

Lícia Maia²
 Marcelo Câmara³
 Paulo Câmara⁴

RESUMO

Visando a compreensão da relação existente entre a aquisição de fração pela criança, do ponto de vista psico-genético, e as atividades desenvolvidas em sala de aula, alguns membros da equipe técnica do Projeto de Rede "Ciências e Matemática na Escola de 1^o e 2^o Graus de Pernambuco", realizaram uma pesquisa/ação com alunos de 5^a série do Colégio de Aplicação da UFPE.

Realizou-se, inicialmente, um levantamento das concepções desses alunos sobre a idéia de fração, a noção de equivalência e as operações com frações. Observou-se uma forte tendência à interpretação do conceito de fração como conjunção de duas ações, uma, a de dividir o todo em partes iguais, e outra, de destacar algumas dessas partes representadas pelo numerador e pelo denominador, separadamente, sem o entendimento de que o símbolo a/b indica uma quantidade não representável por um número natural.

Na perspectiva de eliminação de uma tal distorção propôs-se uma metodologia de ensino explorando a noção de fração, baseada na proposta de Maranhão e Iamenes (1985, 1986, 1987) utilizando material concreto em forma de jogos.

Enfatiza-se a idéia de fração como resultado da comparação de uma grandessa com uma unidade escolhida (medição), bem como, nesse processo, a idéia de fração fundamental (fração de forma $1/n$).

A avaliação realizada antes e depois da experiência indica melhorias consideráveis a nível da compreensão, por parte dos alunos, da noção em questão.

1. Situando o Problema

Há alguns dias um aluno da 7a.série resolveu no quadro uma subtração de frações da seguinte maneira: $5/9 - 2/6 = 3/3 = 1$. Apenas um colega contestou propondo como solução correta: .

O mínimo de nove e seis é dezoito, colocando dezoito no denominador . Dezoito dividido por nove dá dois; vezes cinco, dez. Dezoito dividido por seis, três; vezes dois, seis. Dez menos seis, quatro. Pronto, o resultado é quatro sobre dezoito.

Comentando-se o ocorrido, na sala de professores, um professor de Geografia afirmou: "puxa! eu sabia a regrinha, mas acabei esquecendo"

¹ Este trabalho contou com o apoio do Projeto de Rede "Ciências e Matemática na Escola de 1^o e 2^o Graus de Pernambuco" SPEC/PADCT - CAPES/MEC.

² Professora do Departamento de Psicologia e Orientação Educacionais-CE/UFPE.

³ Professor do Colégio de Aplicação da UFPE - Doutorando na Área de Educação Matemática.

⁴ Professor do Colégio de Aplicação da UFPE.

Por que será que o professor não sabia mais como subtrair frações? Até quando vamos ouvir o professor de 2º grau reclamar que não pode aprovar um aluno que não consegue fazer corretamente as operações com frações?

Respostas dadas por alunos da 5ª série do Colégio de Aplicação da UFPE e alunos do 2º grau da Rede Pública de Ensino do Estado de Pernambuco a um questionário sobre frações reafirmam essas dificuldades e expressam algumas formas corriqueiras na resolução de problemas com frações.

O quadro 1 ilustra alguns tipos de resposta encontrados e os percentuais correspondentes.

QUADRO 1: Tipos de resposta mais frequentes apresentados por alunos de 5ª série e do 2º grau quanto à noção de fração.

TÓPICO ABORDADO	TIPO DE QUESTÃO	TIPO DE RESPOSTA		NDE OCORRÊNCIA	
		5ª série	2º grau	5ª série	2º grau
	A parte pintada da figura representa $1/3$ do círculo	Sim	Sim	47	49
	Que fração está representada na figura?	$8/3$	$3/5$	54	100
	Coloque as frações $1/4$, $1/2$, $1/100$ e $1/3$ em ordem crescente	$1/2, 1/3, 1/4, 1/100$		95	100
	Efetue a seguinte operação $1/10 + 3/5$	$4/15$	$4/15$	82	54
	Efetue a seguinte operação $1 - 5/12$	$4/12$ $4/11$	$4/12$ $4/11$	64 10	78 22

A hipótese que se faz é que a grandeza de medida fracionária representada pelo para numerador/denominador, que dá significado à idéia de fração, não é considerada pelo aluno.

Julga-se também que o tipo de raciocínio acima evidencia algumas limitações que, acredita-se, surgem em consequência de uma visão de fração como conjugação de duas ações: dividir/tomar ou dividir/comer ou dividir/pintar. Dessa forma, a/b não é interpretado como um símbolo utilizado para representar uma grandeza em si. Nessa perspectiva, a fração $3/4$ significa dividir um todo em quatro partes iguais e tomar três destas partes. Tem-se assim a concepção de fração restringida apenas à relação entre uma parte e um todo, sem levar em consideração a relação entre as partes (Lima, J.M.F., 1983), realçando-se a dicotomia entre o numerador e o denominador e não a relação que existe entre ambos, a qual representa a grandeza em questão.

Por outro lado, no modelo parte/ todo tradicional, as chamadas frações impróprias perdem o seu significado. A criança, diante de uma fração como $5/3$, por exemplo, se vê impossibilitada de dividir o todo em 3 partes e tomar 5 dessas partes.

Ohlsson (1989) acredita que, quando a criança deve realizar uma operação entre duas entidades que, para ela, não são números, como as frações, e não consegue. Ocorre então a geração de um impasse cognitivo. A necessidade de continuar o procedimento gera na criança o que Brown e Van Lehn (1980) chamam de reparo, ou seja, uma saída para o impasse. A criança interpreta, então, o símbolo a/b como dois números naturais, um em cima do outro, e a execução do reparo faz apelo ao conjunto dos números naturais, domínio já conhecido da criança, em que a operação é perfeitamente viável. Daí as crianças somarem os numeradores e os denominadores isoladamente com $4/15$ representando 82% das soluções dadas à operação $1/10 + 3/5$ (Quadro 1).

2. A Experiência Pedagógica

2.1 Pressupostos de Atuação

Diante de tais considerações, a equipe do Laboratório de Matemática do Colégio de Aplicação da UFPE, integrante do Projeto de Rede "Ciências e Matemática na Escola de 1^o e 2^o Graus de Pernambuco", vem testando e aplicando uma metodologia de ensino de frações, baseada na proposta de Maranhão e Imenes (1985, 1986, 1987), utilizando materiais manipulativos e jogos. Essa metodologia adotou os seguintes princípios norteadores:

- .uma concepção de aprendizagem como reconstrução do conhecimento;
- .a interpretação de fração como medida de uma grandeza, não suscetível de ser representada por um número inteiro;
- .a compreensão de que o conceito de fração está articulado diretamente com o de equivalência de frações;
- .a suposição de que o conceito de equivalência é condição necessária àqueles de adição e subtração, assim como à construção dos respectivos algoritmos.

2.2 Descrição do Material e Considerações sobre a sua Utilização

O material completo, para cada grupo de 4 alunos é formado de um conjunto de 20 discos, dois dos quais são brancos e os demais coloridos. Os coloridos são divididos em partes iguais, representando meios, quartos, quintos, décimos, terços, sextos e doze-avos. A utilização das cores, para indicar a diferença entre as medidas fracionárias, é utilizada sobretudo nas primeiras atividades. A medida que os alunos vão se familiarizando com o material e com as noções em questão, passa-se a utilizar discos das mesmas cores que se diferenciam apenas pelo tamanho em que foram divididas suas partes.

As atividades, a serem realizadas com esse material, são propostas em forma de jogos onde os alunos trabalham o conceito de fração comparando as partes com o disco inteiro, as partes iguais entre si, assim como as partes que são diferentes.

O material permite ainda a criação de novas situações e, a perspectiva metodológica assumida pelos professores que desenvolveram esse trabalho, foi a de incentivar o aluno na criação de jogos, de novas regras.

Exemplo de jogo:

Em cada grupo de crianças jogam duas contra duas. Cada par fica com um círculo branco e as outras peças ficam sobre o centro da mesa. O objetivo do jogo é descobrir totalmente o círculo branco.

Cada par joga o dado e retira do centro da mesa o número de peças amarelas (sextos, por exemplo) indicado na face de cima do dado, colocando-as sobre o círculo branco. Procedem assim até que um dos pares recubra o círculo branco. Este par será o vencedor.

Variação

- Toda vez que um para obtiver 2 peças amarelas, pode trocá-las por uma azul (terço) e tem direito de jogar outra vez.

Tal metodologia visava a eliminar a concepção de fração como a conjugação de duas ações, "dividir e tomar", concepção que tem por referencial básico o modelo parte/todo tradicional.

Em lugar de reportar-se a um todo, trabalha-se com uma unidade arbitrária utilizada como referência para a obtenção da fração, recorrendo-se à idéia de fração fundamental. Define-se então "fração fundamental" como uma grandeza representada por $1/n$, de tal forma que a soma de n quantidades $1/n$ gera a quantidade escolhida por unidade. Assim, as frações representadas por m/n são obtidas pela adição de m frações fundamentais $1/n$.

Segundo Behr, Lesh, Post e Silver (1983), essa perspectiva leva a criança a desenvolver uma forte noção quantitativa de fração, ou seja, a apropriar-se da idéia de fração como representante de uma quantidade. Além disso, a construção desse conceito através de frações fundamentais facilita a compreensão da noção de fração imprópria, claramente dificultada pelo modelo parte/todo utilizado atualmente na escola.

Ohlsson(1989) chama de "constância sobre a compensação multiplicativa", a compreensão de que, por exemplo, a redução à metade de uma quantidade representada por uma fração fundamental implica uma duplicação do número de frações necessárias à obtenção de uma mesma unidade. Na presente proposta, tal princípio pode ser exercitado, o que facilita a construção do conceito de equivalência de frações pela criança e, conseqüentemente, o domínio dos algoritmos operatórios.

Dessa maneira, elimina-se uma concepção de algoritmo apenas como técnica, um artifício de cálculo entre numeradores e

denominadores, no qual se esquece a operação entre as grandezas envolvidas no problema.

Com relação às operações multiplicação e divisão, procura-se abandonar a idéia de multiplicação como "adição de parcelas iguais", operação que garante sempre a ampliação da quantidade, e de divisão como repartição, logo, de diminuição, e enfatiza-se a compreensão dessas operações como comparação entre duas grandezas.

Assim para multiplicar, por exemplo, $2/3$ por $3/5$, os alunos recorrem ao seguinte raciocínio: "tomam a fração fundamental $1/5$, um terço de vez, obtendo $1/15$; continuam o raciocínio: se um quinto um terço de vez é um quinze avos, $3/5$ serão três quinze avos; como $3/5$ um terço de vez é três quinze avos, $3/5$ dois terços de vez são seis quinze avos. Mas cada três quinze avos equivale a $1/5$, logo seis quinze avos valem dois quintos.

Na divisão entre frações, por sua vez, e tal qual é trabalhada atualmente, é difícil para a criança imaginar, por exemplo, meia bola de gude repartida por um quarto de meninos. Nessa proposta, a divisão é então trabalhada como uma medição, uma comparação de quantidades. Assim, a operação $1/2 : 1/4$ significa descobrir quantas vezes a quantidade $1/4$ cabe na quantidade $1/2$, o que corresponde a duas vezes.

2.3 Desenvolvimento do Trabalho

Após a realização de uma experiência piloto com alunos de 6a.série do Colégio de Aplicação da U.F.P.E., no 1o.semestre de 1990, introduziu-se a perspectiva metodológica, aqui proposta, como atividade curricular para os alunos de duas turmas de 5a.série desse colégio, no 2o. semestre de 1990

Cada turma foi dividida em duas equipes de 16 alunos, formando 4 grupos de trabalho, com quatro alunos cada, os quais realizaram suas atividades no Laboratório de Matemática do Colégio, num total de 27 sessões, havendo 5 sessões por semana, com a duração de 50 minutos cada

Com a finalidade de se investigar, por um lado, a compreensão que os alunos tinham do conceito de fração e, por outro, a repercussão da metodologia pedagógica proposta nessa compreensão, aplicou-se um questionário no início e no final da experiência.

Esses questionários continham, cada um, 45 itens referentes à idéia de fração, noção de equivalência e operações contextualizadas e operações descontextualizadas.

As sessões foram observadas e registradas. Tais registros subsidiaram a avaliação contínua da proposta de atuação que foi desenvolvida em reuniões quinzenais pelos professores de Matemática envolvidos na experiência e um grupo de professores do Departamento de Matemática e do Centro de Educação, membros da equipe técnica do Projeto de Rede "Ciências e Matemática na Escola de 1o. e 2o. Graus em Pernambuco".Essas reflexões permitiram não apenas o redirecionamento das atividades didáticas, como o aprofundamento teórico sobre a própria concepção de fração e suas consequências na prática pedagógica.

QUADRO 2: Resultados obtidos nos questionários

TÓPICOS ABORDADOS NAS QUESTÕES	% DE ACERTO AS QUESTÕES	
	INICIO	FINAL
Idéia de fração	61	88
Equivalência	45	87
Operações contextualizadas	34	81
Operações descontextualizadas	17	49

Os dados obtidos foram analisados em função das respostas apresentadas pelos alunos a cada item e organizadas em função das categorias propostas para caracterizar o conceito de fração.

As diferenças observadas entre os resultados do 1o. e do 2o. questionários, segundo o Teste de Wilcoxon, foram significativas ($z = 6,4347$).

Recorrendo-se à classificação proposta por Gatti(1978) podem-se destacar os graus de dificuldades em que se encontravam os alunos em relação a cada uma das categorias no início do trabalho e aquele assumido no seu final. Assim, a idéia de fração atingindo um percentual de acerto da ordem de 61% é considerada, nessa escala de classificação, como um grau de dificuldade médio, assumindo no final da experiência um percentual de 88% que corresponde ao índice de maior facilidade.

A noção de equivalência, embora, em níveis absolutos, assuma patamares de acertos inferiores aos da idéia de fração, se enquadra nas mesmas faixas de dificuldades, havendo, pois, passagem de um grau de dificuldade médio para o de maior facilidade.

No que se refere às operações contextualizadas, consideradas inicialmente como "difíceis", passam ao patamar fácil da escala. Finalmente, as operações descontextualizadas, também classificadas como difíceis, não superam, ao final do trabalho, o patamar de classificação "médio".

Pode-se, assim, constatar que a idéia de fração e a noção de equivalência parecem estar bem compreendidas pela maioria das crianças, ao final da experiência.

Embora seja observada uma evolução significativa na resolução das operações com frações, a mesma não atinge os patamares superiores de sua compreensão. É interessante ressaltar, ainda, que, apesar de as operações descontextualizadas corresponderem numericamente àquelas que são apresentadas de maneira contextualizada, o índice de acerto nas últimas é significativamente superior ao das primeiras, confirmando, mais uma vez, os resultados das

pesquisas que indicam maior sucesso das crianças em operações apresentadas na forma de problemas.(Vergnaud , 1983),(Carraher, Carraher & Schliemann, 1988), (Douady, 1987).

Apesar dos dados, apresentados no momento, serem sobretudo de ordem quantitativa, a análise qualitativa das respostas vem sendo realizada, confirmando de certa maneira a situação apresentada no Quadro 1 e a superação, após a realização do trabalho, das hipóteses utilizadas pelo aluno na formulação de suas respostas, tal procedimento vem permitindo também o redirecionamento do trabalho do professor junto ao aluno.

Essa análise será objeto de uma próxima publicação.

3. Considerações Finais

Os resultados aqui apresentados não deixam dúvida quanto ao sucesso de tal experiência pedagógica. Embora a preocupação inicial tenha se voltado para o desenvolvimento de uma perspectiva educacional que enfatizasse o processo de aprendizagem do conceito de fração a partir da compreensão da fração fundamental, outros fatores podem ter influenciado ao bom desempenho dos alunos ao final da experiência. Assim, o uso de material manipulativo, o trabalho em pequenos grupos, facilitando a interação entre os alunos, jogos e a criação de situações- problemas podem ter influenciado de maneira determinante o sucesso da experiência.

Não deixando de reconhecer a importância de tais variáveis no processo de aprendizagem, acredita-se, porém, que a exploração da fração como composição de grandezas menores facilitou e facilita a compreensão da relação existente entre os dois termos da fração, noção tão difícil de ser trabalhada numa perspectiva pedagógica tradicional, além da compreensão da idéia de equivalência entre frações, condição fundamental para a construção dos algoritmos de adição e subtração pela própria criança.

É preciso, porém, que se continue a investigação nesta direção, tanto a nível pedagógico como a nível epistemológico, no sentido de se compreenderem os elementos fundamentais para a aquisição e construção do conceito de fração e, conseqüentemente, das formas de trabalhar esse conceito na sala de aula, bem como de outras idéias relativas aos números racionais, tais como números decimais, razões, porcentagens, etc.

Referências Bibliográficas

- BEHR, M.J.; LESH, R.; Post T.R.; SILVER, E.A.(1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau(Eds) *Aquisition of Mathematics Concepts an Processes* (pp 91-126). New York: Academic Press.
- BROWN, J.S.; VANLEHN, K.(1980). Repair Theory: a generativ theory of "Bugs" in procedural skills. *Cognitive Science*, 4, 379 - 426.
- CARRAHER T.; CARRAHER D.; SCHLIEMANN, A.L. *Na vida dez na escola zero*, São Paulo: Cortez, 1988.

- DOUADY, R.; Jeux de cadre et dialectique outil-object in **Recherches en Didactique des Mathematiques**, v. 7 n.2 p.5 - 32, 1987.
- GATTI, Bernadete Angelina. **Estatística básica para Ciências Humanas**. 3a. Edição. São Paulo: Alfa: Omega, 1978.
- MARANHAO, M.C. & IMENES, L.M.(1985, 1986, 1987). Jogos com frações. **Revista de Ensino de Ciências** n.14, 15, 16 e 17. Funbec - São Paulo.
- OHLSSON, S.(1989) Knowledge requirements for teaching: the case of fractions (**Tech.Rep. No. Kul - 89 - 01**) Pittsburg, PA; University of Pittsburg, Learning Research and Development Center.
- VERGNAUD, G.; **Multiplicative structures in acquisition of mathematics concepts and processes**.Lesh, R.; Landau, M.(Eds.) Academic Press.
- LIMA, J.M.F. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In: Carraher, T. **Aprender pensando: contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação**. Petrópolis: Vozes, 1983.