

A teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele: uma revisão sistemática da literatura de dissertações e de teses brasileiras de 2000 a 2020

Van Hiele's theory of the development of geometric thought: a systematic review of Brazilian dissertations and theses literature from 2000 to 2020

Franklin Fernando Ferreira Pachêco^{1*}

 <https://orcid.org/0000-0002-4600-2103>

Resumo

Esta pesquisa teve o objetivo de analisar as dissertações e as teses brasileiras produzidas de 2000 a 2020 que discutam a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Para a obtenção desses textos, realizou-se uma revisão sistemática da literatura na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Os resultados mostram que os textos obtidos pela revisão sistemática da literatura são voltados para o estudo da geometria plana e da geometria espacial, estando ausentes discussões sobre a geometria analítica. Dentre os elementos (níveis de compreensão, fases de aprendizagem e propriedades) da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, notou-se que as dissertações e as teses se concentram com mais ênfase no debate sobre os níveis de compreensão por permitir realizar um estudo exploratório do sujeito sem interferir na realidade de seus conhecimentos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria plana. Pensamento geométrico. Van Hiele.

Abstract

This research aimed to analyze the Brazilian dissertations and theses produced from 2000 to 2020 that discuss Van Hiele's theory of the development of geometric thought. To obtain these texts, a systematic review of the literature in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations was carried out. The results show that the texts obtained by the systematic review of the literature are focused on the study of plane geometry and spatial geometry, with no discussions on analytic geometry. Among the elements (levels of understanding, stages of learning and properties) of Van Hiele's theory of the development of geometric thinking, it was noted that the dissertations and theses are concentrated with more emphasis on the debate on the levels of understanding, as they allow carrying out a exploratory study of the subject without interfering with the reality of their knowledge.

Keywords: Mathematics Education. Flat geometry. Geometric thinking. Van Hiele.

1 Introdução

A geometria plana é um ramo da matemática que estuda as figuras geométricas

Recebido em: 26/02/2023 - Aceito em: 05/03/2024

^{1*} Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Escola Municipal Juscelino Kubitschek (EMJK), Colombo, PR, Brasil. E-mail: pacheco.franklin9@gmail.com.



Μαθηματικά: epistemologia e educação, Caruaru (PE), v.2, 2024

DOI: <https://doi.org/10.51359/2965-1794.2024.257638>

Esta obra está licenciada com uma [Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

classificadas em: adimensional, unidimensional e bidimensional. Denomina-se de adimensional a figura geométrica que não possui dimensão. O ponto, por exemplo, é um objeto matemático que não dispõe de largura, de altura e de comprimento. A figura geométrica nominada de unidimensional é aquela que possui uma dimensão: o comprimento. Um segmento de reta, por exemplo, é um objeto matemático que possui apenas o comprimento. Chama-se de bidimensional a figura geométrica que é formada por duas dimensões: comprimento e largura. Um retângulo, por exemplo, é constituído de comprimento e de largura. A geometria plana não estuda as figuras geométricas espaciais, ou seja, os objetos matemáticos que possuem três dimensões (altura, comprimento e largura) porque são fontes de debate e reflexão da geometria espacial.

Nos últimos anos, alguns pesquisadores estudaram as figuras geométricas planas sob a ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele (Inoue, 2004; Van de Walle, 2009; Alves & Sampaio, 2010; Nasser & Sant'anna, 2010; Silva, 2011; Costa, 2016; Oliveira & Leivas, 2017; Pachêco & Pachêco, 2017; Silva & Pachêco, 2017; Costa & Santos, 2016).

Os responsáveis por elaborar esse aporte teórico foram os professores e pesquisadores holandeses: Dina (Dieke) Van Hiele e Pierre Marie Van Hiele. Eles, por meio de um estudo de tese de doutorado na Universidade de Utrecht, objetivaram compreender os conhecimentos de geometria plana de alunos e propor meios de experimentos de ensino de modo a favorecer a reflexão e o avanço desses conhecimentos para eles no processo de aprendizagem escolar. De acordo com Inoue (2004), o “Pierre Van Hiele (1957) tratou da formulação de esquemas e princípios psicológicos, enquanto Dina Van Hiele (1957) procurou verificar experiências didáticas para o avanço dos níveis de pensamento” (p. 61).

Eles notaram que alguns alunos sentiam dificuldades para resolver atividades relacionadas ao âmbito da geometria plana. Para a identificação dessas dificuldades foi aplicado várias atividades em que o nível de complexidade de conhecimento geométrico era ampliado a cada uma delas. Embora os Van Hiele tenham se debruçado sobre as dificuldades dos alunos relacionadas aos conhecimentos geométricos, os dois frisaram que o progresso cognitivo dos alunos dependia de como o professor conduzia o processo de ensino. Apesar de Dina Van Hiele ser uma das criadoras desse aporte teórico, ela veio a óbito após finalização da tese e com isso Pierre Van Hiele deu continuidade sozinho ao estudo com o qual é conhecido como teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico, sendo composta por três elementos: os níveis de

compreensão, as fases de aprendizagens e as propriedades da teoria.

Os níveis de compreensão, de acordo com Alves & Sampaio (2010), são caracterizados como: visualização ou reconhecimento (nível 1), análise (nível 2), dedução informal ou ordenação (nível 3), dedução formal (nível 4) e rigor (nível 5). Por meio de aplicação de teste, de atividades, de exercícios, entre outros, eles possibilitam ao pesquisador e/ou ao professor identificar os conhecimentos geométricos sobre um determinado conteúdo que possui o sujeito. Um professor, por exemplo, na busca de conhecer os conhecimentos prévios de seus alunos quanto as figuras planas quadriláteras pode aplicar um teste, em seguida com base nas características específicas de cada nível de compreensão fazer a verificação de acertos e de erros, e enquadrar o aluno a um deles.

As fases de aprendizagens são cinco: o questionamento ou informação (fase 1), a orientação direta (fase 2), a explicitação (fase 3), a orientação livre (fase 4) e a integração (fase 5). Elas auxiliam o professor e/ou pesquisador a conduzir de maneira mais sistemática o ensino de algum conteúdo de geometria no ambiente da sala de aula. A característica de cada uma delas permite o docente conduzir o processo de ensino para tornar a aprendizagem dos alunos mais rica de conhecimentos (Alves & Sampaio, 2010).

As propriedades da teoria (sequencial, avanço, implícito e explícito, linguística e combinação inadequada) contemplam as particularidades dos níveis de compreensão, ou seja, elas “norteiam” os métodos para que professores possam intervir em sala de aula pedagogicamente para que os seus alunos desenvolvam o seu pensamento geométrico, superando possíveis empecilhos.

Nos distintos países, de acordo com Alves & Sampaio (2010), a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico passou a ser usada como um guia para o professor elaborar as suas aulas e as atividades, de modo a favorecer a evolução dos conhecimentos geométricos de alunos. Por ser um aporte teórico que perpassa mais de cinco décadas e ainda se fazer presente nas pesquisas sobre geometria nas distintas etapas escolares, este estudo se debruçou em estudá-la. Diante disso, a presente pesquisa teve o objetivo de analisar as dissertações e as teses brasileiras produzidas de 2000 a 2020 que discutem a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

Para isso, realizou-se uma busca sistemática de textos na literatura, ou seja, uma revisão sistemática da literatura na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Essa abordagem, de acordo com Galvão & Pereira (2014), Brizola & Fantin (2017) e Pachêco



(2022), permite o pesquisador selecionar textos de vários pesquisadores que discutam uma temática específica.

No próximo tópico é iniciado a discussão da fundamentação teórica. Em seguida, expõe-se os procedimentos metodológicos, as análises dos resultados, as considerações finais e as referências.

2 Os níveis de compreensão da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico

Os níveis de compreensão estão organizados em cinco: visualização ou reconhecimento (nível 1), análise (nível 2), dedução informal ou ordenação (nível 3), dedução formal (nível 4) e rigor (nível 5) (Alves & Sampaio, 2010). Cada um deles, de acordo com Van do Walle (2009), possui características próprias. Quando o sujeito mobiliza todas as características de um nível, pode-se enfatizar que ele possui os conhecimentos geométricos adequados para se situar no presente nível.

A ascensão de um nível para seu posterior depende do conhecimento geométrico que cada sujeito possui e se apropria mediante a realização de vivências educacionais (atividades, testes e questionários) que estimulam a reflexão e a aprendizagem do conteúdo explorado no ambiente da sala de aula (Nasser & Sant'anna, 2010). Após o sujeito se apropriar das características de todos os cinco níveis de compreensão, de maneira hierárquica e não dependente de sua maturação biológica, destaca-se que ele desenvolveu o seu pensamento geométrico, conforme ilustrado na Figura 1.

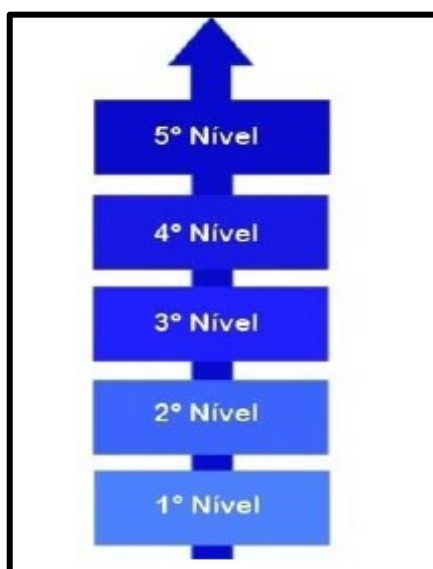


Figura 1 - Passagem dos níveis de compreensão

Fonte: Costa (2016)

O nível 1 (visualização ou reconhecimento) aborda o conhecimento geométrico do sujeito a partir de sua percepção visual, por exemplo, reconhecer figuras geométricas pela sua forma e não pelas suas propriedades. Quanto a isso, Costa (2016) menciona que “as figuras geométricas são distinguidas pelo aspecto global, sendo possível chamá-las de triângulo, quadrado, entre outros, no entanto, os estudantes não compreendem as propriedades, que possibilitam a sua identificação” (p. 65). Para ele, as atividades a serem aplicadas em sala de aula devem promover a evolução dos conhecimentos geométricos dos sujeitos.

O nível 2 (análise) contempla a identificação e o reconhecimento das propriedades das figuras geométricas (Alves & Sampaio, 2010). Por exemplo, um aluno reconhece que um quadrado é uma figura geométrica plana constituída por quatro lados com comprimentos congruentes, quatro aberturas de ângulos internas correspondendo a 90° , quatro aberturas externas congruentes com 270° , e duas diagonais congruentes e perpendiculares. Assim, o aluno é capaz de distinguir um quadrado de um triângulo, como também de um trapézio pelas suas propriedades e não apenas pela sua aparência física.

O nível 3 (dedução informal ou ordenação) contempla o debate sobre a inclusão de classes de figuras geométricas. Nesse contexto, de acordo com Alves & Sampaio (2010) e Barbosa (2011), os sujeitos conseguem ordenar logicamente as propriedades das figuras geométricas, assim reconhecendo suas semelhanças e suas diferenças. Por exemplo, os triângulos classificados quanto aos lados (equilátero, escaleno e isósceles) pertencem a classe de equivalência de figuras geométricas planas formadas por três lados e três ângulos. Apesar disso, eles se diferenciam em relação aos tamanhos de seus lados.

O nível 4 (dedução formal) se caracteriza por contemplar realizações de “provas formais”, que podem ser compreendidas como sendo demonstrações de objetos geométricos, por exemplo (Alves & Sampaio, 2010). Um aluno que se situa nele, de acordo com Costa (2016), é capaz de compreender a geometria no contexto de um sistema axiomático, entendendo o significado das demonstrações. Assim, por exemplo, ele pode demonstrar que um retângulo é constituído por dois triângulos ou ainda que a soma das quatro aberturas dos ângulos internos corresponde a 360° .

O nível 5 (rigor) é caracterizado por abordar conhecimentos geométricos além dos euclidianos, ou seja, contemplando conteúdos de geometrias como a hiperbólica e a elíptica

(Alves & Sampaio, 2010). Ele, de acordo com alguns pesquisadores (Inoue, 2004; Silva, 2011; Pachêco & Santos, 2014; Pachêco & Silva, 2017), não é apresentado na Educação Básica pelo fato de sua complexidade. Para esses pesquisadores, tais saberes geométricos são estudados no ensino superior por meio do estudo da geometria esférica que possui grupos de teoremas e axiomas onde se norteiam em linhas delineadas sobre uma esfera, ao invés de planos, por exemplo.

3 As fases de aprendizagens da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico

Além dos cinco níveis de compreensão, a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele concebe cinco fases (ou etapas) para a aprendizagem na geometria: fase 1 (questionamento ou Informação), fase 2 (orientação direta), fase 3 (explicitação), fase 4 (orientação livre) e fase 5 (integração). Elas, de acordo com Alves & Sampaio (2010), servem para auxiliar os professores na organização de suas aulas para contribuir no desenvolvimento da aprendizagem em geometria de seus alunos, fazendo-os avançar de um nível de compreensão para o seu superior. As características de cada uma delas estão expressas no Quadro 1.

Quadro 1

Fases de aprendizagens da teoria de Van Hiele

Fases de Aprendizagem	Características
Questionamento ou informação (fase 1)	- Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo; - Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido; - O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.
Orientação direta (fase 2)	- Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor; - As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
Explicitação (fase 3)	- O papel do professor é o de observador; - Os alunos trocam experiências, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas ideias.
Orientação livre (fase 4)	- Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.



Integração (fase 5)	- O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias.
------------------------	---

Fonte: Alves & Sampaio (2010, p. 71)

Embora o professor esteja presente ao longo das fases de aprendizagens, exercendo um papel relevante na elaboração de atividades e debates na sala de aula, o foco se volta para a aprendizagem do aluno diante de toda a vivência com o objeto geométrico. De modo geral, a ênfase é na construção e no avanço da aprendizagem de geometria do aluno. A idade do aluno não interfere em sua aprendizagem, por exemplo, é possível que alunos com idades distintas (um de 9 anos e um de 14 anos) mobilizem características de conhecimentos matemáticos que correspondam ao nível 3 (dedução informal ou ordenação) da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico.

4 Propriedades da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico

São cinco as propriedades que integram a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, a saber: sequencial, avanço, implícito e explícito, linguística e combinação inadequada. Elas estão associadas aos níveis de compreensão sendo relevantes para guiar o professor na organização das suas ações em sala de aula para que essa vivência propicie a aprendizagem do conteúdo de geometria para o aluno. De acordo com Crowley (1994), elas são demarcadas pelas seguintes características:

I) Sequencial - Cada nível de compreensão se apoia no seu anterior para o processo de evolução da aprendizagem geométrica. Diante disso, o aluno deve ter se apropriado das características que compõem um nível para alcançar o posterior.

II) Avanço - Considera-se que não há uma regra que possa fazer com que os alunos evoluam de um nível para o outro, assim cabe ao professor contemplar ações metodológicas que tenham por intuito o avanço do pensamento geométrico dos alunos. O avanço de um nível para o seu posterior acontece quando o conteúdo de geometria é explorado no ambiente da sala de aula pelo professor de modo que conduza o aluno a aprender, independentemente de sua idade.

III) Intrínseco e extrínseco - Em cada nível de compreensão, os objetos geométricos assumem uma postura diferente. Por exemplo, o quadrado no nível 1 (visualização ou



reconhecimento) é estudado por meio de aparência global. No nível 2 (análise), esse objeto geométrico é estudado pelas suas propriedades, e assim sucessivamente.

IV) Linguística - Em cada nível de compreensão é apresentado símbolos linguísticos específicos, como também sistemas de relações particulares que se conectam com esses símbolos. Salienta-se que algo que pode ser relevante para um nível, não pode ser para o outro. O retângulo, por exemplo, no nível 1 (visualização ou reconhecimento) é abordado pela sua aparência, no nível 2 (análise) se debate as suas propriedades, no nível 3 (dedução informal ou ordenação) se estuda a classe em que essa figura geométrica se situa, bem como as diferenças e semelhanças entre outros quadriláteras, etc.

V) Combinação inadequada - Acontece quando o aluno se adequa em um nível e o curso no qual ele está matriculado pertence a outro, com isso a aprendizagem não ocorre. Por exemplo, um aluno que está no 6º ano do Ensino Fundamental pode não compreender os conteúdos de geometria plana do Ensino Médio. Nesse contexto, percebe-se que o material usado pelo professor, o conteúdo abordado e a linguagem contemplada em sala de aula são mais elevadas que o nível do aluno, assim é possível que ele não consiga acompanhar os conteúdos do Ensino Médio.

Diante do exposto, os níveis de compreensões, as fases de aprendizagens e as propriedades da teoria de Van Hiele são um aporte para o trabalho do professor para propiciar a aprendizagem de conteúdos de geometria.

5 Procedimentos metodológicos

Este texto analisou as dissertações e as teses do Brasil que usaram a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele no período de 2000 até 2020. Os textos foram selecionados na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, adotou-se uma revisão sistemática da literatura (Galvão & Pereira, 2014; Brizola & Fantin, 2017; Pachêco, 2022). Os critérios de inclusão estão na Tabela 1.

Tabela 1

Critérios de inclusão de textos

Critérios de inclusão	Dissertações	Teses
Incluir textos que possuam a expressão “pensamento geométrico” no título	14	4



Incluir textos que possuam a expressão “raciocínio geométrico” no título	1	1
Incluir textos que possuam a expressão “modelo de Van Hiele” no título	4	0
Total	19	5

Fonte: Acervo da pesquisa

Adotou-se textos relacionados a três áreas de concentrações: educação, ensino de ciências e matemática, e matemática. Entende-se que as outras áreas, por exemplo, a Língua Portuguesa, direito, etc. são relevantes para a construção do conhecimento do cidadão, bem como para o debate de estudos científicos, porém elas não se adequam a proposta de discussão da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele que tem por ênfase o estudo de geometria.

Diante disso, os 24 textos foram submetidos a três critérios de exclusões. No primeiro critério, excluiu-se os textos que estavam anexados na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações em categoria distinta de seu tipo, por exemplo, dissertações depositadas como teses, e assim vice e versa. Por meio dessas buscas, notou-se que não havia teses e dissertações anexadas erroneamente na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Resultando na mesma quantidade de textos (19 dissertações e 5 teses).

No segundo critério, desconsiderou-se os textos duplicados. Verificou-se que não existiam teses duplicadas, em contrapartida 3 dissertações foram anexadas de maneira dobrada na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Assim, resultando no total de 21 pesquisas, sendo 16 dissertações e 5 teses.

Por fim, esses textos foram submetidos a uma leitura e verificados se as palavras-chave pesquisadas pelos títulos correspondiam a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Diante desse critério, notou-se que duas teses e uma dissertação abordavam no título o termo “pensamento geométrico” e não correspondiam ao aporte teórico contemplado nesta pesquisa. Sendo assim, o *corpus* desta pesquisa possui 18 textos (15 Dissertações e 3 teses).

Algumas informações (autor, região, estado e universidade) deles foram apresentadas no Quadro 2.



Quadro 2

Textos da revisão sistemática da literatura

Tipo de texto	Autor	Região/ Estado	Universidade
Dissertação	Oliveira (2008)	Presidente Prudente/SP	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Dissertação	Pinheiro (2008)	Fortaleza/CE	Universidade Estadual do Ceará
Dissertação	Arnoldo Júnior (2010)	Porto Alegre/RS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Dissertação	Barbosa (2011)	Ouro Preto/ MG	Universidade Federal de Ouro Preto
Dissertação	Alves (2014)	Brasília/GO	Universidade de Brasília
Dissertação	Santos (2014)	Santarém/PA	Universidade Federal do Oeste do Pará
Dissertação	Manfio (2015)	Santa Maria/ RS	Universidade Federal de Santa Maria
Dissertação	Nagata (2016)	Curitiba/PR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Dissertação	Santos (2016)	Recife/PE	Universidade Federal de Pernambuco
Dissertação	Assad (2017)	Ponta Grossa/RS	Universidade Estadual de Ponta Grossa
Dissertação	Machado (2017)	Santa Maria/RS	Centro Universitário Franciscano
Dissertação	Nascimento (2017)	Campina Grande/PB	Universidade Estadual da Paraíba
Dissertação	Silva (2018)	Santarém/PA	Universidade Federal do Oeste do



			Pará
Dissertação	Fonseca (2020)	Rio de Janeiro/RJ	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Dissertação	Santos (2020)	São Paulo/ SP	Universidade de São Paulo
Tese	Vidigal (2016)	São Paulo/SP	Universidade de São Paulo
Tese	Costa (2019)	Recife/PE	Universidade Federal de Pernambuco
Tese	Hedler (2020)	Porto Alegre/RS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Eles, que foram provenientes dos critérios (inclusão e exclusão) estabelecidos para a formação do *corpus* de dissertações e de teses, foram submetidos a três momentos para se produzir os resultados. No primeiro momento, descreveu-se os elementos (autor, objeto matemático, público alvo) dos textos. Essa abordagem permitiu conhecer se os estudos desenvolvidos pela teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele estão sendo desenvolvidos na educação básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), na formação inicial de professores e na formação continuada de professores. Além disso, tornou-se possível verificar os conceitos geométricos (triângulos, quadriláteros, prismas, pirâmides, corpos redondos, etc.) que foram objeto matemático de estudo nas dissertações e nas teses.

No segundo momento, identificou-se os elementos (níveis de compreensão, fases de aprendizagem e propriedades) da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele discutidas e trabalhadas nas dissertações e nas teses. Essa informação possibilitou a compreensão de quais discussões os autores usam com mais e menos frequência desse aporte teórico nos textos científicos do âmbito da Educação Matemática e da Matemática.

No terceiro momento, identificou-se as aproximações entre os textos da revisão sistemática da literatura. O olhar para as aproximações desses textos possibilitou notar a diversidade, a grandiosidade e a aplicabilidade da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico no âmbito dessas duas áreas de conhecimentos: Educação Matemática e Matemática.

6 Análises e discussões dos resultados



Os resultados foram produzidos de acordo com a ordem dos três momentos descritos nos procedimentos metodológicos para manter uma linha de raciocínio linear. Os textos que foram discutidos nessa seção constam no Quadro 2.

- *Primeiro momento*

Oliveira (2008) investigou as vantagens e os limites de uma proposta didática baseada em uma sequência múltipla de situações de aprendizagem para proporcionar uma aprendizagem significativa de conceitos geométricos abordando a relação espaço-plano. Participaram desse estudo 32 alunos de uma turma da 5ª série (atualmente 6º ano) do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado de São Paulo. Eles foram agrupados em três grupos: A, B e C. Para responder as atividades, os alunos poderiam usar recursos convencionais (papel e lápis) ou recursos tecnológicos (*paint*, *poly* e a linguagem de programação LOGO) instalados nos computadores da escola. Os resultados das vivências (avaliação diagnóstica, sequência didática e pós-tese) expõem que os alunos do grupo A demonstraram poucos avanços em relação aos estudos das figuras geométricas: planas e espaciais. Os alunos dos grupos B e C conseguiram avançar em relação aos conhecimentos geométricos abordados no estudo. O uso de variados recursos favoreceu os alunos a reflexões e evolução de seus conhecimentos no decorrer do estudo.

Pinheiro (2008) teve o intuito de analisar a mediação em sala de aula para a construção do raciocínio geométrico dos alunos na disciplina de desenho geométrico. Participou desse estudo, um professor que lecionou no semestre de 2007.2 a disciplina de desenho geométrico no Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará (CEFET). Para a coleta dos dados, adotou-se como instrumentos a entrevista semi-estruturada, a entrevista clínica e a observação participante. Os resultados mostram que a formação inicial do professor no curso de engenharia civil influencia na sua prática docente no que tange a técnica de construção dos desenhos geométricos em detrimento das demonstrações matemáticas de cada uma das figuras produzidas. A mediação pedagógica desenvolvida pelo professor com os alunos é proveniente pela exploração dos desenhos, suas propriedades, tomando como aporte instrumentos geométricos: régua e compasso.

Arnoldo Júnior (2010) analisou como o multiplano pode contribuir para a aprendizagem e para o desenvolvimento do pensamento geométrico de quatro alunos surdos. Para isso, adotou-se o caderno de campo digital, entrevistas, questionários, vídeos, fotografias e testes avaliativos baseados em Van Hiele. A partir de aplicação de testes com o uso do multiplano,



verificou-se que os alunos evoluíram o seu pensamento geométrico. Diante dessa vivência, o multiplano se mostrou um recurso relevante para o trabalho com conceitos geométricos com alunos surdos propiciando aprendizagem para os alunos.

Barbosa (2011) investigou a mobilização de conhecimentos de 3 professoras que lecionam Matemática no Ensino Fundamental - Anos iniciais de uma escola pública de Ouro Preto (MG) quando elas participaram de um grupo de estudos voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Os instrumentos para coleta e produção dos dados foram: dois diagnósticos (um inicial e um final), registros das professoras no decorrer do curso, diário de campo da pesquisadora, uma entrevista com cada professora e gravações (em áudio e em vídeo) da pesquisadora com as professoras. Os resultados expõem que os conhecimentos geométricos mobilizados pelas professoras são transformados de saberes dos conteúdos para saberes pedagógicos. No decorrer do estudo, as professoras passaram a usar termos geométricos para se referir as propriedades das figuras, bem como elas passaram a compreender melhor as habilidades de visualização e representação de geometria. Quanto aos dados do grupo, notou-se uma coletividade por parte das professoras para aprender mais a temática da pesquisa. Além disso, verificou-se que a afetividade foi um fator relevante para a vivência do estudo, pois todas elas estavam bem empenhadas entre elas, entre elas e a pesquisadora, e entre elas e a pesquisa. Diante disso, por fim, a pesquisa aponta que a participação voluntária, o respeito, a solidariedade, o diálogo e o estudo dos conceitos geométricos podem caminhar juntos favorecendo o desenvolvimento do conhecimento matemático e sua evolução com respeito para tornar a aprendizagem mais prazerosa, em especial na formação continuada quando os professores já atuam no ambiente da sala de aula e por vezes pode estar desanimados com suas rotinas cotidianas do trabalho.

Sob a ótica das análises de conteúdos de Bardin, Alves (2014) investigou a relação entre lateralidade e o desenvolvimento do pensamento geométrico nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), no Programa Nacional de Livro e Material Didático (PNLD) e nas matrizes do sistema de avaliação da educação básica (SAEB). Os resultados mostram que nos PCN e no PNLD existe a discussão sobre lateralidade. Além disso, na prova do SAEB questões sobre geometria espacial que fomentam a noção de lateralidade. Diante do exposto, os resultados expõem que a vivência e a exploração da lateralidade contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico, em especial, porque permite ao aluno a noção de espaço (frente, trás, esquerda, direita, etc.). Além disso, esse conceito está presente em alguns conceitos



matemáticos: ângulo, por exemplo.

Santos (2014) analisou a relevância da aplicação da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico e do uso de material concreto no ensino da geometria espacial. Em termos metodológicos, esse estudo foi desenvolvido com três turmas do 2º ano do Ensino Médio na cidade de Santarém, estado do Pará. Em cada turma, foi realizada uma maneira distinta de explorar os objetos matemáticos (tridimensionais). Na primeira turma, usou-se a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e materiais manipuláveis (as figuras geométricas espaciais) produzidos pelos alunos e professor nas aulas. Na segunda turma, usou-se o método tradicional de ensino, isto é, o professor não integrou recursos e sim explorou o conteúdo por meio de atividades, pincel, quadro e livro didático. Na terceira turma, além do método tradicional, aplicou-se apenas a simples manipulação das figuras geométricas espaciais. Ambas as turmas foram submetidas a dois testes. O primeiro teste foi sobre geometria plana, sendo aplicado antes e após a vivência prática do professor sobre a geometria espacial. Ele permitiu verificar o nível de conhecimento geométrico dos alunos sobre o conteúdo dos sólidos geométricos, bem como a contribuição da geometria espacial para a geometria plana. O segundo teste envolveu a geometria plana e a geometria espacial, sendo aplicado no final do estudo. Ele possibilitou constatar e comparar a relevância das metodologias usadas nas três turmas. De modo geral, os resultados mostram que a primeira turma teve um melhor desempenho no segundo teste, bem como ao comparar o primeiro teste antes e após a vivência com recursos manipuláveis apresentou um crescente percentual sobre a geometria plana.

Manfio (2015) teve o propósito de desenvolver o pensamento geométrico de alunos de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Júlio Castilho Rio Grande do Sul. Participaram das atividades 22 alunos, agrupados em cinco grupos. Aplicou-se cinco atividades e após uma avaliação (com três questões), sendo todas voltadas para o reconhecimento de figuras. Os resultados apontam que a maioria dos alunos estavam no nível 1 (visualização ou reconhecimento) da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico. Alguns alunos não conseguiam reconhecer as figuras geométricas planas, ou seja, assim estando no progresso para atingir as características do nível 1.

O estudo de Nagata (2016) teve o propósito de analisar o nível de conhecimento geométrico sobre polígonos de alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Curitiba. Para isso, aplicou-se um teste com 15 questões, sendo 5 questões relacionadas ao nível 1 (visualização ou reconhecimento), 5 questões sobre o nível 2



(análise) e 5 questões acerca do nível 3 (dedução informal ou ordenação). Os níveis 4 e 5 (dedução formal e rigor, respectivamente) não foram usados no teste. Participaram da resolução desse teste 237 alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Os resultados mostram que a maioria dos alunos conseguem distinguir polígonos e não polígonos mediante a sua forma, características do nível 1 (visualização ou reconhecimento). Quanto ao nível 2 (análise), verificou-se que os alunos sentiram mais dificuldades para alcançá-lo, por vezes, a identificação e a descrição das propriedades dos polígonos eram mobilizadas de maneira errônea. Assim, notou-se que mais da metade dos alunos estão em progresso nele a fim de atingir ainda as suas características matemáticas de conhecimentos geométricos. Em relação ao nível 3 (dedução informal ou ordenação) nenhum aluno o atingiu, notou-se que apenas seis estão em progresso nele. Diante do exposto, os resultados apontam que é relevante o estudo de geometria e que esses alunos progridam ao serem confrontados com vivências educacionais (atividades, aulas, etc.) que os estimulem a evoluírem seus conhecimentos geométricos quanto ao objeto matemático polígonos.

Santos (2016) teve o intuito de verificar a influência do *software* Régua e Compasso na construção do conceito de quadriláteros para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental sob a ótica dos níveis de compreensão de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Participaram 8 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Eles foram submetidos a um pré-teste, uma sequência didática e a um pós-teste. Os resultados mostram que os alunos no pré-teste apresentaram dificuldades para reconhecer as figuras geométricas planas quanto a forma, ou seja, eles não se enquadravam ao nível 1 (reconhecimento ou visualização). Com a vivência da sequência didática, os alunos evoluíram quanto aos conhecimentos geométricos sobre os quadriláteros. No pós-teste, notou-se que os alunos evoluíram em relação ao pré-teste. Apesar disso, destaca-se que esses participantes estão em progresso do nível 1 (reconhecimento ou visualização) para o nível 2 (análise).

Vidigal (2016) explorou o paralelismo dentre o espaço geométrico e o espaço de significações. Para isso, considerou-se que as transformações que ocorrem mediante a noção de espaço, assim como a noção de distância e proximidade não se restringem apenas à distância da física. Os resultados mostram que existe um crescimento e possibilidades do espaço do saber (da geometria, por exemplo), a necessidade do crescimento do espaço da ética e a construção de espaços de significados para o século XXI. Sendo esses espaços com significados para possibilitar melhores condições de vida para os homens que os habitam.



Assad (2017) analisou os níveis do pensamento geométrico de estudantes do 1º ano do Ensino Médio de um colégio público da cidade de Paranaguá/PR. Aplicou-se 13 atividades para os estudantes resolverem com o auxílio do *GeoGebra*, contemplando três níveis da teoria de Van Hiele: nível 1 (visualização ou reconhecimento), nível 2 (análise) e nível 3 (dedução informal ou ordenação). Os resultados mostram que a maioria dos estudantes alcançaram o nível 1 (visualização ou reconhecimento), um total menor de estudantes alcançou o nível 2 (análise) e os estudantes sentiram dificuldades para alcançar as características do nível 3 (dedução informal ou ordenação). Embora os estudantes tenham expresso dificuldades, o *GeoGebra* se mostrou um recurso tecnológico relevante no ato de resolução das atividades.

Machado (2017) investigou como alunos do 7º ano do Ensino Fundamental visualizavam, reconheciam e classificavam figuras geométricas planas, apoiando-se em um espaço formal (escola) e em um espaço informal (balneário). Participaram 16 alunos de uma escola pública do município de Jaguari, estado do Rio Grande do Sul. Eles responderam um conjunto de cinco atividades que visavam a identificação de possíveis dificuldades que eles mobilizavam na visualização, na identificação, e na classificação de figuras geométricas planas em ambos espaços: formal e informal. Os resultados evidenciam que os alunos responderam as atividades, alcançando os níveis 1 e 2 da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Destaca-se que a vivência em um contexto formal e um informal possibilitou aos alunos a compreensão de que os conhecimentos geométricos estão em diversos espaços, sendo interessante notar a sua presença em ambos.

Por meio de uma proposta didática, Nascimento (2017) investigou o nível do pensamento geométrico e os tipos de provas matemáticas de alunos do 1º ano do Ensino Médio da cidade de Areia, estado da Paraíba. A proposta didática foi abordada em três partes. Na primeira parte, aplicou-se a redação referente aos temas provas e demonstrações matemáticas. Na segunda parte, realizou-se uma intervenção didática contemplando definições, teoremas, provas e demonstrações matemáticas. Na terceira parte, aplicou-se atividades referentes a conjecturas e demonstrações do Teorema de Pitágoras, Teorema da Soma dos ângulos internos e externos. A proposta didática contemplou 18 atividades. Participaram dessa vivência 19 alunos, eles foram agrupados em 8 duplas e 1 trio. Os resultados apontam que as duplas desenvolveram provas informais, ou seja, eles se apoiavam em práticas sem um caráter global. Dentre todos os grupos, apenas uma dupla atingiu o nível 3 (Dedução informal ou ordenação) da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. O trio apresentou

resultados semelhantes aos das duplas.

Sob a ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, Silva (2018) apresentou uma sequência de atividades sobre área de figuras planas voltadas para alunos de 7º ano do Ensino Fundamental que contribuísse para a abordagem do significado desse conceito matemático, bem como na atribuição de fórmulas para questões voltadas a área de triângulos e de retângulos. Participaram 43 alunos. Aplicou-se duas atividades (a atividade um teve seis questões e a atividade dois teve apenas uma questão). Antes delas, aplicou-se para os alunos um teste diagnóstico para a verificação se houve um avanço de conhecimento quanto a temática abordada. Os resultados mostram que os alunos evoluíram a sua compreensão e uso de fórmulas em questões sobre área de figuras geométricas planas. Diante disso, o aporte teórico de Van Hiele se mostrou relevante para a discussão do objeto matemático trabalhado nesse estudo, que é foco da unidade temática das Grandezas e Medidas.

Costa (2019) propôs um modelo que viabilizasse a identificação dos níveis de compreensão do pensamento geométrico de alunos da educação básica ao responderem atividades sobre quadriláteros notáveis. Esse estudo foi realizado em dois momentos: no primeiro momento, construiu-se um modelo *a priori* com base nas respostas de 464 alunos (174 alunos de duas escolas do Ensino Fundamental da cidade do Recife, 232 alunos do Ensino Médio de cinco escolas, das quais três se situam no Recife, uma no Cabo de Santo Agostinho e uma em Limoeiro, 34 alunos de licenciatura em matemática do Agreste de Pernambuco, e 24 professores de matemática do Alto Sertão da Paraíba) oriundas de um teste de cinco questões sobre quadriláteros notáveis. No segundo momento, realizou-se a validação do modelo. Para isso, reaplicou-se o teste com 197 alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública do Recife (67 do 6º ano, 76 do 7º ano, 89 do 8º ano e 65 do 9º ano), bem como foi realizado uma entrevista com seis alunos. Por meio desse modelo, mediante a reaplicação do teste, verificou-se que o ambiente escolar não interfere significativamente no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

Fonseca (2020) investigou a utilização dos fractais para o ensino de conteúdos (semelhança, perímetro, área, volume, progressão aritmética e progressão geométrica) da disciplina de matemática no Ensino Fundamental e Ensino Médio. Participaram desse estudo uma turma de 20 alunos do 3º ano do Ensino Médio e uma turma de 16 alunos da 3ª fase da educação de jovens e adultos. Os resultados revelam que os alunos observaram que a álgebra e a geometria podem ser trabalhadas de maneira associada, por exemplo, na obtenção de um



perímetro ou/e uma área de figura geométrica plana. Quanto aos conteúdos geométricos, os resultados mostram que os alunos avançaram do nível mais básico até o nível mais alto da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Sendo assim, os fractais relevantes nas abordagens de conceitos matemáticos.

Hedler (2020) investigou as possibilidades do impacto do *GeoGebra* e da impressão 3D sobre o pensamento geométrico de alunos do Ensino Médio. Participaram 12 alunos de uma disciplina eletiva do Colégio de Aplicação da UFRGS (Universidade Federal Rural do Rio Grande do Sul) de Porto Alegre, no período do contraturno para não coincidir com o horário de suas aulas regulares. Eles responderam um total de 13 atividades que tratavam de representação, visualização e orientação espacial, com o uso desses recursos tecnológicos. Além disso, participaram de entrevistas individuais para detalhar as ações realizadas de suas produções. Os resultados mostram que tanto o *GeoGebra* quanto a impressora 3D contribuíram para os alunos obterem as respostas das atividades, assim como avançar no desenvolvimento do pensamento espacial. O *GeoGebra*, por exemplo, possibilitou aos alunos realizar analogias entre objetos matemáticos e objetos cotidianos, bem como criar e responder atividades com distintos conceitos da geometria. A impressora 3D, por exemplo, permitiu aos alunos refletirem sobre as suas respostas.

A pesquisa de Santos (2020) teve o intuito de produzir e validar sob a ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele uma sequência de tarefas exploratórias para serem respondidas por professores em um laboratório de Educação Matemática. Para isso, realizou-se um curso com oito encontros presenciais composto por oito atividades em grupo sobre pavimentações do plano usando espelhos e caleidoscópios, transformações geométricas e polígonos. O curso iniciou com 12 professores, mas finalizou-se com o total de 8 professores. Enquanto resultados, os professores construíram atividades semelhantes as propostas no curso, um plano de aula e um relato de experiência destacando a realização (construção e resolução) das atividades com os seus alunos no ambiente escolar. Um outro resultado que cabe destacar é que os professores se apropriaram dos conceitos matemáticos explorados ao longo do curso.

- *No segundo momento*

No Quadro 3, agrupou-se os textos a partir dos debates contemplados por eles na fundamentação teórica sobre a teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Conforme é possível observar, o elemento desse aporte teórico mais discutido nos textos



obtidos da revisão sistemática da literatura se concentra nos níveis de compreensão. Por vezes, ele é debatido de maneira isolada e por vezes se encontra acompanhado das fases de aprendizagens e das propriedades.

Quadro 3

Elementos da Teoria de Van Hiele presentes nos textos científicos

Autor	Níveis de compreensão, fases de aprendizagens e propriedades da teoria
Oliveira (2008), Pinheiro (2008), Barbosa (2011), Alves (2014), Manfio (2015), Vidigal (2016), Assad (2017), Nascimento (2017) e Santos (2020)	Níveis de compreensão
Arnoldo Júnior (2010), Santos (2014), Nagata (2016), Santos (2016), Machado (2017), Silva (2018) e Costa (2019)	Níveis de compreensão, fases de aprendizagens e propriedades da teoria
Fonseca (2020)	Níveis de compreensão e fases de aprendizagens
Hedler (2020)	Discussões gerais sem especificações de elementos do aporte teórico

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Entende-se que a ênfase pelos níveis de compreensão ocorre porque eles permitem, por meio de aplicação de teste (ou atividades), a obtenção do nível de conhecimento geométrico do sujeito quanto a temática abordada na sala de aula. Geralmente, esse estudo ocorre de modo exploratório, ou seja, quando o pesquisador deseja conhecer o nível de conhecimento geométrico do sujeito sem interferir sobre possíveis avanços.

Quando o pesquisador deseja interferir sobre o conhecimento geométrico dos alunos, ele usa as fases de aprendizagens e as propriedades. Para isso, usa-se vivências educacionais em sala de aula que permite aos alunos avançarem de um nível para o seu posterior, assim, evoluindo o seu pensamento geométrico.

- *No terceiro momento*

Conforme mostra o Quadro 4, notou-se que algumas pesquisas estão relacionadas quanto a etapa escolar.

Quadro 4

Resultado da terceira categorização



Público alvo	Pesquisas
Alunos do Ensino Fundamental – Anos Finais	Oliveira (2008), Manfio (2015), Nagata (2016), Santos (2016), Machado (2017) e Silva (2018)
Alunos do Ensino Médio	Santos (2014), Assad (2017), Nascimento (2017) e Fonseca (2020)
Alunos do Ensino Superior	Pinheiro (2008) e Hedler (2020)
Professores que lecionam matemática	Barbosa (2011) e Santos (2020)

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Além desse agrupamento, observou-se que foi realizado uma pesquisa com alunos com necessidades especiais (surdos) (Arnoldo Júnior, 2010), um estudo acerca de análises de documentos (Alves, 2014), uma investigação sobre estudo histórico (Vidigal, 2016) e um texto quanto ao debate do Ensino Superior e do Ensino Médio (Costa, 2019).

Outra aproximação se trata dos elementos da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico da teoria de Van Hiele abordadas nos textos, conforme exposto no Quadro 3. As suas informações potencializam que os níveis de compreensão são os mais usuais nos textos por favorecerem o estudo direto dos conhecimentos de sujeitos sem uma intervenção com aulas. De modo geral, uma outra associação entre os textos é que todas tem por ênfase o debate sobre a geometria, isto é, a geometria plana e a geometria espacial. Assim, estando-se ausente a geometria analítica.

Diante do total de textos obtidos na revisão sistemática da literatura, tornou-se possível enfatizar que a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele é usada em dissertações e em teses brasileiras. Entende-se que os textos conduzidos por esse aporte teórico têm contribuído para o debate e aprofundamento dos conceitos geométricos no âmbito da Educação Matemática.

7 Considerações Finais

Os resultados mostram que as pesquisas brasileiras (dissertações e teses) sobre geometria produzidas no âmbito da Educação Matemática vem sendo abordada pela ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, conforme foi possível observar mediante as buscas da revisão sistemática da literatura.



Notou-se que as pesquisas obtidas pela revisão sistemática da literatura são voltadas para o estudo da geometria plana e da geometria espacial. Entretanto, não houve debate sobre a geometria analítica. Entende-se que isso ocorre porque a teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico, tem por ênfase, de acordo com Alves & Sampaio (2010), o estudo do reconhecimento de figuras geométricas, identificação de propriedades de figuras geométricas, inclusão de classes de figuras geométricas, provas formais de figuras geométricas e debates sobre axiomas.

Dentre os elementos (níveis de compreensão, fases de aprendizagem e propriedades) da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, notou-se que as dissertações e as teses desta pesquisa se concentram com mais ênfase no debate sobre os níveis de compreensão por permitir realizar um estudo exploratório do sujeito sem interferir na realidade de seus conhecimentos.

Verificou-se que as dissertações e as teses apresentaram dois tipos de aproximações: I) com relação as etapas escolares; II) com relação aos elementos da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Essas aproximações revelam que os textos se concentram no debate de entraves presentes na literatura sobre a temática da geometria e tentam promover avanços para o contexto da Educação Matemática.

Referências

- Alves, T. F. O. (2014). *Relação entre a lateralidade e o desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade de Brasília].
https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNB_47a04314f16551557dbd65ee8e4f75b2.
- Alves, G. S; Sampaio, F. F. (2010). O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, 5 (1), 69-76, 2010.
http://www.fsma.edu.br/si/edicao5/FSMA_SI_2010_1_Principal_2.pdf
- Arnoldo Junior, H. (2010). *Estudo do desenvolvimento do pensamento geométrico por alunos surdos por meio do Multiplano no ensino fundamental*. [Dissertação de Mestrado em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul].
https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/P_RS_867aa11d9f5e56cc89a39ffe787a9552.
- Assad, A. (2017). *Usando o geogebra para analisar os níveis do pensamento geométrico dos alunos do ensino médio na perspectiva de Van Hiele*. [Dissertação de Mestrado em Profissional em Matemática, Universidade Estadual de Ponta].
https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPG_20abf1cd79c14dbeb73277ced911d6b5.



- Barbosa, C. P. (2011). *O pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de ouro preto (MG)*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto]. http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2011/Diss_Cirleia_Barbosa.pdf.
- Brizola, J.; Fantin, N. (2017). Revisão da literatura e revisão sistemática da literatura. *Revista de Educação do Vale do Arinos - RELVA*, 3 (2), 23-39. <https://periodicos.unemat.br/index.php/relva/article/view/1738>.
- Costa, A. P. (2016). *A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco]. https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/17129/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o_A_andr%C3%A9Pereira.pdf.
- Costa, A. P. (2019). *A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco]. <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/33431/1/TESE%20Andr%C3%A9%20Pereira%20da%20Costa.pdf>.
- Costa, A. P.; Santos, M.C. (2016). O pensamento geométrico de professores de matemática do ensino básico: um estudo sobre os quadriláteros notáveis. *Educação Online*, 22 (2), 108-126. <http://educacaoonline.edu.puc-rio.br/index.php/eduonline/article/view/253>.
- Crowley, M. L. (1994). O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: Lindquist, M. M.; Shulte, A. P. *Aprendendo e ensinando Geometria*. Trad. H. H. Domingues. São Paulo: Atual.
- Fonseca, P. B. (2020). *Fractais e o modelo de van-Hiele: uma proposta de união para o ensino da Matemática na educação básica*. [Dissertação de Mestrado em Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/PUC_RIO-1_eb74a965f76c89c817ade0e42a1d005d.
- Galvão, T. F.; Pereira, M. G. (2014). Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. *Epidemiol. Serv. Saúde*, Brasília, 23(1), 183-184. http://scielo.iec.gov.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1679-49742014000100018&lng=pt&nrm=iso.
- Hedler, L. W. M. (2020). Desenvolvimento do pensamento geométrico espacial: GeoGebra, Impressão 3D e Abstração Reflexionante. [Tese de Doutorado em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/219414>.
- Inoue, R. K. M. (2004). *O processo de formação do conceito de quadriláteros, envolvendo alunos de uma 6ª série do Ensino Fundamental*. [Dissertação de Mestrado em Educação,



- Universidade do Vale do Itajaí]. <http://siaibib01.univali.br/pdf/Rosa%20Inoue.pdf>.
- Machado, R. S. (2017). *Geometria plana no ensino fundamental: uma proposta utilizando o modelo de Van Hiele articulando espaço formal e não formal*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Franciscana]. <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/766>.
- Manfio, C. G. (2015). *Um olhar voltado ao desenvolvimento do pensamento geométrico em alunos do ensino fundamental por meio de atividades práticas*. [Dissertação de Mestrado em Matemática, Universidade Federal de Santa Maria]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFSM_126cec97029846e97e37605ac9808441.
- Nagata, R. S. (2016). *Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UTFPR-12_7edc72df37559e0f326024d97a557c67.
- Nascimento, A. A. (2017). *Análise dos tipos de provas matemáticas e pensamento geométrico de alunos do 1º ano do Ensino Médio*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPB_99156dcb57199e301f5c9ba49732c30a.
- Nasser, L.; Sant'anna, N. F. P. (2010). *Geometria segundo a teoria de Van Hiele*. Rio de Janeiro: IM/UFJR.
- Oliveira, E. A. (2008). *Relação espaço-plano: uma intervenção pedagógica para o desenvolvimento do pensamento geométrico*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNSP_653f49907e7bcd7852bd72ec9b1c4551.
- Oliveira, M. T.; Leivas, J. C. P. (2017). Visualização e Representação com suporte na Teoria de Van Hiele. *Ciência e Natura*, 39 (1), 108-117. <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/23170/pdf>.
- Pachêco, F. F. F. (2022). A didática da matemática e a abordagem instrumental: um olhar para dissertações e teses do Brasil de 2000 a 2020. *INTERNATIONAL JOURNAL EDUCATION AND TEACHING (PDVL)*, 5 (1), 55-71. <http://ijet-pdvl.com/index.php/pdvl/article/view/201>.
- Pachêco, F. F. F.; Pachêco, G. F. (2017). Geometria plana: um estudo sobre o quadrado com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental sob a ótica da Teoria de Van Hiele. *Revista Principia*, 33 (1), 50-57. <http://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1047>.
- Pachêco, F. F. F.; Santos, M.R. (2014). Modelo de Van Hiele: um estudo acerca dos triângulos com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. *Anais do XII Congresso Internacional de Tecnologia na Educação*, Olinda, PE.

- Pachêco, F. F. F.; Silva, A. D. P. R. (2017). O pensamento geométrico de professores de matemática: Um Estudo Sob a Ótica da Teoria de Van Hiele. *Anais do XV congresso Internacional de Tecnologia na Educação*, Olinda, PE. <http://demo.cubo9.com.br/senac/pdf/poster/077.pdf>.
- Pinheiro, A. C. M. (2008). *A mediação docente na construção do raciocínio geométrico de alunos da licenciatura em matemática na disciplina desenho geométrico*. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Estadual do Ceará]. <http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=57420>.
- Santos, R. A. (2014). *Poliedros de Platão: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional]. <https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/207>.
- Santos, F. T. M. (2016). *Efeitos da utilização do software Regua & Compasso no avanço dos níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele*. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFPE_580ce62a6b0255f0a7039f98f35aa524.
- Santos, V. H. M. (2020). *Pavimentações do plano com espelhos e caleidoscópios no desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência com professores*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade de São Paulo]. <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-03122020-132456/pt-br.php>.
- Silva, A. D. P. R.; Pachêco, F. F. F. (2017). Reconhecendo Figuras Planas Por Meio De Sua Forma: um estudo sobre triângulos e quadrados com alunos do 5º ano do ensino fundamental à luz da teoria de Van Hiele. *Anais do XV Congresso Internacional de Tecnologia na Educação*. <http://demo.cubo9.com.br/senac/pdf/poster/094.pdf>.
- Silva, J. E. C. (2011). *O ensino de polígonos e a teoria de Van Hiele*. [Monografia de licenciatura em matemática, Universidade Federal da Paraíba] <http://rei.biblioteca.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/418/1/JECS05092013.pdf>.
- Silva, T. A. F. (2018). *ÁREA DE FIGURAS PLANAS: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Oeste do Pará]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFOPA-2_22b9d35e3797e51f1edec551620c3fd3.
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Porto Alegre: Artmed.
- Vidigal, S. M. P. (2016). *Pensamento geométrico: da representação do espaço ao espaço de significações*. [Tese de Doutorado em Educação, Universidade de São Paulo]. https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-19102016-144425/publico/SONIA_MARIA_PEREIRA_VIDIGAL.pdf.