

# Medição do Raio médio da Terra: Uma Replicação Moderna do Método de Eratóstenes em um Contexto Educacional

## Measurement of the Earth's Mean Radius: A Modern Replication of Eratosthenes' Method in an Educational Context

Cleone Paulino de Siqueira Simões<sup>1\*</sup>

 <https://orcid.org/0009-0009-6783-0926>

Fernando Henrique Antunes de Araujo<sup>2\*\*</sup>

 <https://orcid.org/0000-0001-5417-0513>

### Resumo

Este artigo descreve a replicação do método de Eratóstenes para a medição do raio médio da Terra, adaptado para um contexto educacional no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Patos. Utilizando observações solares em duas localidades distintas (Patos e João Pessoa), foram realizadas medições do ângulo de inclinação da sombra de uma haste vertical, permitindo o cálculo do raio terrestre. Os resultados obtidos apresentaram uma margem de erro de 0,42% em relação ao valor conhecido do raio médio da Terra (6.371 km), demonstrando a viabilidade e precisão do método. O experimento reforça a importância de atividades práticas interdisciplinares no ensino de ciências, integrando conceitos de física, matemática e geografia. Além disso, o estudo destaca a relevância da contextualização de problemas cotidianos no ambiente escolar como forma de melhorar o aprendizado e engajar os estudantes.

**Palavras-chave:** Raio médio da Terra. Método de Eratóstenes. Interdisciplinaridade. Matemática e Física aplicadas.

### Abstract

This article describes the replication of Eratosthenes' method for measuring the Earth's mean radius, adapted for an educational context at the Federal Institute of Education, Science, and Technology of Paraíba, Patos Campus. Using solar observations in two distinct locations (Patos and João Pessoa), measurements of the inclination angle of the shadow cast by a vertical rod were performed, enabling the calculation of the Earth's radius. The results obtained showed a margin of error of 0.42% compared to the reference value for the Earth's mean radius (6,371 km), demonstrating the feasibility and accuracy of the method. The experiment reinforces the importance of interdisciplinary practical activities in science education, integrating concepts from physics, mathematics, and geography. Furthermore, the study highlights the relevance of contextualizing everyday problems within the school environment as a means to enhance learning and engage students.

**Keywords:** Earth's mean radius. Eratosthenes' method. Interdisciplinarity. Applied Mathematics and Physics.

Recebido em: 10/04/2025 - Aceito em: 17/08/2025

<sup>1\*</sup> Instituto Federal da Paraíba (IFPB), Patos, Paraíba, Brasil. E-mail: [simoes.cleone@academico.ifpb.edu.br](mailto:simoes.cleone@academico.ifpb.edu.br).

<sup>2\*\*</sup> Instituto Federal da Paraíba (IFPB), Patos, Paraíba, Brasil. E-mail: [fernando.araujo@ifpb.edu.br](mailto:fernando.araujo@ifpb.edu.br).



## 1 Introdução

A ciência tem um papel fundamental na compreensão do mundo natural, e sua aplicação prática é essencial para o desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas nos estudantes. No entanto, uma das principais dificuldades enfrentadas no ensino de ciências exatas é a falta de conexão entre os conceitos teóricos e sua aplicação em situações reais (HODSON, 1996). Neste contexto, atividades experimentais interdisciplinares, como a medição do raio médio da Terra, podem servir como ferramentas poderosas para motivar os alunos e demonstrar a relevância dos conteúdos estudados (MILLAR, 2004). Adotou-se o modelo esférico da Terra, utilizando como referência o raio médio de  $6.371 \text{ km}$ , conforme os padrões da literatura científica.

A contextualização de problemas cotidianos no ambiente escolar tem sido amplamente reconhecida como uma estratégia eficaz para melhorar o aprendizado e o engajamento dos estudantes. Estudos recentes mostram que a conexão entre o conteúdo acadêmico e situações reais aumenta a motivação dos alunos, facilita a compreensão de conceitos complexos e promove a retenção de conhecimento (DEWITT et al., 2016; KAPICI et al., 2023). Além disso, a abordagem contextualizada permite que os estudantes percebam a relevância do que estão aprendendo, o que é fundamental para o desenvolvimento de habilidades práticas e críticas (BENNETT et al, 2007).

Um estudo recente de FENSHAM et al. (2009) reforça a importância da contextualização no ensino de ciências, mostrando que atividades práticas baseadas em problemas reais aumentam significativamente o engajamento dos alunos e a retenção de conceitos científicos. Os autores destacam que a aplicação de métodos históricos, como o de Eratóstenes, em contextos modernos, pode ser uma ferramenta poderosa para despertar o interesse dos estudantes e promover uma compreensão mais profunda dos fenômenos naturais.

O método de Eratóstenes, desenvolvido no século III a.C., é um dos primeiros exemplos de aplicação prática de conceitos geométricos e astronômicos para a medição de grandezas terrestres. Eratóstenes, utilizando observações solares em duas localidades distintas (Siena e Alexandria), calculou a circunferência da Terra com notável precisão, utilizando princípios básicos de geometria e óptica (GOLDSTEIN, 1984). Esse método não apenas demonstra a elegância da ciência antiga, mas também serve como um exemplo clássico de como a observação e a matemática podem ser combinadas para resolver problemas complexos



(GOLDSTEIN, 1984).

Este artigo apresenta uma replicação moderna do método de Eratóstenes, adaptado para o contexto geográfico das cidades de Patos e João Pessoa, no estado da Paraíba, Brasil. O objetivo principal é demonstrar a viabilidade do método em um ambiente educacional, além de discutir sua precisão e aplicabilidade no ensino de ciências. A atividade proposta integra conceitos de física, matemática e geografia, proporcionando aos alunos uma experiência prática que reforça a importância da interdisciplinaridade no ensino de ciências (BYBEE, 1997). Além disso, o estudo destaca a relevância da contextualização de problemas cotidianos no ambiente escolar, mostrando como a conexão entre teoria e prática pode melhorar o aprendizado e o engajamento dos estudantes (DEWITT et al., 2016).

Estudos similares, como o de Silva et al. (2022), também aplicaram o método de Eratóstenes em contextos educacionais. A principal diferença do presente estudo está no uso de cidades com maior distância e na precisão dos instrumentos, além do enfoque interdisciplinar mais amplo.

## 2 Revisão de literatura

O método de Eratóstenes baseia-se na observação das sombras projetadas por objetos verticais em duas localidades distintas, no mesmo horário, durante o solstício de verão. Eratóstenes observou que, em Siena (atual Assuã), o sol estava diretamente sobre a cabeça, sem produzir sombras, enquanto em Alexandria, uma sombra era visível. A partir da diferença angular entre as sombras e da distância entre as cidades, ele calculou a circunferência da Terra com notável precisão (AZEVEDO et al., 2022).

A óptica geométrica, que estuda a propagação da luz e a formação de sombras, é fundamental para a compreensão do fenômeno observado por Eratóstenes. A luz solar, ao atingir a Terra, pode ser considerada paralela devido à grande distância entre o Sol e o planeta, o que permite a aplicação de princípios geométricos simples para o cálculo de distâncias e ângulos (RAMALHO et al., 2008). Além disso, a utilização de métodos experimentais no ensino de ciências tem sido amplamente defendida como uma forma de promover o engajamento dos alunos e a compreensão profunda dos conceitos científicos (HOFSTEIN & LUNETTA, 2004).

Estudos recentes têm destacado a importância da contextualização de problemas cotidianos no ensino de ciências. DEWITT et al. (2016) mostram que a conexão entre o



conteúdo acadêmico e situações reais aumenta a motivação dos alunos e facilita a compreensão de conceitos complexos. KAPICI et al. (2023) reforçam que a abordagem contextualizada permite que os estudantes percebam a relevância do que estão aprendendo, o que é fundamental para o desenvolvimento de habilidades práticas e críticas. BENNETT et al (2007) argumentam que a contextualização de problemas cotidianos no ambiente escolar é essencial para preparar os estudantes para os desafios do mundo real.

### 3 Metodologia

O experimento foi realizado no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Patos, utilizando duas localidades: Patos e João Pessoa. A distância entre as cidades, medida através do Google Maps, é de 274,1 km.

Além da distância linear entre as cidades, a diferença de latitude entre Patos e João Pessoa (aproximadamente  $2,47^\circ$ ) é o fator determinante para a variação do ângulo solar, enquanto a diferença de longitude tem influência desprezível no contexto do experimento.

#### 3.1 Instrumentação de coleta de dados

Utilizou-se uma haste metálica de 120,0 cm, com base nivelada e escala milimetrada, com menor divisão de 1,0 cm, de modo que o erro associado à medição foi estimado como  $\pm 0,5$  cm, conforme especificação do fabricante. Este dado é fundamental para os cálculos apresentados posteriormente.

Em Patos, às 11h24 (horário do zênite solar), a haste não produziu sombra, indicando que o sol estava diretamente acima. No mesmo horário, em João Pessoa, a sombra da haste foi medida, resultando em um comprimento de 5,2 cm ( $\pm 0,5$  cm).

Observe, na Figura 1, a intersecção do plano  $\varphi$  com o espaço que contém o centro da Terra ( $O$ ) e as hastes  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ , onde o ponto  $B$  e  $C$  representam as cidades de Patos e João Pessoa, respectivamente. Note que a figura mostra o momento exato em que  $\overline{AB}$  não forma sombra, isto é, as 11h24, horário do zênite na cidade de Patos. Nesse mesmo instante, na cidade de João Pessoa, a haste  $\overline{CD}$  forma uma sombra com um ângulo de inclinação  $\alpha$ , que fica limitada por um segmento de reta imaginário  $\overline{DE}$ , paralelo a  $\overline{AB}$ , assim, temos que  $\overline{OD}$  é transversal a  $\overline{OA} \parallel \overline{DE}$ , logo  $\alpha = \theta$ .



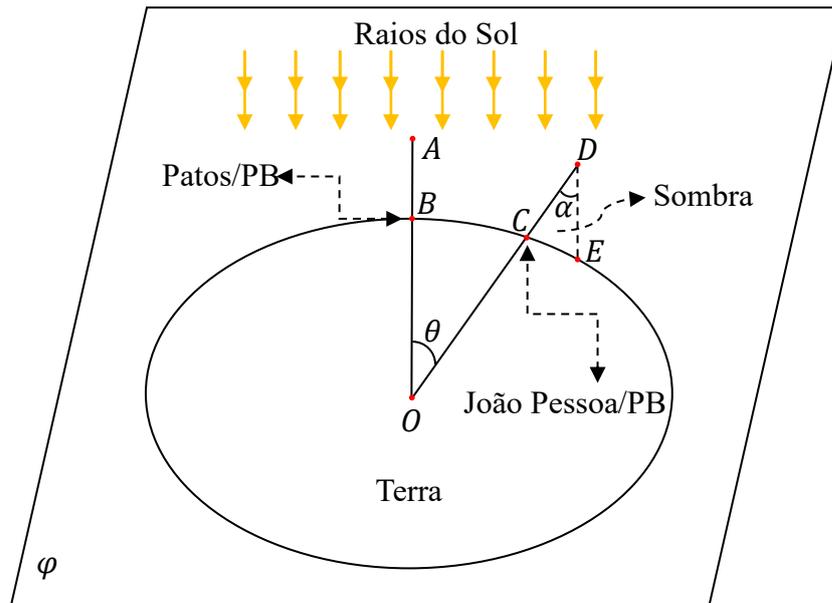


Figura 1 - Esboço construído com base no instante do zênite na cidade de Patos. (A figura não obedece um padrão real de escala.)

Agora considere os pontos  $CDE$  como vértices de um triângulo retângulo em  $C$  e um setor circular cujo raio vale  $\overline{OB} = \overline{OC}$ , que é o raio que buscamos, sendo o arco  $\widehat{BC} = 274,1 \text{ km}$  (Google Maps) a distância entre Patos e João Pessoa, como mostra a figura 2.

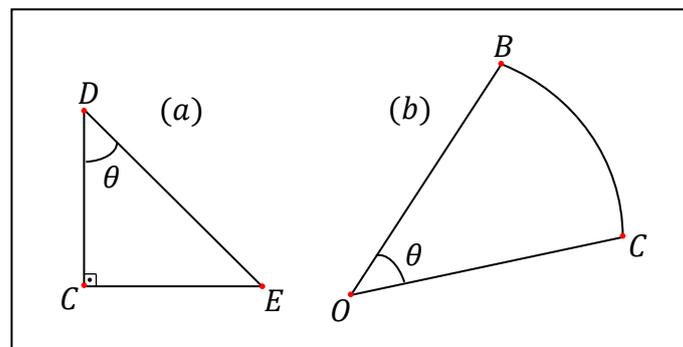


Figura 2 – Em (a) temos  $\overline{CD}$  representa a haste e  $\overline{CE}$  sua sombra. Em (b)  $\widehat{BC} = 274,1 \text{ km}$  é a distância entre as cidades de Patos (B) e João Pessoa (C).

### 3.2. Cálculos

Utilizando uma haste  $\overline{CD} = 120,0 \pm 0,5 \text{ cm}$ , medimos o comprimento de sua sombra  $\overline{CE} = 5,2 \pm 0,5 \text{ cm}$ , assim calculamos o ângulo máximo  $\theta_{Máx}$  e o ângulo mínimo  $\theta_{Mín}$  com a seguinte expressão:

$$\tan \theta_{Máx} = \frac{\overline{CE}}{\overline{OB}} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{5,7}{119,5} = 2,73^\circ \quad [Eq. 01]$$



$$\tan \theta_{\text{Min}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{OB}} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{4,7}{120,5} = 2,23^\circ \quad [\text{Eq. 02}]$$

Desta forma, temos:

$$\theta = 2,48^\circ \pm 0,25^\circ \quad [\text{Eq. 03}]$$

Finalmente, calculamos o raio médio da terra ( $\overline{CD}$ ) de um setor circular de  $2,48^\circ \pm 0,25^\circ$ , que forma um arco  $\widehat{BC} = 274,1 \text{ km}$ , como mostra a Figura 2 (b). Sabemos que  $\theta = 2,48^\circ \pm 0,25^\circ \rightarrow 274,1 \text{ km}$ , assim como  $360^\circ \rightarrow 2\pi\overline{OB}$ . Isso nos fornece um valor de máximo e outro de mínimo para o raio médio da terra:

$$\overline{OB}_{\text{Máx}} = \frac{274,1 \cdot 360}{2 \cdot \pi \cdot 2,23} = 7.042,5 \text{ km} \quad [\text{Eq. 04}]$$

$$\overline{OB}_{\text{Min}} = \frac{274,1 \cdot 360}{2 \cdot \pi \cdot 2,73} = 5.752,7 \text{ km} \quad [\text{Eq. 05}]$$

Como o raio médio da terra mede  $6.371 \text{ km}$ , utilizando a média dos valores obtidos em [Eq.04] e [Eq.05], temos um erro  $\varepsilon_1$  de:

$$\varepsilon_1 + 1 = \frac{\overline{OB}_{\text{Máx}} + \overline{OB}_{\text{Min}}}{2 \cdot 6.371} = \frac{6.397,6}{6.371} \Rightarrow \varepsilon_1 = 0,42\% \quad [\text{Eq. 06}]$$

A margem de erro de  $\pm 0,5 \text{ cm}$  considerada nessas medidas é o erro indicado pelo fabricante do instrumento de medida que foi utilizado nesse experimento.

Utilizando o comprimento da haste  $\overline{CD} = 120 \text{ cm}$  e da sua sombra  $\overline{CE} = 5,2 \text{ cm}$ , sem levar em consideração o erro de  $\pm 0,5 \text{ cm}$  do instrumento de medida, obtemos um raio estimado em  $6.655,32 \text{ km}$  e um erro ( $\varepsilon_2$ ) associado a esta medida no valor de:

$$\varepsilon_2 + 1 = \frac{6.655,32}{6.371} \Rightarrow \varepsilon_2 = 4,46\% \quad [\text{Eq. 07}]$$

Feito isso, podemos determinar também o comprimento (C) da circunferência terrestre, utilizando o valor do raio de  $6.655,32 \text{ km}$ , medida obtida sem considerar o erro do instrumento de medida, através da seguinte equação:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot \overline{OB} \quad [\text{Eq. 08}]$$

que nos permite obter um valor de:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot 6.655,32 = 41.816,61 \text{ km} \quad [\text{Eq. 09}]$$

Os cálculos de propagação de incertezas seguem as diretrizes clássicas apresentadas por Taylor (1997), baseadas no uso de derivadas parciais para grandezas indiretas.

#### 4. Resultados



Os cálculos resultaram em uma estimativa do raio médio da terra entre 5.752,7 *km* e 7.042,5 *km*, com uma média de 6.397,6 *km*. Comparando com o valor real do raio médio da terra (6.371 *km*), o erro percentual foi de 0,42%. Quando o erro de medição do instrumento foi desconsiderado, o raio estimado foi de 6.655,32 *km*, com um erro de 4,46%.

#### 4.1. Precisão e Limitações do Experimento

A precisão do método de Eratóstenes foi confirmada pelos resultados obtidos, com um erro percentual de apenas 0,42% em relação ao valor real do raio médio da terra. Esse erro é considerado bastante baixo para um experimento realizado em um contexto educacional, onde as limitações de instrumentação e condições ambientais podem afetar a precisão das medições.

No entanto, quando o erro de medição do instrumento foi desconsiderado, o raio estimado foi de 6.655,32 *km*, com um erro de 4,46%. Esse aumento no erro percentual pode ser atribuído a fatores como:

- **Precisão do instrumento de medição:** A margem de erro de  $\pm 0,5$  *cm* no comprimento da sombra e da haste pode ter influenciado os resultados finais.
- **Condições ambientais:** Variações na atmosfera, como a refração da luz solar, podem ter afetado a medição do ângulo  $\theta$ .
- **Erros humanos:** A leitura do comprimento da sombra e o posicionamento da haste podem ter introduzido pequenos erros nas medições.

Apesar dessas limitações, o experimento demonstrou ser uma ferramenta eficaz para o ensino de ciências, permitindo que os alunos compreendam a aplicação prática de conceitos teóricos e desenvolvam habilidades de medição e análise crítica

## 5. Conclusão

A replicação do método de Eratóstenes no contexto educacional do Instituto Federal da Paraíba demonstrou ser uma ferramenta eficaz para o ensino de ciências. Os resultados obtidos apresentaram uma precisão elevada, com um erro percentual de apenas 0,42% em relação ao valor real do raio médio da terra. Além disso, o experimento reforça a importância de atividades práticas e interdisciplinares no ensino, proporcionando aos alunos uma



compreensão mais profunda dos conceitos científicos e sua aplicação no mundo real (MILLAR, 2004).

Este estudo também destaca a relevância da contextualização de problemas cotidianos no ambiente escolar, mostrando como a conexão entre teoria e prática pode melhorar o aprendizado e o engajamento dos estudantes (DEWITT et al., 2016). A integração de conceitos de física, matemática e geografia em uma única atividade prática não apenas enriquece o aprendizado dos alunos, mas também promove o desenvolvimento de habilidades essenciais para a resolução de problemas complexos (HODSON, 1996). A contextualização de problemas cotidianos no ensino de ciências é, portanto, uma estratégia fundamental para preparar os estudantes para os desafios do mundo real (BENNETT et al., 2007).

Em resumo, o método de Eratóstenes, adaptado para um contexto educacional moderno, mostrou-se não apenas viável, mas também altamente eficaz para o ensino de ciências. A atividade prática permitiu que os alunos vivenciassem o processo de descoberta científica, desenvolvendo habilidades como observação, medição e análise crítica. Além disso, o experimento reforçou a importância da interdisciplinaridade e da contextualização de problemas reais no ensino, preparando os estudantes para enfrentar os desafios do século XXI.

## Agradecimentos

Agradecemos ao Sagrado Coração de Jesus e ao Imaculado Coração de Maria.

## Referências

- Azevedo, L. O. A., Ribeiro, O. S., Costa, N. C., Sinnecker, E. H. C. P., & Gandelman, M. (2022). *Revisiting the Eratosthenes' experiment: A measurement of the radius of Earth*. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 44, e20210354. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2021-0354>
- Bennett, J., Lubben, F., & Hogarth, S. (2007). *Bringing science to life: A synthesis of the research evidence on the effects of context-based and STS approaches to science teaching*. **Science Education**, 91(3), 347–370. <https://doi.org/10.1002/sce.20186>
- Bybee, R. W. (1997). *Achieving scientific literacy: From purposes to practices*. Heinemann.
- DeWitt, J., Archer, L., & Mau, A. (2016). Dimensions of science capital: Exploring its potential



- for understanding students' science participation. *International Journal of Science Education*, 38(16), 2431–2449. <https://doi.org/10.1080/09500693.2016.1248520>
- Fensham, P. J. (2009). Real world contexts in PISA science: Implications for context-based science education. *Journal of Research in Science Teaching*, 46(8), 884–896. <https://doi.org/10.1002/tea.20334>
- Goldstein, B. R. (1984). *Eratosthenes on the “measurement” of the Earth*. *Historia Mathematica*, 11(4), 411–416. [https://doi.org/10.1016/0315-0860\(84\)90025-9](https://doi.org/10.1016/0315-0860(84)90025-9)
- Hodson, D. (1996). *Laboratory work as scientific method: Three decades of confusion and distortion*. **Journal of Curriculum Studies**, 28(2), 115–135. <https://doi.org/10.1080/0022027980280201>
- Hofstein, A., & Lunetta, V. N. (2004). *The laboratory in science education: Foundations for the twenty-first century*. **Science Education**, 88(1), 28–54. <https://doi.org/10.1002/sce.10106>
- Kapıcı, H. O., & Coştu, F. (2023). *Investigating the effects of different laboratory environments on gifted students' conceptual knowledge and science process skills*. **Turkish Journal of Education**, 12(2), 94–105. DOI: <https://doi.org/10.19128/turje.1252402>
- Millar, R. (2004). *The role of practical work in the teaching and learning of science*. Paper prepared for the Committee: High School Science Laboratories—Role and Vision, National Academy of Sciences. Retrieved August 9, 2025, from [https://sites.nationalacademies.org/cs/groups/dbassesite/documents/webpage/dbasse\\_073330.pdf](https://sites.nationalacademies.org/cs/groups/dbassesite/documents/webpage/dbasse_073330.pdf).
- Ramalho Júnior, F., Nicolau, G., & Toledo, P. A. de. (2008). *Os fundamentos da Física – Volume 2: Termologia, Óptica Geométrica e Ondas* (8ª ed.). São Paulo: Moderna.
- Silva, M. A., Pereira, L. R., & Rocha, F. N. (2022). Uma abordagem didática para a determinação do raio da Terra com estudantes do ensino médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 44, e20210354. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2021-0354>
- Taylor, J. R. (1997). *An introduction to error analysis: The study of uncertainties in physical measurements* (2nd ed.). University Science Books. ISBN 9780935702750. First published in 1982

Μαθηματικά: epistemologia e educação

Universidade Federal de Pernambuco,

Caruaru (Pernambuco-Brasil), V. 3, 2025, ISSN 2965-1794

<https://doi.org/10.51359/2965-1794.2025.266272>

