

INVESTIGANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURAS ADITIVAS POR CRIANÇAS DE 3ª SÉRIE .

*Rute Elizabete de Souza Rosa Borba¹
Regina Barreto dos Santos²*

Resumo

O desenvolvimento da compreensão das estruturas aditivas (Vergnaud, 1986) se dá num longo período de tempo. Neste estudo foram observadas dificuldades apresentadas por 17 alunos de 3ª série, quando da resolução de 16 diferentes problemas. As principais dificuldades referentes aos algoritmos foram de duas naturezas: incompreensão da reserva e troca de termos. As incompreensões relacionadas à estrutura ocorreram nos problemas cujos enunciados podem induzir à escolha da operação incorreta. A escola deve reconhecer os diferentes problemas e propor atividades que propiciem a análise, discussão e compreensão das estruturas dos problemas, dos algoritmos e do sistema de numeração decimal.

Introdução

Supõe-se que, na 3ª e 4ª séries do ensino fundamental as crianças não apresentem mais grandes dificuldades com problemas de adição e subtração, uma vez que essas operações já vêm sendo trabalhadas desde a pré-escola, inicialmente de maneira informal e não sistematizada.

¹ Mestre em Psicologia e Professora do Departamento de Métodos e Técnicas do Ensino - Centro de Educação - UFPE

² Mestranda em Pedagogia - UFPE

Por outro lado, Vergnaud (1986) afirma que o desenvolvimento dos conceitos práticos e teóricos de uma criança pode ser inserido em *campos conceituais* específicos e que boa parte desses se desenvolve a partir dos quatro ou cinco anos e vai até os quinze ou dezesseis anos de idade.

A adição e a subtração com números naturais e relativos fazem parte do *campo conceitual de estruturas aditivas*, o qual é construído através da experiência diária e escolar e envolve situações que requerem, para a sua resolução, uma dessas operações isoladamente, ou, ainda, a combinação entre elas.

Vergnaud (1986), ao analisar tanto os procedimentos que as crianças utilizavam para resolver problemas de adição e subtração, como também as dificuldades por elas enfrentadas, apresentou uma classificação nos relacionamentos aditivos, propondo uma estrutura para o entendimento das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, embasado em uma análise de cunho psicológico e matemático que diferencia *cálculos numéricos* de *cálculos relacionais*. Assim sendo, para o mesmo cálculo numérico, 24-16, por exemplo, pode-se considerar vários cálculos relacionais distintos, tais como:

- a) Joãozinho tinha 24 bolas de gude e perdeu 16 num jogo com seus colegas. Quantas bolas ele tem agora ?
- b) Júlia ganhou 24 bombons, ficando com 16 a mais do que Marta. Quantos bombons Marta tem ?
- c) Pedro coleciona selos e, em cada página do álbum, cabem 24 selos. Se ele já colocou 16 selos numa das páginas, quantas ainda poderá colar ?
- d) Maiara tem 16 bonequinhas e Lúcia tem 24. De quantas Maiara precisa ganhar para ter o mesmo tanto que Lúcia?

Cada um dos exemplos apresentados acima é resolvido com o mesmo cálculo numérico, porém diferentes estruturas mentais são necessárias para que se estabeleçam as relações implícitas a partir dos enunciados propostos.

Vergnaud (1986) considera o campo das estruturas aditivas formado por seis categorias básicas de problemas, apresentadas abaixo, seguidas de exemplos.

- a) Composição de quantidades:
No estojo de lápis de Joana, há 8 canetas vermelhas e 5 azuis. Quantas canetas há ao todo no estojo ?
- b) Transformação de quantidades:
Carlos, em uma partida de bola de gude, ganhou 11 bolas, ficando com 18. Quantas bolas Carlos tinha antes da partida ?
- c) Comparação de quantidades:
Júlia tem 13 bonecas. Ela tem 5 a mais do que Marina. Quantas bonecas Marina tem?
- d) Composição de transformações:
No boliche Sandra jogou três partidas. Ela ganhou 16 pontos na 2ª partida de boliche e, na 3ª partida, ela ganhou 11, totalizando 22 pontos. Quantos pontos Sandra fez na 1ª partida?
- e) Transformação de relações:
Cláudia deve R\$ 12,00 a Paulo. Ela pagou R\$ 5,00. Quantos reais Cláudia deve a Paulo?
- f) Composição de relações:
André deve 13 carrinhos a Luís. Luís, no entanto, deve 9 carrinhos a André. Quantos carrinhos André terá ainda que comprar para Luís?

Segundo Vergnaud (1986), as crianças se deparam com dificuldades na adição e subtração de transformações ou de relações, e essas dificuldades são devido, em parte, à falta de variedade de problemas ensinados na escola.

Grande número de pesquisadores (Carpenter e Moser, 1982, Greeno, Riley e Heller, 1983, dentre outros) descrevem quatro tipos básicos de problemas de subtração e adição:

- problemas que envolvem mudança (“Change”);
- problemas que envolvem igualização (“Equalize”);
- problemas que envolvem comparação (“Compare”);
- problemas que envolvem combinação (“Combine”).

Esses quatro tipos básicos de problemas aditivos têm variações, dependendo do valor desconhecido na situação-problema, totalizando 16 estruturas diferenciadas. Esses diferentes tipos de problemas serão apresentados a seguir, quando da apresentação do teste aplicado neste estudo.

A categorização proposta pelos autores citados acima tem semelhanças à proposta por Vergnaud. Duas seriam as diferenças básicas entre as mesmas. Em primeiro lugar, Vergnaud considera, numa só categoria, os problemas que envolvem comparação e igualização uma vez que esta última envolve também a primeira. Em segundo lugar, a classificação de Vergnaud envolve tanto números naturais quanto inteiros relativos, ou seja, números com sinais.

Neste estudo, optou-se pela utilização da classificação proposta por Carpenter e Moser (1982), uma vez que, até a quarta série do primeiro grau, apenas os números naturais são apresentados.

A semelhança entre as duas categorizações foi evidenciada por Farias (1991). Essa autora indica que a categoria *composição de quantidades*, proposta por Vergnaud, é equivalente à categoria *combinação*. De modo semelhante, as categorias *transformação ligando quantidades* e *comparação de quantidades* correspondem, respectivamente, à *mudança* e às categorias *comparação e igualização*.

César (1990), num estudo sobre os problemas de subtração e adição na escola de primeiro grau, trabalhou com três grupos, cada um com diferente programa de ensino, sendo vinte crianças

em cada grupo. O primeiro grupo participou do programa de ensino utilizando diagramas propostos por Vergnaud; o segundo, utilizando os diagramas parte-todo de Greeno; e o terceiro grupo, usando material concreto. Nesse estudo, utilizou-se a classificação dos problemas de adição e subtração de Carpenter e Moser, 1982, Greeno, Riley e Heller, 1983, para os quais existem quatro tipos básicos de problemas de subtração e adição. Verificou-se que as diferenças significativas encontradas nos três grupos ocorreram, em geral, nos mesmos tipos de problemas, que são pouco trabalhados nas escolas. Os problemas, nos quais a diferença não foi significativa, relacionam-se aos tipos de problemas que são freqüentemente ensinados pela escola e trazidos nos livros didáticos.

O estudo descrito e analisado a seguir teve como objetivos principais:

- Analisar as dificuldades enfrentadas pelas crianças na resolução dos diferentes problemas aditivos.
- Oferecer subsídios a duas pesquisas em andamento sobre estruturas aditivas, sendo uma com crianças de 4ª série, manipulando material concreto (Santos, 1996), e outra com alunos de 6ª série, no campo dos números inteiros relativos (Borba, 1995).

Metodologia

Participaram desse estudo 17 alunos da 3ª série do 1º grau de uma escola particular da cidade do Recife, que responderam a um teste com 22 questões, envolvendo problemas de subtração e adição, segundo a classificação de Carpenter e Moser, 1982 e Greeno, Riley e Heller, 1983.

Cada criança resolvia isoladamente as questões propostas, as quais foram apresentadas em ordem decrescente da dificuldade encontrada em um estudo anterior com alunos de 2ª série (César, 1990). A apresentação nesta ordem visava a neutralizar o efeito “cansaço” por parte dos sujeitos ao resolverem as 22 questões do teste.

As 22 questões serão apresentadas a seguir com sua respectiva classificação.

Questões de adição e subtração apresentadas aos sujeitos

- 01) $523 + 136$: (Adição sem reserva).
- 02) $334 + 209$: (Adição com reserva e com zero).
- 03) $739 - 204$: (Subtração sem reserva e com zero).
- 04) $523 - 198$: (Subtração com reserva).
- 05) $373 + 602$: (Adição sem reserva e com zero).
- 06) $607 - 375$: (Subtração com reserva e com zero).

- 07) Renata tinha alguns lápis de cor na sua coleção. Seu pai lhe deu 37 lápis. Ela tem 84 lápis. Quantos lápis ela tinha antes? (Mudança - série inicial desconhecida - situação de aumento).
- 08) Marília e Mércia têm juntas 34 ursos de pelúcia. Marília tem 18 ursos. Quantos ursos Mércia tem? (Combinação - subsérie desconhecida).
- 09) Joca tem 26 lápis de cor. Lúcia tem 18 lápis de cor. Quantos lápis Joca tem a mais do Lúcia? (Comparação - diferença desconhecida - termo "a mais").
- 10) Bruno tinha 34 carrinhos. Ele ganhou alguns do seu irmão. Ele tem agora 53 carrinhos. Quantos carrinhos ele ganhou? (Mudança - transformação desconhecida - situação de acréscimo).
- 11) Sofia tem 21 jogos. Ela tem 9 jogos a mais que Leila. Quantos jogos Leila tem? (Comparação - quantidade menor desconhecida - termo "a mais").
- 12) Sandra tem 33 figurinhas. Renata tem 15 figurinhas a menos que Sandra. Quantas figurinhas Renata tem? (Comparação - quantidade menor desconhecida - termo "a menos").
- 13) Andréia tem 39 adesivos. Marcílio tem 52 adesivos. Quantos adesivos Andréia tem a menos que Marcílio? (Comparação - diferença desconhecida - termo "a menos").
- 14) André tem 17 carrinhos. João tem 38 carrinhos. Quantos carrinhos André precisa ganhar para ter a mesma quantidade que João? (Igualização - aumento na quantidade menor).

15) Lila tem 25 moedas. Cris tem 49 moedas. Quantas moedas Cris precisa gastar para ter a mesma quantidade que Lila? (Igualização - decréscimo na quantidade maior).

16) Joca tinha 67 figurinhas para colar no seu álbum. Ele decidiu dar 38 para seu amigo Zezinho. Quantas figurinhas ele tem agora? (Mudança - resultado desconhecido - situação de decréscimo).

17) Bruno tinha alguns carrinhos. Ele deu 28 para seu irmão menor. Ele tem agora 53 Carrinhos. Quantos ele tinha antes? (Mudança - série inicial desconhecida - situação de decréscimo).

18) Zeca tinha 72 bolas de gude. Ele deu algumas de suas bolas para Marcos. Ele agora tem 56 bolas. Quantas ele deu a Marcos? (Mudança - transformação desconhecida - situação de decréscimo).

19) Gustavo tem 67 selos. Ele tem 23 a menos que Tiago. Quantos selos Tiago tem? (Comparação - quantidade maior desconhecida - termo "a menos").

20) Bia tinha 36 bonecas. Sua mãe lhe deu 17 bonecas no dia do seu aniversário. Quantas bonecas ela tem agora? (Mudança - resultado desconhecido - situação de aumento).

21) Luís tem 25 carrinhos. Lucas tem 13 carrinhos a mais que Luís. Quantos carrinhos Lucas tem? (Comparação - quantidade maior desconhecida - termo "a mais").

22) Carlos tem 13 selos. Guto tem 18. Quantos selos os dois têm ao todo? (Combinação - série desconhecida).

Resultados

Ao ser analisada a produção das crianças nas questões de adição e subtração apresentadas, observamos que foram cometidos erros de duas naturezas: incompreensão das relações implícitas na estrutura do problema (cálculo relacional) e procedimentos incorretos quando do uso do algoritmo (cálculo numérico), demonstrando uma não plena compreensão do sistema de numeração decimal.

Na tabela apresentada a seguir estão descritos os percentuais de erros cometidos pelas crianças, discriminados de acordo com sua natureza, para cada uma das questões propostas.

Observa-se que, na maioria dos problemas, os percentuais de erros de algoritmo são menores que os de compreensão da estrutura (com diferenças significativas entre os dois tipos para a maioria das questões). Mesmo com percentuais não elevados, é preocupante o fato de crianças de terceira série ainda apresentarem dificuldades na aplicação dos algoritmos de adição e subtração, em problemas cujos números possuíam apenas um, dois, ou três algarismos.

A maior parte desses erros de algoritmo ocorreram em problemas de subtração, sendo os mesmos de duas naturezas: incompreensão da reserva e troca de termos (minuendo e subtraendo). Alguns erros dessas naturezas são apresentados a seguir.

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{5} \overset{1}{2} 3 \\
 - 198 \\
 \hline
 425
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 523 \\
 - 198 \\
 \hline
 435
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{1}{6} 07 \\
 - 375 \\
 \hline
 332
 \end{array}$$

Na primeira resolução, o aluno efetua a reserva nas unidades e dezenas, mas não compensa na casa das centenas. Na segunda resolução, o aluno não compensa a reserva da unidade nas dezenas nem nas centenas. A compensação também não é efetuada pelos alunos que apresentam a terceira resolução.

São exemplos da troca de termos os seguintes cálculos efetuados para um problema com maior ocorrência de erros de algoritmo cujo enunciado era : *Andréia tem 39 adesivos. Marcílio tem 52 adesivos. Quantos adesivos Andréia tem a menos que Marcílio?*

$$\begin{array}{r}
 39 \\
 - 52 \\
 \hline
 27 \\
 28
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 \begin{array}{r}
 2 \\
 \cancel{3}9 \\
 - 52 \\
 \hline
 77
 \end{array}
 \end{array}$$

No 1º procedimento, a criança subtrai sempre o menor do maior e, no segundo, outra criança também “arma a conta” na ordem em que os números foram apresentados no enunciado e, demonstrando incompreensão do sistema de numeração, “cria” uma centena inexistente, efetuando $12 - 5 = 7$.

Percentuais de erros cometidos nos problemas de estruturas aditivas

Tipo de problema	Erros	
	Algoritmo	Estrutura
1- Adição sem reserva	6,0	*
2- Adição com reserva e com zero	12,0	*
3- Subtração sem reserva e com zero	29,0	*
4- Subtração com reserva	65,0	*
5- Adição sem reserva e com zero	18,0	*
6- Subtração com reserva e com zero	65,0	*
7- Mudança- Série Inicial Desconhecida Situação de Aumento	5,9	52,9
8- Combinação Subsérie Desconhecida	11,8	35,3
9- Comparação - Diferença Desconhecida Termo “a mais”	11,8	64,7
10- Mudança - Transformação Desconhecida Situação de Acréscimo	11,8	52,9
11- Comparação - Quant. Menor Desconhecida Termo “a mais”	11,8	52,9

Tipo de problema	Erros	
	Algoritmo	Estrutura
12- Comparação - Quant. Menor Desconhecida Termo "a menos"	35,3	11,8
13- Comparação - Diferença Desconhecida Termo "a menos"	47,1	11,8
14- Igualização - Aumento na Quant. Menor	0	41,1
15- Igualização - Decréscimo na Quant. Maior	11,8	17,6
16- Mudança - Resultado Desconhecido Situação de Decréscimo	47,1	5,9
17- Mudança - Série Inicial Desconhecida Situação de Decréscimo	11,8	58,8
18- Mudança - Transformação Desconhecida Situação de Decréscimo	17,6	11,8
19- Comparação-Quantidade Maior Desconhecida Termo "a menos"	11,8	82,4
20- Mudança - Resultado Desconhecido Situação de Aumento	5,9	5,9
21- Comparação - Quantidade Maior Desconhecida Termo "a mais"	0	35,3
22- Combinação - Série Desconhecida	0	5,9

- As seis questões iniciais envolviam apenas conhecimento dos algoritmos, uma vez que a operação a ser efetuada era indicada.

O procedimento de subtrair o menor do maior, independente dos valores estarem no minuendo ou subtraendo, também foi evidenciado em outras operações. Para a operação 523-198, a resposta 475 indica claramente o uso deste procedimento.

A dificuldade em operar com o zero é evidenciada nas seguintes resoluções:

$$\begin{array}{r} 739 \\ - 204 \\ \hline 505 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 607 \\ - 375 \\ \hline 372 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 607 \\ - 375 \\ \hline 302 \end{array}$$

Esses procedimentos indicam que os alunos estão aplicando, respectivamente, as seguintes regras errôneas : “N-0=0”, “0-N=N” e “0-N=0”.

Muitos dos procedimentos observados acima também o foram em estudos anteriores (Resnick, 1982, Brown & Burton, 1987 e Ruiz & Nascimento, 1993).

A observação desses erros evidencia uma não plena compreensão, desses alunos de terceira série, das propriedades implícitas na escrita do sistema de numeração decimal e do algoritmo da subtração.

Quanto aos erros relativos à incompreensão da estrutura do problema, observa-se que há uma maior ocorrência nos problemas dos tipos: (19) comparação, quantidade maior desconhecida, termo “a menos”; (9) comparação, diferença desconhecida, termo “a mais”; (17) mudança, série inicial desconhecida, situação de decréscimo; (11) comparação, quantidade menor desconhecida, termo “a mais” e (10) mudança, transformação desconhecida, situação de acréscimo.

Em todos esses tipos acima destacados, o enunciado apresenta pistas “falsas”, ou seja, conduz o aluno à escolha da operação incorreta se não for efetuada uma análise criteriosa das relações implícitas no problema. Aqueles que trazem no enunciado

a expressão “a mais” são problemas de subtração e os que apresentam o termo “a menos” são de adição. O problema que se refere a um decréscimo (“Bruno tinha alguns carrinhos. Ele *deu* 28 para seu irmão menor e tem agora 53 carrinhos. Quantos ele tinha antes?”) soluciona-se via adição, e o que cita um acréscimo (“Bruno tinha 34 carrinhos. Ele *ganhou* alguns de seu irmão e agora tem 53 carrinhos. Quantos ele ganhou?”) envolve uma subtração.

Conclusão

É muito importante que se observe que crianças nas séries finais do ensino básico (de 1ª à 4ª série) ainda apresentam dificuldades em relação aos tipos de problemas aditivos menos trabalhados na escola e poucas vezes apresentados no livro didático. Essa constatação indica que o professor tem que estar atento à necessidade de um trabalho mais diversificado com problemas de estruturas aditivas, apresentando diferentes tipos de problemas e discutindo as relações implícitas nos mesmos, bem como possibilitar uma mais ampla compreensão do sistema de numeração decimal, evitando erros de algoritmo, como os que envolvem a reserva.

Deve-se destacar que as categorias gerais dos problemas aditivos são subdivididas e, para cada uma delas, processos mentais diferenciados são necessários. Trabalhar diversas vezes, em sala de aula, com um único tipo de problema de combinação (em geral, o tipo *série desconhecida*) não facilitará a organização mental necessária ao aluno para resolver outro tipo de problema de combinação, qual seja: o de *subsérie desconhecida*. Faz-se necessária uma ampla discussão, em sala de aula, das relações

implícitas nos dados apresentados nos problemas, de maneira que os alunos desenvolvam a capacidade de compreender estruturas diferenciadas.

O reconhecimento, por parte da escola de 1º grau, da variedade de problemas de adição e subtração, ao longo de todo o ensino básico, bem como o desejo de compreender as estruturas desses problemas e as operações mentais necessárias às crianças para resolvê-los, pode ser um passo inicial na mudança do processo de ensino-aprendizagem deste campo conceitual.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BORBA, R. A Resolução de Problemas Aditivos com Inteiros Relativos: Conhecimentos Anteriores e a Interação de Pares. Projeto de Pesquisa. UFPE, 1995.
- BROWN, J. & BURTON, R. Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematical Skill. In Resnick, L. e Omanson, S. Learning to Understand Arithmetic. Advanced Instructional Psychology. v.3. Hillsdale: Erlbaum, 1987.
- CARPENTER, T. & MOSER, J. The Development of Addition and Subtraction Problem-Solving Skill. In Carpenter, J. Moser, J. and Romberg, T. (Orgs.), Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective. Hillsdale: Erlbaum, 1982.
- CÉSAR, L. A Resolução de Problemas de Adição e Subtração na Escola de Primeiro Grau. Dissertação de Mestrado. UFPE, 1990.
- FARIAS, J. Classificação de Problemas de Estrutura Aditiva. Monografia, Especialização em Educação Fundamental de Adultos. UFPE, 1991.
- GREENO, T.; RILEY, M. & HELLER, J. The Development of Children's Problem-solving Ability In Arithmetic. In Ginsburg H. (Org.). The Development of Mathematical Thinking. New York: Academic Press, 1983.
- RESNICK, L. Syntax and Semantics in Learning to Subtract. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (Eds.) Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective. Hillsdale: Erlbaum, 1992.

RUIZ, E. & NASCIMENTO, R. Identificação e Análise de Erros Cometidos por Alunos de 5^a a 8^a Série do 1^o Grau na Resolução da Subtração. In Tópicos Educacionais. Recife, v.11, n. 1/2, p. 48-56, 1993.

SANTOS, R. Investigando o Uso de Materiais Concretos na Resolução de Problemas de Estruturas Aditivas com Crianças de Quarta Série. Projeto de Pesquisa. UFPE, 1996.

VERGNAUD, G. Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e Didático das Matemáticas. Um Exemplo: As Estruturas Aditivas. In: Análise Psicológico 1 (V). Págs. 75 a 90. 1986.