldade em representar relevos com alterações muito acentuadas porque “tende a exagerar o valor entre os pontos interpolados nas áreas de variações bruscas” (Matos, 2005, p. 75).

Entre os diversos ajustes que podem ser realizados nos Splines, existem uma diferença fundamental que gera dois grandes tipos principais de Splines: o regular; e o tensionado. Childs (2004) apresenta que, nos MDE, enquanto os Splines regularizados leva em consideração o declive, a variação do declive e a taxa de variação do declive, os Splines tensionados em seu cálculo utilizam apenas o declive e a variação do declive.

Resultando desta forma em uma superfície mais suavizada (Figura 3).

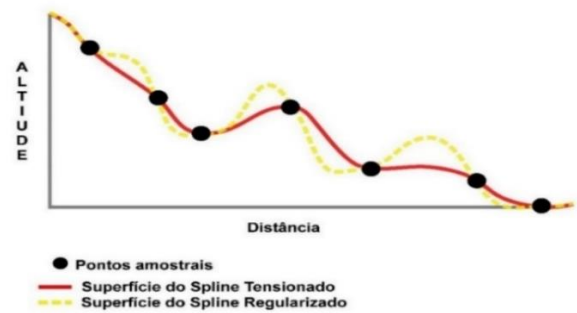


Figura 3: Processo de interpolação por Spline

Fonte: Adaptado de Wasser e Goulde (2020)

Krigagem

Não existem dúvidas, de que entre todos os métodos de interpolação, a Krigagem é o mais popular. Tal realidade se dá pelo grande poder adaptativo da Krigagem, frente aos diversos tipos e temáticas onde é capaz de ser empregada:

A Krigagem usada para a predição não requer que os dados tenham distribuição normal. Entretanto, a normalidade é necessária para se obter mapas de quantis e de probabilidade na Krigagem ordinária, simples e universal. Considerando apenas a predição criada por médias ponderadas, a Krigagem é considerada o melhor estimador não viciado[...] existem diversos 16 tipos de Krigagem. As mais comuns são a Krigagem simples, a ordinária, a universal, de indicadores, de probabilidade e a disjuntiva (Jakob & Young, 2006, p. 15)

A Krigagem passa a assumir em seus cálculos, que a localização, direção e a distribuição dos pontos são resultantes de um processo de correlação espacial entre os dados, os quais quando trabalhados em conjunto, são capazes de explicar e prever variações da temática analisada ao longo do terreno. Desta forma, nos resultados finais da aplicação da Krigagem, seus valores são determinados por um cálculo sofisticado de médias ponderadas e raios amostrais (Childs & Esri, 2004).

A diferença da Krigagem em relação aos demais métodos de interpolação, é dada pela maneira como ocorre a distribuição dos pesos entre os pontos amostrais. De modo que enquanto boa parte dos interpoladores fazem uso apenas das relações entre as distâncias, a Krigagem se vale das médias ponderadas. Assim, essa técnica busca estabelecer os pesos e valores durante o processamento dos dados, com o objetivo de

devolver uma modelagem com a menor variância na média entre os dados (MATOS, 2005).

Por mais que a Krigagem seja um dos métodos mais versáteis, se adaptando a inúmeras situações, devido a possibilidade de serem normalizadas por vários tipos de equações, acaba pagando um preço computacional muito alto para a realização destes cálculos. Uma vez que levando em conta o número total de pontos amostrais (n), o custo para modelar uma superfície pode chegar a casa de n^3 (Matos, 2005).

Vizinho Natural

Assim como nome deste interpolador sugere, seu funcionamento se baseia que a partir de um ponto amostral central se infere os valores desconhecidos em sua vizinhança. Todavia, o que passa a diferenciar esse interpolador dos demais, é a forma como ele estabelece as áreas de vizinhança entre os pontos amostrais e seu peso relativo nos pontos a serem inferidos.

O funcionamento da aplicação do Vizinho Natural para a construção de um MDE, é realizado a partir da triangulação de Delaunay e do diagrama de Voronoy. Através de um ponto amostral de valor altimétrico conhecido, com maior peso relativo na área delimitada pelo diagrama de Voronoy, são

estimados os valores de todos os pontos desconhecidos dentro de sua área de influência (Matos, 2005).

Em síntese, para a criação da triangulação de Delaunay e do diagrama de Voronoy, com uma nuvem de pontos amostrais (Figura 4.A), são criados triângulos interligando-os, de forma tal que esses pontos são usados como vértices destes triângulos (Figura 4.B). Os triângulos então produzidos, são circunscritos em um círculo (Figura 4.C) cujo ponto central (Figura 4.D) é utilizado como vértice na construção de polígonos (Figura 4.E). Esses polígonos passam a compor o diagrama de Voronoy (Figura 4.F), resultando em uma divisão em que a distância para cada vértice do polígono é igual entre os pontos amostrais que o cercam, com a menor distância possível entre dois pontos amostrais, em relação aos vértices do diagrama. Ainda é possível acrescentar que:

resultantes podem ir além da simples divisão de áreas, e serem deformados naturalmente por características ambientais, que são resultado do atrito e a influência das massas de seus pontos geradores, que devem ter poder de organizar o espaço e definir a área de influência do ponto (Moura, 2009, p. 11).

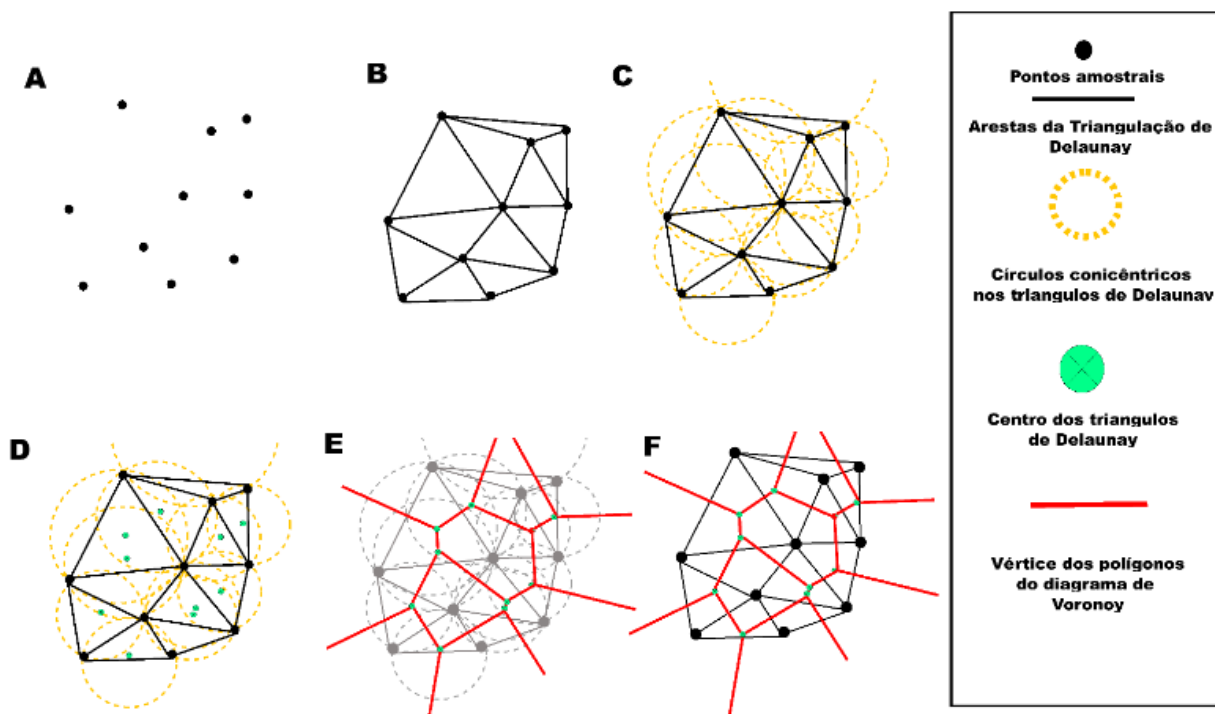


Figura 4: Esquema simplificado da geração de diagrama de Voronoy a partir da triangulação de Delaunay. Ambas utilizadas na técnica de interpolação por meio de Vizinho Natural

Fonte: Gomes (2021)

Assim para a determinação dos valores daqueles pontos desconhecidos, primeiramente são criados os polígonos de Voronoy com os dados amostrais. Após a criação dos polígonos de Voronoy com os dados amostrais, agrupam-se os pontos amostrais com os pontos de interesse, mas de valores desconhecidos, um polígono de Voronoy diferente.

Sendo o peso de cada ponto amostral no cálculo dos pontos desconhecidos, é dado entre a relação à área do polígono maior (fruto dos pontos amostrais) em relação aos polígonos menores gerados a partir da junção dos pontos amostrais com os pontos de valores desconhecidos (G. Miranda et al., 2018).

Área de estudo

A área de estudo destacada para a execução desta análise, se encontra na região oeste de Juiz de Fora, município localizado na região da Zona da Mata do Estado de Minas Gerais. Mas especificamente em uma região popularmente chamada de “Cidade Alta” pelos moradores locais. O recorte analisado, compreende uma área de 25km², que engloba parcial ou totalmente os bairros: Bosque do Imperador, São Pedro, Caiçaras, Cruzeiro de Santo Antônio, Amazônia, Milho Branco e Pedra Bonita (Figura 5).

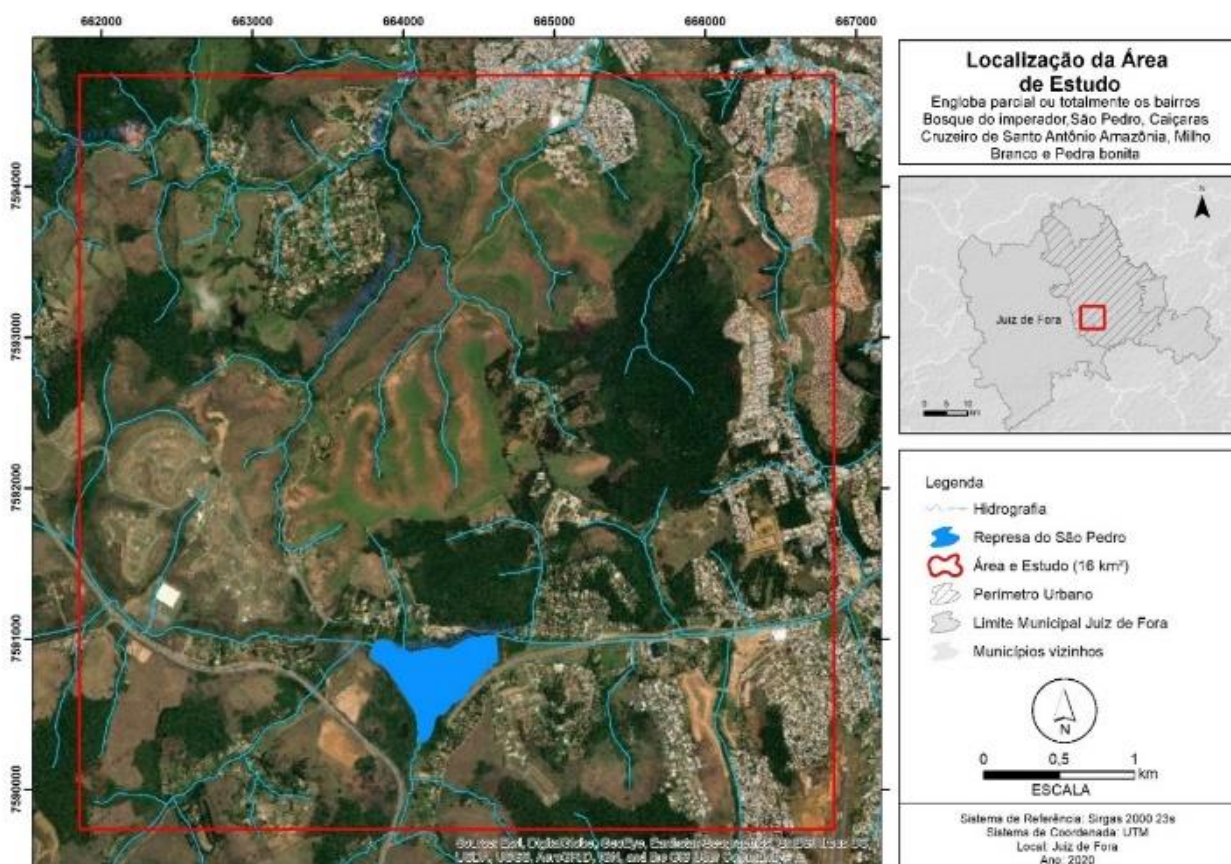


Figura 5: Mapa de localização da área de estudo
Fonte: Gomes (2021)

A seleção desta área, foi estratégica por algumas de razões como: possui um levantamento LIDAR prévio com resolução espacial de 1m, dados usados fundamentalmente como parâmetro de comparação e averiguação de qualidade dos MDE interpolados dos dados derivados do ALOS-PALSAR; a existência de formas morfológicas diversas com uma alta variabilidade de

declividade, possibilitando a comparação da qualidade das cartas de declividade gerada a partir dos MDE interpolados do ALOS-PALSAR; soma-se ainda a existência de uma amplitude altimétrica de mais de 300m em alguns trechos curtos, fomentando a capacidade de analisar o desempenho em quebras mais abruptas do relevo.

Para além das características geomorfológicas da área, o uso e ocupação de toda o recorte é interessante, uma vez que congrega áreas de densa ocupação urbana, locais de pastagem, corpos d'água, assim como fragmentos de matas com vegetação arbórea densa. Esse mosaico de tipos de uso e ocupação, viabiliza a observação do comportamento dos produtos gerados no processo de interpolação, em diferentes níveis de antropização do relevo e da cobertura do solo.

Material e métodos

Material

ALOS-PALSAR – Os MDE a serem interpolados

Os MDE derivados do ALOS-PALSAR são provenientes do satélite ALOS construído pela Agência de Exploração Espacial Japonesa (Japan Aerospace Exploration Agency - JAXA). Contudo, é preciso entender que a JAXA nasce em 2003 em meio a uma junção de diversas agências governamentais japonesas, mas a idealização e estudos preliminares se iniciaram ainda na década de 1990, com a construção dos primeiros protótipos, sendo em 2006 posto em operação (JAXA, 2008).

O ALOS possui três sensores principais, quais sejam, o Panchromatic Remote-sensing Instrument Stereo Mapping (PRISM), o Advanced Visible and Near Infrared Radiometer type 2 (AVNIR-2) e o Phased Array type L-band Synthetic Aperture Radar (PALSAR). Dentre esses tanto o sensor PALSAR quanto o sensor AVNIR-2 são capazes de gerar modelos tridimensionais da superfície terrestre, com uma resolução espacial de 12,5m nível de processamento 1.5, que se refere a “Imagens processadas com aparência múltipla projetada para mapear coordenadas. As latitudes e longitudes no produto são calculadas sem considerar a altitude.” (JAXA, 2008, p. 99)

Todavia, enquanto o primeiro se vale da tecnologia de levantamentos por pulsos de radar e tem o acesso livre aos seus dados, o AVNIR-2 vai funcionar como radiômetro microcromático sensível à região do infravermelho próximo, além de três telescópios, que a integração de seus dados permite a construção de imagens tridimensionais da superfície terrestre (JAXA, 2008), mas seus dados possuem licença de uso proprietária.

LIDAR – A base para comparação

Gomes., F., C., M., Zaidan., R., T., Rocha., C., H., B.

Na tentativa de comparar a qualidade dos MDE do ALOS-PALSAR para melhores resoluções espaciais, foi necessário ter um MDE de controle, considerado como de maior qualidade e resolução espacial a fim de estabelecer o comparativo. Neste sentido foi criado um MDE com dados provenientes de um levantamento LIDAR realizado pela prefeitura de Juiz de Fora em 2007, na mesma escala temporal do MDE ALOS-PALSAR usado para a análise.

Contudo, é evidente que tanto o MDE derivado dos dados do ALOS-PALSAR (originalmente com 12,5m de resolução espacial) assim com o MDE gerado com dados do LIDAR (originalmente com 1m de resolução espacial) são abstrações da realidade com erros inerentes a sua construção presente. Pois teoricamente, todos os modelos são simplificações da realidade. Mas, um modelo com 1m de resolução espacial está mais próximo da realidade (e em teoria “menos errado”) que um modelo com 12m de resolução espacial, ou até mesmo um modelo interpolado usando como base os dados derivados do ALOS-PALSAR. De maneira que, se torna viável o uso dos dados do LIDAR como parâmetro de comparação e aferição de qualidade nesta presente análise (Figura 6).

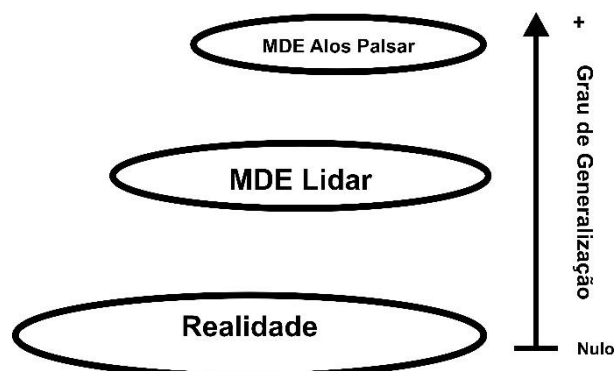


Figura 6: Relação entre o MDE LIDAR e ALOS-PALSAR frente a realidade
Fonte: Do autor (2021)

Métodos

Inicialmente, para a elaboração da análise, foi executado a geração dos MDE em nas escalas espaciais de 6m, 8m e 10m, provenientes dos dados originais dos MDE do LIDAR e ALOS-PALSAR. No caso do segundo, esses MDE foram criados usando diversos métodos de interpolação, o foco principal da discussão deste artigo. Com os MDE construídos, a segunda etapa tomou forma pela aplicação de diversos testes estatísticos para determinar a qualidade e semelhança dos dados do

MDE derivados dos dados do ALOS-PALSAR interpolado, frente ao LIDAR.

Geração dos MDE derivados do ALOS-PALSAR e dos MDE LIDAR usados para a comparação

O processo de comparação dos MDE do ALOS-PALSAR tem seu início com a interpolação, através de diferentes técnicas, dos dados provenientes do sensor PALSAR, originalmente com uma escala espacial de 12,5m, para outras três resoluções espaciais de 10m, 8m e 6m. Para esse procedimento foram aplicados 4 e 4 interpoladores distintos, presentes no ArcMap 10: **IDW, Krigagem, Spline e Vizinho Natural**.

A realização deste processo de interpolação, se inicia com o *raster* original do ALOS-PALSAR da área de estudo, com 12,5m de resolução espacial sendo carregado no ambiente do ArcMap. Posteriormente, através da rotina **ArctoolBox → Conversion tools → From raster → Raster to point**, é extraído do *raster* uma nuvem de pontos referentes aos valores altimétricos de cada pixel de 12,5m.

Com esses pontos, o processo de interpolação se deu através da aplicação dos métodos de IDW, Spline, Vizinho natural e Krigagem pela rotina **ArctoolBox → Spatial analyst tools → Interpolation → O método a ser aplicado**. Ao definir os parâmetros opcionais dos *rasters* de saída, foram determinadas três resoluções espaciais básicas: 10m, 8m e 6m.

Com os MDE derivados do ALOS-PALSAR re-interpolados gerados, era necessária a criação dos MDE com dados derivados do sensor LIDAR para serem usados como parâmetro de controle de qualidade. Esse processo tem início com um conjunto de curvas de nível com equidistâncias de 1m da área de estudo, levantadas com o LIDAR.

A partir desses vetores, foi criado um MDE através da técnica de geração do modelo triangular de superfície (TIN). A opção dessa forma de abordagem na criação do MDE a partir do LIDAR, é justificada por ser capaz de eliminar os ruídos do chamado “efeito dossel”, nos MDE base de comparação. Pois partindo das curvas de nível já ajustadas, a representação do relevo seria mais próxima ao real possível, deixando de correr o risco de computar a altura de elementos contidos sobre a superfície.

Outro fator a ser levado em conta pela opção da criação do TIN é a sua capacidade de integrar as descontinuidades do terreno. Assim, se

Gomes., F., C., M., Zaidan., R., T., Rocha., C., H., B.

tratando de interpolação por meio de curvas de nível para a geração de MDE, o TIN é visto como mais apropriado devido à sua capacidade de considerar na sua interpolação as linhas de estrutura, linhas de quebras e outras particularidades do terreno. (CÂMARA, 1996; ROCHA, 2019).

Para a geração do MDE derivado dos dados do LIDAR, no *ArcMap10*, foram inseridos os vetores das curvas de nível de equidistâncias de 1 m, os vetores da hidrografia e dos corpos d' água da região e, por fim, a nuvem de pontos cotados, referentes ao levantamento aerofotogramétrico da Prefeitura Municipal de Juiz de Fora feitos em 2007.

Sendo o TIN, gerado pela rotina: **ArctoolBox → Conversion tools → From raster → Raster to point**. Posteriormente, foi convertido para um *raster*, segundo a rotina **ArctoolBox → 3D Analyst Tools → Conversion → From Raster → Tin to Raster**, onde se estabeleceu as mesmas resoluções espaciais de 10m, 8m e 6m para os *rasters* de saída. Com o objetivo de criar uma base de comparação equivalente entre as matrizes dos MDE no MatLab posteriormente.

Análises Estatísticas Realizadas Entre os mdes

Após a geração de todos os MDE, os dados foram inseridos no ambiente MatLab, a fim de realizar uma análise estatística cruzada de célula a célula dos valores que compõem todos os MDE. Os testes aplicados foram de três tipos básicos: Testes de correlação, testes de quantificação de erros e de incertezas

A primeira análise foi a de correlação com o teste de **Coefficiente da Correlação de Pearson (r)**. Esse teste analisa qual a correlação linear entre uma variável A e outra B, permitindo comparar entre o quanto os MDE gerados a partir dos dados derivados ALOS-PALSAR – por meio de diversos interpoladores – é semelhante àquele gerado tendo como origem os produtos de resolução espacial maiores, provenientes de dados do LIDAR.

Sendo que o coeficiente de correlação linear de Pearson obtido matematicamente pela fórmula 1:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{(\sum(x_i - \bar{x})^2)(\sum(y_i - \bar{y})^2)}} \\ \text{fórmula 1}$$

Onde:

x_i = Valores das amostras x

$\bar{x}$ = Média dos valores das amostras x

y_i = Valores das amostras Y

$\bar{Y}$ = Média dos valores das amostras y

Além do teste de correlação, foram aplicadas análises relativas à inferência espacial, a fim de medir a forma e composição das diferenças entre ambos os conjuntos de dados. De maneira que foram aplicados os testes do: **Erro Médio Absoluto (EMA)**, o **Erro Médio Quadrático (EMQ)** e a **Raiz do Erro Quadrático Médio (REMQ)**. Testes esses que os trabalhos de Quina (2019), Oliveira (2019) e Trindade (2018) já se se mostraram adequados a esse tipo de análise.

O **EMA** é capaz de dimensionar a assimetria média dos valores estimados (ALOS-PALSAR) em relação aos valores observados nos dados de parâmetro de controle (LIDAR). Barbosa sustenta que “seu valor ideal seria igual a zero. Assim, o erro médio tende a ser pequeno na medida em que os erros negativos e positivos se compensem” (Barbosa, 2010, p. 25). Esta avaliação é descrita pela fórmula 2:

$$EMA = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n |Vo - Vp|)$$

fórmula 2

Onde:

Vo = Valores originais

Vp = Valores previstos

n = Números de observações

O **EMQ** foi o segundo teste aplicado e tem como objetivo demonstrar a diferença entre um determinado conjunto de valores estimados frente aos valores verdadeiros, que, no caso, são os obtidos pelo LIDAR. Quanto mais próximos de

zero, os seus resultados comparativos entre os dados são melhores. Configura-se como um dos mais populares testes na comparação de imagens digitais (Dourado, 2014), pois ao elevar ao quadrado os erros, ocorre a ampliação das diferenças (fórmula 3):

$$EMQ = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n (Vo - Vp)^2)$$

fórmula 3

Onde:

Vo = Valores originais

Vp = Valores previstos

n = Números de observações

O último teste foi a **Raiz do Erro Médio Quadrático (REMQ)**. Essa avaliação consiste em tirar a raiz quadrada do erro médio quadrático. A aplicação desta avaliação, em síntese, devolve o resultado quantitativo da diferença entre a predição (MDE ALOS-PALSAR interpolados) e a medida tida como real (LIDAR) (Oliveira, 2019). Tal equação pode ser descrita pela fórmula 4:

$$REMQ = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n (Vo - Vp)^2)}$$

fórmula 4

Onde:

Vo = Valores originais

Vp = Valores previstos

n = Números de observações

Resultados e discussão

Ao todo foram gerados 36 MDE nas resoluções espaciais de 10m, 8m e 6m referentes a cada um dos interpoladores presentes na plataforma ArcMap 10. (IDW fixo, IDW variável, Krigagem Ordinária Circular, Krigagem Ordinária Exponencial, Krigagem Ordinária Gaussiana, Krigagem Ordinária Linear, Krigagem Ordinária Esférica, Krigagem Universal Linear, Krigagem Universal Quadrática, Spline Regularizado, Spline Tensionado e Vizinho Natural). Além dos 3 MDE parâmetro para comparação, derivado do LIDAR, também as resoluções espaciais de 10m, 8m e 6m.

No que tange aos coeficientes de correlação e de determinação, assim como os de erro, demonstraram em todos os métodos de

interpolação uma forte semelhança quando comparados com o MDE LIDAR, independente das resoluções espaciais analisadas. Isso se deve ao número considerável de amostras, que forçar uma tendência de equidade entre os interpoladores, como já demonstrado por Miranda (2018; 2017). Contudo, as mínimas diferenças entre os resultados de acordo com os métodos de interpolação, possibilitam a observação de certos padrões de comportamento inerentes a alguns tipos de interpoladores e suas abordagens teóricas.

Na escala espacial de 10m, entre os interpoladores que obtiveram o melhor e pior desempenho frente aos testes estatísticos aplicados, foram respectivamente o método do vizinho natural e a Krigagem Gaussiana, comportamentos facilmente compreensíveis ao observar o

funcionamento dos interpoladores e a origem dos dados de entrada (Tabela 1).

De maneira geral, as equações Gaussianas têm uma tendência a suavizar as superfícies matematicamente. Desta forma, é plausível conceber que durante o processo de interpolação, a Krigagem Gaussiana ao gerar a nova superfície na escala espacial de 10m passou a suavizar as superfícies, acumulando mais erros ao longo da criação do MDE quando comparado com o MDE usado como base de parâmetro, logo obtendo assim os piores resultados nos testes estatísticos.

Por outro lado, os melhores resultados obtidos na escala espacial de 10m estão relacionados ao uso do método de interpolação do vizinho natural. Esse bom desempenho na escala espacial de 10m deste interpolador, se justifica principalmente pela a escala espacial dos dados de entrada do ALOS-PALSAR (12,5m) para a escala de saída do novo MDE (10m), o qual se mostra uma “melhora de resolução pequena” (na ordem de 2,5m).

Fator que, levando em conta o funcionamento do método do vizinho natural, faz com o interpolador precise inferir menos pontos desconhecidos a partir dos conhecidos, diminuindo os erros e incertezas. Pois os Polígonos de Voronoy dos pontos conhecidos e desconhecidos. Ele calcula a relação entre a área de ambos para determinar os valores do novo MDE; de maneira geral, os polígonos na escala de 10m e na escala original de 12,5m seriam parecidos.

Contudo, quanto mais se avança, em direção a uma “melhora” na escala espacial dos MDE, por meio do uso de interpoladores, os coeficientes de correlação diminuem e os erros aumentam em relação as análises estatísticas, comportamento natural haja vista que aumenta a necessidade de inferir mais valores desconhecidos, a partir dos pontos conhecidos. E com essa ampliação das incertezas, o desempenho dos interpoladores também é modificado, haja vista que alguns vão ter uma capacidade de lidar melhor com maiores incertezas.

Tabela 1 - Resultados estatísticos dos MDE na escala espacial de 10m

MDE 10metros							
Método	Min	Max	Coeficiente de Determinação	Coeficiente da Correlação de Pearson	Erro Médio Absoluto	Erro médio quadrático	Raiz do Erro Quadrático Médio
<i>IDW fixo</i>	686,6m	997,6m	0,99275	0,99638	4,34m	34,26m ²	±5,85m
<i>IDW variável</i>	686,3m	997,8m	0,99286	0,99644	4,31m	33,84m ²	±5,82m
<i>Krigagem Ordinária Circular</i>	686,0m	998,0m	0,99283	0,99645	4,31m	33,71m ²	±5,81m
<i>Krigagem Ordinária Exponencial</i>	686,0m	998,0m	0,99283	0,99645	4,31m	33,71m ²	±5,81m
<i>Krigagem Ordinária Gaussiana</i>	686,8m	996,8m	0,99270	0,99638	4,34m	34,30m ²	±5,86m
<i>Krigagem Ordinária Linear</i>	686,7m	997,6m	0,99283	0,99645	4,31m	33,71m ²	±5,81m
<i>Krigagem Ordinária Esférica</i>	686,0m	998,0m	0,99283	0,99645	4,31m	33,71m ²	±5,81m
<i>Krigagem Universal linear</i>	686,0m	998,0m	0,99277	0,99642	4,32m	33,97m ²	±5,83m
<i>Krigagem Universal Quadrática</i>	686,0m	998,0m	0,99284	0,99646	4,30m	33,68m ²	±5,80m
<i>Spline Regularizado</i>	685,9m	998,1m	0,99282	0,99645	4,31m	33,73m ²	±5,81m
<i>Spline Tensionado</i>	685,9m	998,1m	0,99283	0,99645	4,31m	33,72m ²	±5,81m
<i>Vizinho Natural</i>	686,1m	998,0m	0,99314	0,99661	4,19m	32,25m ²	±5,68m
Max	686,8m	998,1m	0,99314	0,99661	4,34m	34,30m²	±5,86m
Min	685,9m	996,8m	0,99270	0,99638	4,19m	32,25m²	±5,68m

Fonte: Do Autor (2021)

Na geração de MDE na escala espacial de 8m, o melhor interpolador deixa de ser o vizinho natural, dando lugar para o método da Krigagem

Universal Quadrática (Tabela 2). Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de que a partir da interpolação dos dados do ALOS-

PALSAR originalmente com 12,5m para 8m de resolução espacial, as áreas de inferência passam a ser maiores, assim como a incerteza das informações modeladas.

Neste momento então, os interpoladores globais que se valem de uma relação geral dos dados de entrada para normalizar os dados em teoria, possuem uma melhor capacidade de ajuste. No caso da Krigagem Universal Quadrática, essa capacidade superior frente aos outros interpoladores analisados, pois possui a especificidade de durante o ajuste da superfície, considerar os valores dos resíduos dos dados como um balizador, para ajustar e modelar melhor a superfície, se valendo o uso dos chamados polinômios simples (SANTOS, 2010).

Todavia, essa excelência teórica dos interpoladores globais não se aplica a todos os métodos de interpolação, uma vez que é a Krigagem ordinária gaussiana, que mais uma vez recebe os piores valores de ajustes em relação ao MDE de comparação derivado do levantamento LIDAR. E assim, como na escala espacial de 10m, na tentativa de suavizar a superfície interpolada, o MDE gerado pela Krigagem gaussiana acumula erros que vão resultar em um menor desempenho frente aos testes estatísticos aplicados.

Estes erros, são ainda potencializados pela uma “melhora” na escala espacial (agora com 8m), a qual desencadeia maiores áreas de inferência de valores desconhecidos, causando uma incerteza maior nos resultados apresentados e nas tentativas de suavização Gaussiana.

Tabela 2 - Resultados estatísticos dos MDE na escala espacial de 8m

MDE 08 metros							
Método	Min	Max	Coefficiente de Determinação	Coefficiente da Correlação de Pearson	Erro Médio Absoluto	Erro médio quadrático	Raiz do Erro Quadrático Médio
<i>IDW fixo</i>	686,1m	997,9m	0,992377	0,996217	4,45m	35,68m ²	±5,97m
<i>IDW variável</i>	686,0m	997,9m	0,992415	0,996240	4,44m	35,51m ²	±5,96m
<i>Krigagem Ordinária Circular</i>	686,0m	998,0m	0,992436	0,996254	4,44m	35,40m ²	±5,95m
<i>Krigagem Ordinária Exponencial</i>	686,0m	998,0m	0,992436	0,996254	4,44m	35,40m ²	±5,95m
<i>Krigagem Ordinária Gaussiana</i>	686,7m	996,8m	0,992343	0,996199	4,46m	35,84m ²	±5,99m
<i>Krigagem Ordinária Linear</i>	686,0m	998,0m	0,992436	0,996254	4,44m	35,40m ²	±5,95m
<i>Krigagem Ordinária Esférica</i>	686,0m	998,0m	0,992436	0,996254	4,44m	35,40m ²	±5,95m
<i>Krigagem Universal linear</i>	686,6m	997,6m	0,992388	0,996221	4,45m	35,63m ²	±5,97m
<i>Krigagem Universal Quadrática</i>	686,0m	998,1m	0,992443	0,996258	4,43m	35,37m ²	±5,95m
<i>Spline Regularizado</i>	685,9m	998,1m	0,992431	0,996253	4,44m	35,43m ²	±5,95m
<i>Spline Tensionado</i>	685,9m	998,1m	0,992433	0,996254	4,44m	35,42m ²	±5,95m
<i>Vizinho Natural</i>	686,0m	998,0m	0,992434	0,996252	4,44m	35,42m ²	±5,95m
Max	686,7m	998,1m	0,992443	0,996258	4,46m	35,84m²	±5,99m
Min	685,9m	996,8m	0,992343	0,996199	4,43m	35,37m²	±5,95m

Fonte: Do Autor (2021)

O mesmo comportamento anterior se repete na resolução espacial de 6m (Tabela 3), os quais continuam sendo a Krigagem Gaussiana com os piores resultados comparativos frente as informações derivadas do LIDAR, enquanto por outro lado o melhor desempenho deriva da Krigagem Universal Quadrática e seus ajustes dos resíduos por meio dos polinômios.

Contudo, passa a ser observado valores um pouco maiores de correlação e menores de erros, o que aparentemente pode ser considerado uma inconsistência, já que suscitaria o questionamento “Como podemos ter mais bem resultados de testes estatísticos, na escala de 6m onde inferimos mais valores que na escala de 8m?”.

E não há dúvidas que esse seja um questionamento válido, que precisa de análises

mais aprofundadas para uma resposta assertiva. Contudo, é plausível de acreditar que ocorra uma ressonância entre os dados do LIDAR (usado como parâmetro para a comparação) em relação ao ALOS-PALSAR exatamente na escala de 6m, talvez relacionada com o fato de que segundo a JAXA(2008) para dois looks¹, a escala espacial dos dados originais do ALOS-PALSAR é na casa dos 6,5m.

Porém, com os resultados apresentados, é possível afirmar o que já parecia ser evidente: *não ocorre ganhos reais com o processo de interpolação para resoluções espaciais com maior detalhe, independentemente do método de interpolação usado.* Esse comportamento é fácil de entender devido a impossibilidade de criar informação ou dados a partir do produto original de 12,5m.

Neste sentido, mesmo que seja reduzido o tamanho dos pixels para gerar os novos MDE através da aplicação de diversos métodos de interpolação, cada qual com suas potencialidades e deficiências, a fonte original dos dados sempre terá uma resolução espacial de 12,5m.

Mas, mesmo que não haja ganhos reais neste processo, é possível mensurar as perdas que ocorrem no emprego de interpoladores nas tentativas de aumento da resolução espacial de um MDE. O que em tese, forneceria subsídios para que os pesquisadores que optarem por usar destas técnicas na geração de um MDE por motivos diversos de melhor resolução espacial, tenha a plena consciência do aumento do grau de incerteza das informações que estão gerando.

Tabela 3 - Resultados estatísticos dos MDE na escala espacial de 6m

MDE 6 metros							
Método	Min	Max	Coefficiente de Determinação	Coefficiente de Correlação de Pearson	Erro Médio Absoluto	Erro médio quadrático	Raiz do Erro Quadrático Médio
<i>IDW fixo</i>	686,15m	997,99m	0,99317	0,99662	4,18m	32,05m ²	±5,66
<i>IDW variável</i>	686,13m	997,99m	0,99318	0,99662	4,18m	31,99m ²	±5,66
<i>Krigagem Ordinária Circular</i>	686,00m	998,05m	0,99321	0,99664	4,17m	31,87m ²	±5,65
<i>Krigagem Ordinária Exponencial</i>	686,00m	998,05m	0,99321	0,99664	4,17m	31,87m ²	±5,65
<i>Krigagem Ordinária Gaussiana</i>	686,67m	996,83m	0,99310	0,99658	4,20m	32,37m ²	±5,69
<i>Krigagem Ordinária Linear</i>	686,00m	988,05m	0,99321	0,99664	4,17m	31,87m ²	±5,65
<i>Krigagem Ordinária Esférica</i>	686,00m	998,05m	0,99321	0,99664	4,17m	31,87m ²	±5,65
<i>Krigagem Universal linear</i>	686,63m	997,51m	0,99314	0,99660	4,19m	32,16m ²	±5,67
<i>Krigagem Universal Quadrática</i>	686,00m	998,12m	0,99321	0,99664	4,17m	31,83m ²	±5,64
<i>Spline Regularizado</i>	685,82m	998,14m	0,99320	0,99664	4,17m	31,89m ²	±5,65
<i>Spline Tensionado</i>	685,86m	998,10m	0,99320	0,99664	4,17m	31,87m ²	±5,65
<i>Vizinho Natural</i>	686,04m	998,00m	0,99320	0,99664	4,17m	31,89m ²	±5,65
Max	686,67m	998,14m	0,99321	0,99664	4,20m	32,37m²	±5,69
Min	685,82m	988,05m	0,99310	0,99658	4,17m	31,83m²	±5,64

Fonte: Do Autor (2021)

Considerações finais

O objetivo deste artigo foi responder sobre a possibilidade de gerar MDE de maior detalhe usando como base dados mais generalistas com o

¹ O termo look se refere aos números de subdivisões que uma imagem de radar é submetida para que possa ser compensado o efeito de ruído de speckle. Quanto menor o número de visadas, melhor a resolução da imagem, Gomes., F., C., M., Zaidan., R., T., Rocha., C., H., B.

porém maiores são os valores de inconsistências nos dados dando a aparência do que é chamado de “salpicamentos” na imagem (SILVA, 2013)

emprego de técnicas de interpolação e de inferência espacial. Isso porque, se tal realidade fosse apresentada como promissora, possibilitaria uma nova fronteira para alguns tipos de estudos. Os quais tem suas áreas aplicação e análise limitadas pela falta de bases cartográficas de maior detalhe.

Neste sentido, foi possível concluir que o processo de interpolação dos dados dos MDE derivados do ALOS-PALSAR com 12.5m pode ser executado, desde que seja assumido os erros, generalizações e perdas de informação causadas por esse procedimento. Por conta disso, é essencial que ocorra uma formação aprimorada dos pesquisadores e técnicos a fim de compreenderem o processo que fundamentam essa técnica, que vão desde o levantamento bruto das informações em campo, processamento dos dados, até serem finalizadas no uso do MDE ou de seus subprodutos em um estudo científico.

Pois, por mais que não seja possível evitar as perdas de informação, com um conhecimento real do funcionamento das técnicas de interpolação, é possível mensurar as possíveis perdas, analisando se são aceitáveis dentro do escopo do projeto em que estão sendo empregadas.

Para além da temática de interpolação e interpoladores aplicados na geração de MDE, como essas técnicas tem um vasto uso em outras áreas do conhecimento, existe também uma necessidade um letramento mais aprimorado para esse tratamento e análise de dados entre os geocientistas.

Uma vez que, o pesquisador ao utilizar a técnica por estar acessível no software GIS, precisa ter plena consciência e responsabilidade técnica para justificar sua opção por um ou outro interpolador.

Agradecimentos

Agradecemos Programa de Pós-graduação em Geografia da UFJF. E a Universidade Federal de Juiz de Fora, por honrar seu eterno compromisso com a sociedade brasileira em promover, difundir e gerar conhecimento público de qualidade que me propiciou o suporte para a realização desta pesquisa.

Referências

Barbosa, D. D. da S. (2010). Previsão de demanda em um comércio de móveis e eletrodomésticos [Universidade Federal de Juiz de Fora].

http://www.ufjf.br/engenhariadeproducao/files/2014/09/2010_3_Dimas.pdf.

Câmara, G. (1996). Desenvolvimento de Sistemas de Informação Geográfica no Brasil: Desafios e Oportunidades. Palestra Proferida Na Semana de Geoprocessamento Do Rio de Janeiro, 1–11. <http://www.dpi.inpe.br/gilberto/present/segeo.html>.

Childs, C., & Esri. (2004). Interpolando Superfícies em ArcGIS Spatial Analyst. 32–35.

do Carmo, E. J., Rodrigues, D. D., & Dos Santos, G. R. (2015). Avaliação dos interpoladores krigagem e topo to raster para geração de modelos digitais de elevação a partir de um “as built.” Boletim de Ciencias Geodesicas, 21(4), 674–690.

Dourado, W. (2014). Avaliação de Técnicas de Interpolação de Imagens Digitais [Universidade Estadual Paulista]. In Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional.

Felgueiras, C. A., Urashima, C. A., & Soares, M. L. C. P. (1989). Geração de modelos de grade triangular em ambiente de microcomputador. V Simpósio Latinoamericano Sobre Sensores Remotos, Iv, 8. <http://mtc-m12.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/iris@1912/2005/07.19.00.31.59/doc/INPE4974.pdf>.

Giongo, M., Koehler, H. S., Machado, S. do A., Kirchner, F. F., & Marchetti, M. (2010). LIDAR: princípios e aplicações florestais. Pesquisa Florestal Brasileira, 30(63), 231–244. <https://doi.org/10.4336/2010.pfb.30.63.231>.

Gomes, F. C. M. (2021). Análise comparativa de métodos de interpolação em modelos digitais de elevação [Programa de Pós-Graduação em Geografia (UFJF)]. <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/12594>.

Hasmann, D. dos S., Camargo, D. C. de, & Orenha-Ottaiano, A. (2014). Investigando a tradução de acrônimos e siglas da área de sensoriamento remoto: uma proposta do ponto de vista fraseológico. Caderno de Letras Da UFF, 25–47.

Jakob, A. A. E., & Young, A. F. (2006). O uso de métodos de interpolação espacial de dados nas análises sociodemográficas. XV Encontro Nacional de Estudos Populacionais, 22. <http://www.nepo.unicamp.br/vulnerabilidade/admin/uploads/producoes/MétodosInterpolação.PDF>.

JAXA, J. A. E. A. (2008). ALOS Data Users Handbook. In Japan Aerospace Exploration

- Agency (Ed.), Earth Observation Research and Application Center Japan Aerospace Exploration Agency (Issue March). Japan Aerospace Exploration Agency. http://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/doc/fdata/ALOS_HB_RevC_EN.pdf.
- Li, Z., Zhu, Q., & Gold, C. (2004). Digital terrain modeling: Principles and methodology. In *Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9780203357132>.
- Maciel, A. de O. (2011). Aplicações: Mapeamento Móvel utilizando tecnologia LIDAR. Anais XV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR.
- Matos, A. (2005). Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul. [Escola Politécnica da Universidade de São Paulo]. <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3138/tde-10102005-104155/en.php>.
- Miranda, G. H. B. (2017). Análise De Amostragem E Interpolação Na Geração [Universidade Federal de Viçosa]. https://www.locus.ufv.br/bitstream/handle/123456789/10840/texto_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y.
- Miranda, G., Medeiros, N., dos Santos, A., & dos Santos, G. (2018). Análise de Qualidade de Amostragem e Interpolação na Geração de MDE. *Revista Brasileira de Cartografia*, 70(1), 226–257. <https://doi.org/10.14393/rbcv70n1-45255>.
- Moura, A. C. M. (2009). Aplicação do modelo de polígonos de voronoi em estudos de áreas de influência de escolas públicas: estudo de caso em ouro preto – MG. *Revista Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos*, 3(2), 25.
- Oliveira, E. D. de. (2019). Simulações da temperatura do ar na superfície baseadas nos efeitos do fluxo de raios cósmicos galácticos sobre o balanço radiativo global [Universidade Federal do Rio Grande do Norte].
- Quina, R. R. (2019). Avaliação do MDE gerado pelo sensor palsar/satélite alos, como alternativa para o zoneamento de áreas de risco a escorregamentos em locais com deficiência de dados [Universidade Federal de Juiz de Fora]. <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/10266>.
- Rocha, C. H. B. (2019). *Geomática na prática* (1st ed.). Editora CRV. <https://doi.org/10.24824/978854443113.9>.
- Trindade, P. M. P. (2018). Análise espaço temporal da temperatura em santa maria – rs a partir de imagens termais landsat 8 e experimento de campo [universidade federal do rio grande do sul].
- Valeriano, M. D. M. (2008). Topodata : Guia Para Utilização De Dados Geomorfológicos Locais [Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)]. In Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). <http://mtc-m16c.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/07.11.19.24/doc/publicacao.pdf>
- Valeriano, M. D. M., & Albuquerque, P. C. G. (2010). Topodata : Processamento Dos Dados Srtm. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, 79. <https://doi.org/http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m19@80/2010/05.10.18.42..>
- Valeriano, M. de M., & Rossetti, D. D. F. (2010). Topodata: Seleção De Coeficientes Geoestatísticos Para O Refinamento Unificado De Dados Srtm. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 74. <http://mtc-m16d.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m19@80/2010/05.10.18.35/doc/publicacao.pdf>.
- Viana, D. C. (2017). Análise da qualidade cartográfica de mds e mde gerados por vant e refinados com uso de dados gnss rtk [Universidade Federal de Viçosa]. In Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. https://www.locus.ufv.br/bitstream/handle/123456789/19991/texto_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y.
- Wasser, L., & Goulde, T. (2020). *Going On The Grid -- An Intro to Gridding & Spatial Interpolation*. Neonscience. <https://www.neonscience.org/resources/learnin-g-hub/tutorials/spatial-interpolation-basics>.